

## **РЕЗУЛЬТАТЫ ПОСТРОЕНИЯ ЛОКАЛЬНОЙ МОДЕЛИ КВАЗИГЕОИДА НА ТЕРРИТОРИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО УЧЕБНОГО ПОЛИГОНА СГУГИТ**

*Елена Геннадьевна Гиенко*

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, кандидат технических наук, доцент кафедры космической и физической геодезии, тел. (383)361-01-59 e-mail: elenagienko@yandex.ru

*Александр Викторович Елагин*

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, кандидат технических наук, доцент кафедры космической и физической геодезии, тел. (383)361-01-59, e-mail: elav@ngs.ru

*Константин Юрьевич Резниченко*

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, магистрант кафедры космической и физической геодезии, тел. (383)361-01-59, e-mail: reznichenko\_kos97@mail.ru

Приведены результаты построения локальной модели квазигеоида различными методами на территории геодезического учебного полигона СГУГИТ, по данным геометрического нивелирования, ГНСС-измерений и астрономических измерений. Показаны преимущества использования двумерной модели квазигеоида в эллипсоидальных координатах перед широко используемой в ГНСС-технологиях «плоской модели» калибровки по высоте. Определены критерии выбора метода построения модели квазигеоида на локальной территории и критерии оценки качества результатов. Представлены результаты определения уклонений отвесной линии на заданной территории, с контролем по данным астрономо-геодезических измерений. В том числе, апробирован способ оперативного определения уклонений отвесной линии по разностям астрономических и геодезических зенитных расстояний. Сделано заключение о наилучшем методе определения параметров локальной модели квазигеоида и уклонений отвесной линии для заданной территории. Результаты исследований имеют практическую значимость для обучения студентов и специалистов в области геодезии.

**Ключевые слова:** квазигеоид, ГНСС-измерения, геометрическое нивелирование, гравиметрия, уклонения отвесной линии, локальная модель квазигеоида, спутниковое нивелирование

## **RESULTS OF BUILDING A LOCAL QUASIGEOID MODEL ON THE TERRITORY OF THE GEODETIC TRAINING GROUND OF SSUGT**

*Elena G. Gienko*

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10 Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph. D., Associate Professor, Department of Space and Physical Geodesy, phone: (383)361-01-59 e-mail: elenagienko@yandex.ru

*Alexander V. Elagin*

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph. D., Associate Professor, Department of Space and Physical Geodesy, phone: (383)361-01-59 e-mail: elav@ngs.ru

***Konstantin Yu. Reznichenko***

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Master Student Department of Space and Physical Geodesy, phone: (383)361-01-59 e-mail:reznichenko\_kos97@mail.ru

The results of building a local quasigeoid model by various methods on the territory of the geodesic training ground of SSUGT, based on the data of geometric leveling, GNSS measurements, gravimetry and astronomical measurements, are presented. The advantages of using a two-dimensional model of a quasigeoid in ellipsoidal coordinates over the "flat model" of height calibration widely used in GNSS technologies are shown. The criteria for choosing a method for building a quasigeoid model on a local territory and criteria for evaluating the quality of the results are determined. The results of determining the deviations of the vertical line in a given area, with control according to astronomo-geodesic measurements, are presented. In particular, a method for quick determining the deviations of a vertical line from the differences in astronomical and geodetic zenith distances was tested. A conclusion about the best method for determining the parameters of the local model of the quasigeoid and the deviations of the vertical line for a given territory is made. The results of the research are of practical significance for the training of students and specialists in the field of geodesy.

