УДК 528.71
DOI 10.33764/2618-981X-2022-2-2-261-268

Применение лучей Ломакса для аппроксимации распространения широкополосных сигналов

Д. А. Неклюдов[1]*, *М. И. Протасов*[1]
[1] Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
г. Новосибирск, Российская Федерация
* e-mail: neklyudovda@ipgg.sbras.ru

Аннотация. В работе рассмотрен метод расчёта частотно-зависимых лучей, позволяющий просто и эффективно аппроксимировать распространение широкополосных сигналов. Проведён сравнительный анализ этого метода с стандартным лучевым методом и конечно-разностным методом в задачах расчета времен пробега и расчета волновых полей в сложно устроенных средах. Показана его перспективность для решения задач сейсмики.

Ключевые слова: лучевой метод, трассировка лучей, времена пробега

Application of Lomax rays to approximate a propagation of the broadband signals

D. A. Neklyudov[1]*, *M. I. Protasov*[1]
[1]Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS,
Novosibirsk, Russian Federation
*e-mail: pochta@pochta.ru

Abstract. In this paper we consider a method for calculating frequency-dependent rays, which allows to approximate effectively the propagation of a broadband signal. A comparative analysis of this method with the standard ray method and the finite-difference method is carried out. It is shown to be promising for solving seismic problems.

Keywords: ray method, ray tracing, travltimes

Введение

При решении прямых и обратных задач сейсмики важную роль играет лучевой метод [1]. На его основе реализованы ключевые процедуры обработки сейсмических данных, например, глубинная миграция Киргхофа. В первую очередь лучевой метод служит для расчета времен пробега сейсмических волн. Однако он также используется и для расчета волновых полей в моделях с умеренно сложным строением. Важным ограничением лучевого метода является тот факт, что он основан на высокочастотной аппроксимации процессов распространения сигнала и не учитывает эффекты, вызванные тем фактом, что реальные сейсмические сигналы имеют ограниченный спектр. Высокочастотная аппроксимация часто ведет к «нефизичному» поведению лучей и соответствующих времен пробега, посчитанных вдоль лучевых траекторий в моделях с наличием резких границ раздела между областями с разными значениями физических параметров. Хорошо известно, что сигналы с ограниченным спектром распространяются внутри некоторого объема, окружающего луч (так называемая зона Френеля или в 3D «френелевский объем»). Ширина

этого объема определяется доминирующей частотой сигнала. Сигнал «чувствует» вариации параметров среды внутри этого объема и меняет соответствующим образом направление своего распространения. Был предложен целый ряд подходов, с помощью которых можно с разной степенью эффективности учесть этот факт и ослабить влияние высокочастотной аппроксимации, используемой в лучевом методе [2,3,4,5,6]. В работах [7,8] рассматривались так называемые «точные» частотно-зависимые лучи. Было показано, что с их помощью можно достаточно эффективно рассчитывать времена пробега вдоль лучей под солевыми телами. Однако процедура построения «точных» частотно-зависимых лучей достаточно дорога в вычислительном плане, т.к. для нее требуется расчет волнового поля на заданной частоте (т.е. численное решение уравнения Гельмгольца).

В работе А. Ломакса [4] предложен упрощенный, но весьма эффективный метод для аппроксимации распространения широкополосных сейсмических сигналов. Автор называет его методом сглаживания в пределах длины волны (англ. «wavelength-smoothing technique»). Метод основан на использовании