**Keywords:** quasigeoid, GNSS measurements, geometric leveling, gravimetry, vertical line deviations, local quasigeoid model, satellite leveling

### ***Введение***

В настоящее время методу спутникового нивелирования, основанному на совместном использовании ГНСС-измерений и моделей геоида (квазигеоида), уделяется большое внимание [1, 2]. Особенно важным представляется исследование точностных характеристик глобальных моделей геоида [3, 4], разработка высокоточных локальных моделей квазигеоида, как гравиметрических, так и созданных на основе ГНСС-измерений и высокоточного нивелирования. Локальные модели квазигеоида, построенные на ограниченную территорию, имеют более высокую точность по сравнению с глобальными моделями, разрешающая способность которых не в состоянии отобразить локальные особенности гравитационного поля Земли. В публикациях [5 – 10] предлагаются различные методы построения локальных моделей квазигеоида и дается оценка их точности.

Кроме высот квазигеоида, необходимых для спутникового нивелирования, для решения целого ряда научных и прикладных задач геодезии и геодинамики необходима информация об отклонениях отвесной линии, и здесь актуальны исследования точности моделирования и получения этих параметров [10 – 12].

Целью данного исследования является анализ результатов построения несколькими способами локальной модели квазигеоида и определения отклонений отвесной линии на территории геодезического учебного полигона СГУГиТ.

### ***Методы и материалы***

Рассматриваемый геодезический учебный полигон расположен в Ленинском районе г. Новосибирска, вокруг Сибирского университета геосистем

и технологий. На данной территории есть ряд закрепленных геодезических пунктов, где проходят учебные практики, включающие в себя геометрическое нивелирование, ГНСС-измерения и гравиметрические измерения.

В подвале лабораторного корпуса СГУГиТ расположен фундаментальный гравиметрический пункт с выполненными на нем абсолютными определениями силы тяжести, а на крыше есть точка с измерениями астрономической широты по программе 1 класса и ГНСС-измерениями, то есть, известно отклонение отвесной линии в меридиане со средней квадратической погрешностью (СКП) 0,3".

На пунктах учебного полигона в 2019 году были выполнены фазовые ГНСС-измерения и геометрическое нивелирование II класса. Всего на учебном полигоне было измерено 18 точек. Исходный пункт для ГНСС-измерений – постоянно действующая базовая станция HCO NSKW, координаты которой были определены в системе отсчета ITRF2005, [13]. СКП определения геодезических координат пунктов учебного полигона из уравнивания ГНСС-измерений – от 3 до 13 мм.

Геометрическое нивелирование выполнялось по программе II класса и опиралось на фундаментальные реперы I и II класса.

Площадь участка примерно 3 км<sup>2</sup>. Район работ показан на рис. 1.

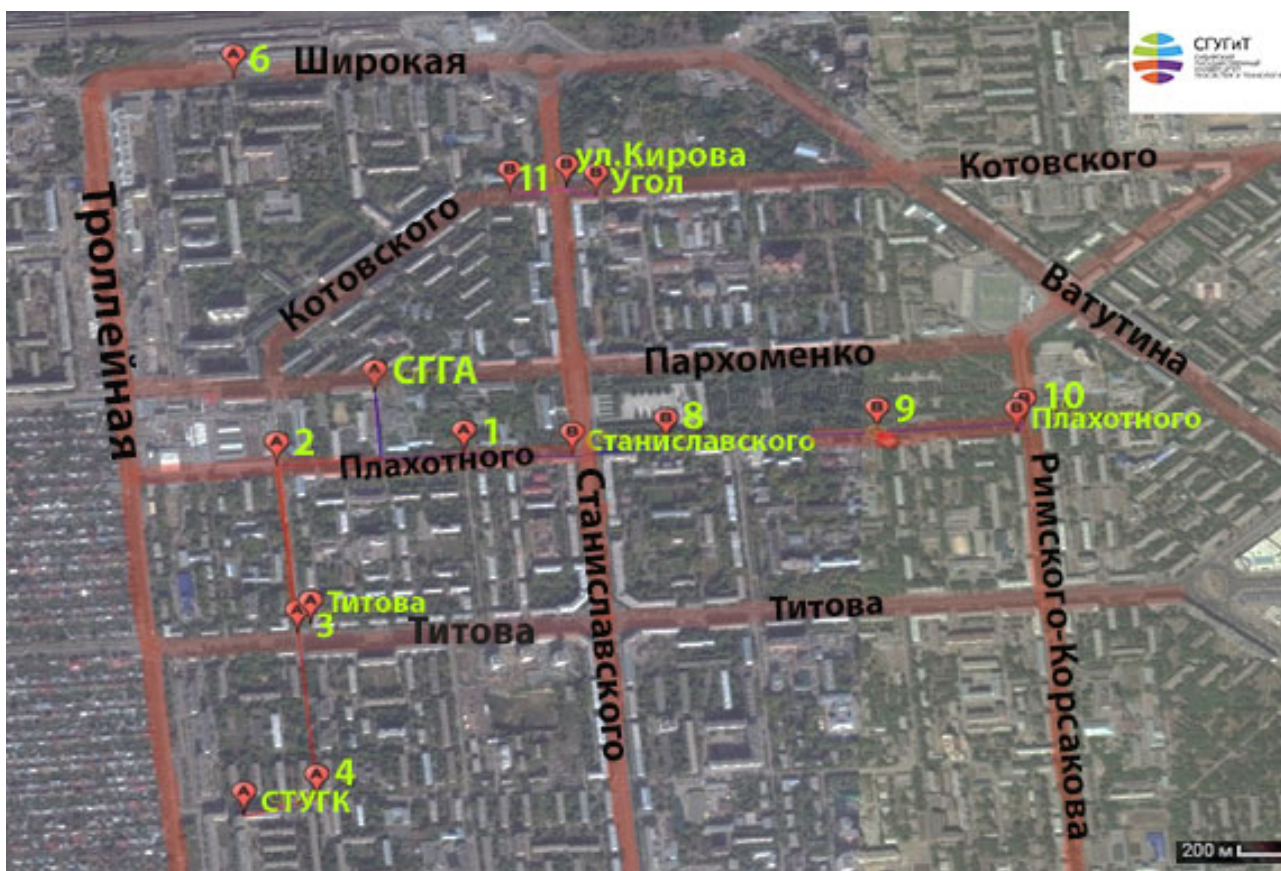


Рис. 1. Район работ

Для заданной небольшой по площади территории достаточно трех параметров, описывающих положение квазигеоида относительно эллипсоида:

- $a_{00}$  – высота квазигеоида над эллипсоидом в некоторой начальной точке с эллипсоидальными координатами  $(B_0, L_0)$  или плоскими координатами  $(x_0, y_0)$ ;

- $a_{10}, a_{01}$  – параметры, характеризующие наклоны эллипсоида относительно квазигеоида в начальной точке в северном и восточном направлении, соответственно.

Для выполнения экспериментальных исследований были выбраны следующие математические модели локального квазигеоида:

$$a_{00} + a_{10}(B_i - B_0) + a_{01}(L_i - L_0) = H_i - H^{\square}_i, \quad (1)$$

$$a'_{00} + a'_{10}(x_i - x_0) + a'_{01}(y_i - y_0) = H_i - H^{\square}_i, \quad (2)$$

$$a''_{00} + a''_{10}(x_i - x_0) + a''_{01}(y_i - y_0) = H^{\square}_i - H^g_{iEGM}, \quad (3)$$

где  $i = 1..N$ ,  $N$  – количество измерений;

$B_i, L_i, H_i$  – геодезические координаты  $i$ -ой точки;

$x_i, y_i$  – плоские координаты  $i$ -ой точки;

$H^{\square}_i$  – нормальная высота  $i$ -ой точки из геометрического нивелирования;

$H^g_{iEGM}$  – ортометрическая высота  $i$ -ой точки, полученная по глобальной модели геоида;

$a''_{00}, a''_{10}, a''_{01}$  – параметры, характеризующие остаточные сдвиг и наклоны квазигеоида относительно геоида, определяемого глобальной моделью.

Для заданной локальной области модель (1) аппроксимирует квазигеоид двумерной поверхностью эллипсоида, модель (2) – картографической проекцией (как правило, UTM). Модель (3) определяет смещение и наклон локального квазигеоида относительно глобального геоида. Модели (2) и (3) широко используются в программных обеспечениях обработки ГНСС-измерений для определения параметров перехода от геодезических высот к нормальным (например, Trimble Business Center – «калибровка по высоте», Leica Geo Office – «локализация по высоте»).

В работе, кроме построения локальных моделей квазигеоида, было выполнено определение уклонений отвесной линии в меридиане  $\xi$  и первом вертикале  $\eta$  различными способами:

- через параметры наклонов  $(a_{10}, a_{01}), (a'_{10}, a'_{01})$ , определенных в моделях (1), (2) (геометрический способ);

- с помощью глобальных моделей геоида (разложение в ряд по сферическим функциям);

- по разностям астрономических и геодезических зенитных расстояний.

Для расчетов использовалась широко распространенная в геодезии глобальная модель гравитационного поля Земли EGM-2008 [14], а также модель EIGEN6-C4 [15]. Глобальные модели представляются в виде разложения в ряд по сферическим функциям, или, для использования в специализированном ПО,

в виде значений трансформант гравитационного поля Земли в узлах регулярной сетки [16].

Алгоритм определения уклонений отвесной линии по разностям геодезических и зенитных расстояний был изложен в [17], в его основе положение, что составляющая астрономо-геодезического уклонения отвеса  $v_i$  в заданном направлении  $ij$  есть разность геодезического  $Z_{ij}$  и астрономического  $z_{ij}$  зенитных расстояний этого направления:

$$v_i = Z_{ij} - z_{ij} = \xi_i \cos A_{ij} + \eta_i \sin A_{ij}, \quad (4)$$

где  $A_{ij}$  – азимут направления.

Если определить  $v_i$  по нескольким направлениям, то из решения системы линейных уравнений (как минимум двух) можно определить значения  $\xi_i$  и  $\eta_i$ .

Геодезические зенитные расстояния и азимуты находятся из спутниковых определений. Астрономические зенитные расстояния могут быть непосредственно измерены (в равнинных районах они близки к  $90^\circ$  и измерения сопровождаются трудно учитываемыми ошибками рефракции), или вычислены на основании данных геометрического нивелирования и ГНСС-измерений.

Следует отметить, что определение уклонений отвесной линии геометрическим способом зависит от расстояния между точками, и с его уменьшением влияние ошибок измерения высот на ошибку уклонения отвеса возрастает. Так, при расстоянии 2 км ошибка в геодезической высоте 13 мм дает ошибку в уклонении отвесной линии  $1,34''$ .

## ***Результаты***

Определение параметров локальных моделей квазигеоида (2) и (3) производилось в модуле «Калибровка по высоте» ПО Trimble Business Center, для трех наборов узловых точек. Точки, не участвовавшие в определении параметров, считались контрольными. Для модели (1) в эллипсоидальных координатах составлялась система уравнений и решалась по методу наименьших квадратов. Результаты определения параметров локальной модели квазигеоида представлены в табл. 1. В третьей снизу строке приведено количество контрольных точек, где разности измеренных и модельных значений нормальных высот превышают удвоенную СКП,  $\sigma_H^2 > 2\text{СКП}$ . В последних двух строках приведены уклонения отвесной линии, пересчитанные в угловые секунды. Следует отметить, что в отчетах о «калибровке по высоте» не приводятся СКП параметров модели, в отличие от модели (1) в эллипсоидальных координатах.

Результаты определения уклонений отвесной линии в точке NSKW (начальной) приведены в табл. 2. Здесь в первой строке приведено значение астрономо-геодезического уклонения отвесной линии в плоскости меридиана, вычисленное как разность астрономической и геодезической широт. Также были произведены вычисления уклонений отвесной линии на основе коэффициентов разложения геопотенциала в ряд сферических функций (глобальные модели EGM2008

и EIGEN-6C4, [15]), с помощью программы GeoUnd [18]. Кроме того, по нескольким наборам пар точек были вычислены уклоны отвесной линии по разностям зенитных расстояний (4). Для сравнения результатов в таблице приведены уклоны отвесной линии, определенные как параметры модели (1) в эллипсоидальных координатах.

Таблица 1

Результаты определения параметров локальной модели квазигеоида

| Модель в эллипсоидальных координатах (1) |          |                | Калибровка по высоте, ТВС         | Без подключения модели геоида, разные наборы точек, модель (2) |        |         | С подключением модели EGM2008, разные наборы точек, модель (3) |        |        |
|--|----------|----------------|-----------------------------------|--|--------|---------|--|--------|--------|
| Параметр                                 | значение | СКП параметров | Параметр                          | 1  | 2      | 3       | 1  | 2      | 3      |
| $a_{00}$ , м                             | -35,224  | 0,004          | $a_{00}$ , м                      | 35,213   | 35,228 | 35,215  | -1,555   | -1,550 | -1,553 |
| $a_{10}$ , м/градус                      | -1,578   | 0,788          | $a'_{10}, a''_{10}$ , ppm         | 14,750   | -7,450 | -1,180  | 24,600   | 2,360  | 8,640  |
| $a_{01}$ , м/градус                      | 0,177    | 0,668          | $a'_{01}, a''_{01}$ , ppm         | 15,220   | +4,880 | +12,200 | 8,370  | -1,850 | 5,450  |
| СКП ед. веса, м                          | 0,017    |                | СКП ед. веса, м                   | 0,010  | 0,008  | 0,012   | 0,010  | 0,008  | 0,012  |
| $\Delta H' > 2$ СКП, кол-во точек        | 1        |                | $\Delta H' > 2$ СКП, кол-во точек | 1  | 1      | 1       | 1  | 1      | 1      |
| $\xi''$                                  | -2,92    | 1,46           | $\xi''$                           | +3,04  | -1,95  | -0,24   | +5,07  | +0,49  | +1,78  |
| $\eta''$                                 | +0,57    | 2,15           | $\eta''$                          | +3,12  | +1,01  | +2,52   | +1,72  | -0,38  | +1,12  |

Таблица 2

Результаты определения уклонов отвесной линии в точке NSKW

|   | $\xi$ , " | СКП, " | $\eta$ , " | СКП, " |
|---|-----------|--------|------------|--------|
| Астрономо-геодезические определения               | -2,50     | 0,30   | –          | –      |
| Модель геоида EGM2008                             | -2,39     | 1,00   | +0,15      | 1,00   |
| EIGEN-6c4   | -2,42     |        | +0,18      |        |
| Модель (1) в эллипсоидальных координатах          | -2,92     | 1,46   | +0,57      | 2,15   |
| Разность зенитных расстояний, два множества точек |           |        |            |        |
| СКП ед. веса: 1,71"                               | -5,00     | 1,88   | +0,24      | 1,01   |
| СКП ед. веса: 2,03                                | -0,10     | 1,20   | +0,62      | 1,90   |

### Обсуждение

Как видно из табл. 1, средние квадратические погрешности единицы веса примерно одного порядка, соответствуют расстояниям и СКП геодезических высот из обработки ГНСС-измерений (от 3 до 13 мм). Подключение глобальной модели геоида при калибровке по высоте практически не изменило СКП еди-

ницы веса. При этом значения наклонов на север и на восток в моделях (2) и (3) значительно отличаются в зависимости от множества узловых точек, участвующих в калибровке. Эти наклоны в данном случае являются согласующими параметрами, обеспечивающими точность калибровки, соответствующую СКП.

В отличие от модели (2), основанной на плоских координатах в картографической проекции, параметры модели (1) в эллипсоидальных координатах, вне зависимости от набора узловых точек, имеют практически одинаковые значения и СКП единицы веса. Кроме того, определенные по модели (1) уклонения отвесной линии в точке NSKW имеют близкие значения с астрономо-геодезическими данными и данными глобальных моделей (табл. 2).

СКП уклонений отвесной линии, полученные для модели (1) и метода (4), чуть превышают расчетные значения для расстояния 2 км (1,34"). Для данного участка вычисленное по глобальным моделям уклонение отвесной линии в плоскости первого вертикала имеет само по себе малое значение и на практике этот параметр является незначимым; СКП параметра превышает его значение.

Метод определения уклонений отвесной линии по разности зенитных расстояний, основанный на данных ГНСС-измерений и геометрического нивелирования для ограниченной территории оказался неустойчив к выбору множества точек. Возможно, проведение эксперимента с непосредственным измерением вертикальных углов инструментом, установленным по отвесной линии, а также повышение точности входной измерительной информации предоставят лучшие результаты для данного метода.

### *Заключение*

В результате проведенных экспериментальных исследований на участке площадью 3 км<sup>2</sup> можно сделать следующие выводы по построению локальной модели квазигеоида :

- широко применяемая в геодезии «калибровка по высоте» позволяет определять нормальные высоты спутниковым нивелированием на уровне точности входных данных (геодезических и нормальных высот), что подтверждают вычисления в контрольных точках;

- при этом значения параметров наклона зависят от выбора множества узловых точек и являются согласующими, обеспечивающими СКП получения нормальных высот на уровне точности входных данных;

- в отчетах по калибровке в фирменном ПО обработки ГНСС-измерений не указываются СКП параметров, поэтому оценить их значимость не представляется возможным;

- двумерная модель в эллипсоидальных координатах (1) является более устойчивой к выбору множества узловых точек, в отличие от модели (2);

- определенные по модели (1) уклонения отвесной линии близки к значениям, полученным по глобальным моделям и по астрономо-геодезическим данным, в отличие от модели (2).

При анализе результатов построения двумерных аналитических моделей локального квазигеоида вида (1), (2), (3) следует обращать внимание на невязки нормальных высот в контрольных точках (не участвовавших в определении параметров модели), а также на величины наклонов квазигеоида к эллипсоиду.

Для повышения точности локальной модели квазигеоида рекомендуется во время последующих учебных практик выполнить повторные ГНСС-измерения на участке с СКП определения геодезической высоты не хуже 5 мм.

В качестве дополнительной информации для уточнения локальной модели квазигеоида могут быть результаты гравиметрических измерений на точках полигона, которые предусматриваются программой ученой практики.

С учетом полученного опыта, построение локальной модели квазигеоида на территорию геодезического учебного полигона СГУГиТ на основе геометрического нивелирования, ГНСС-измерений и гравиметрических измерений рекомендуется к внедрению в учебный процесс для учебных практик бакалавров, специалистов и магистрантов геодезических специальностей.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бровар Б.В. О спутниковом нивелировании / Б.В. Бровар, В.П. Горобец, В.В. Попадъев // Геодезия и картография, 2015. – № 1. – С. 2-4.
2. Солодовник А.И. Высокоточное спутниковое нивелирование и исследование локальной модели высот квазигеоида на территории России / А.И. Солодовник, Д.Н. Шурыгин, Т.В.Литовченко [и др.] // Горный информационно-аналитический бюллетень, 2017. – № 12. – С. 109–114.
3. Исследование современных глобальных моделей гравитационного поля Земли: монография / В. Ф. Канушин, А. П. Карпик, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин, А. М. Косарева, Н. С. Косарев. – Новосибирск : СГУГиТ, 2015. – 270 с.
4. Гиенко Е. Г., Струков А. А., Решетов А. П. Исследование точности получения нормальных высот и уклонов отвесной линии на территории Новосибирской области с помощью глобальной модели геоида EGM2008 // ГЕО-Сибирь-2011. VII Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 6 т. (Новосибирск, 19–29 апреля 2011 г.). – Новосибирск : СГГА, 2011. Т. 1, ч. 2. – С. 186–191.
5. Гиенко Е.Г, Кузьмин В.И., Сурнин Ю.В. Некоторые результаты определения локального гравитационного поля на поверхности Земли // Вестник СГУГиТ, 2006. – № 11. – С. 8–13.
6. Баландин В.Н. К вопросу определения нормальных высот точек для локальных объектов на основе спутникового нивелирования / В.Н. Баландин, И.В. Меньшиков, С.Л. Штерн // Геодезия и картография, 2012. – № 10. – С. 17-21.
7. Обиденко В.И., Опритова О.А., Решетов А.П. Разработка методики получения нормальных высот на территории Новосибирской области с использованием глобальной модели геоида EGM2008/Вестник СГУГиТ, 2016. – №1(33). – С. 14–25.
8. Ларионов А.А. Создание локальной модели высот квазигеоида геометрическим методом / А.А. Ларионов, Н.И. Рудницкая // Земля Беларуси, 2016. – № 1. – С. 36–41.
9. Шендрик Н.К. Формирование локальной цифровой модели высот геоида на территорию Новосибирской области // Вестник СГУГиТ, 2016. – № 4 (36). – С. 66–72.
10. Сурнин Ю.В. Определение астрономических, гравиметрических и геодезических трансформант внешнего гравитационного поля на локальном участке земной поверхности // Вестник СГУГиТ, 2006. – № 11. – С. 3–8.



11. Определение составляющих уклонения отвесной линии на территории Западной Сибири методом численного дифференцирования/А. П. Карпик, В. Ф. Канушин, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин, Н. С. Косарев, А. М. Косарева//Вестник СГУГиТ, 2018. – №3(т.23). – С.15-29.
12. Гиенко Е.Г., Тиссен В.М., Трат К.В. Сравнение результатов определений уклонений отвесной линии разными методами на нескольких пунктах Новосибирской области// Регулирование земельно-имущественных отношений в России: правовое и геопространственное обеспечение, оценка недвижимости, экология, технологические решения: сб. материалов Национальной научно-практической конференции, 14-15 декабря 2017 г., Новосибирск. В 2 ч. Ч.1. – Новосибирск: СГУГиТ, 2018. – С.205-212.
13. Определение координат пунктов сети базовых станций Новосибирской области в общеземной системе координат / А. П. Карпик, А. А. Решетов, А. А. Струков, К. А. Карпик // ГЕО-Сибирь-2011. VII Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 6 т. (Новосибирск, 19–29 апреля 2011 г.). – Новосибирск : СГГА, 2011. Т. 1, ч. 1. – С. 3–8.
14. Pavlis N.K., Holmes S.A., Kenyon S.C., Factor J.K. An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008//EGU General Assembly 2008. Vienna, Austria, April 13–18, 2008.
15. International Centre for Global Earth Models (ICGEM) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://icgem.gfz-potsdam.de/>.
16. Непоклонов, В.Б. Об использовании новых моделей гравитационного поля Земли в автоматизированных технологиях изысканий и проектирования [Электронный ресурс] / В.Б. Непоклонов // Автоматизированные технологии изысканий и проектирования, 2009. – № 2. – Режим доступа: <http://www.credo-dialogue.com/journal.aspx>. – Загл. с экрана.
17. Гиенко Е.Г., Елагин А.В. Определение уклонения отвесной линии и астрономических координат по наземным и GPS-измерениям//Вестник СГУГиТ, 2000. – № 5. – С.16-19.
18. Программа GeoUnd 1.0, свидетельство о государственной регистрации №2015661197. Соавторы: И.Г. Ганагина, Д.Н. Голдобин, Н.С. Косарев.

© Е. Г. Гиенко, А. В. Елагин, К. Ю. Резниченко, 2021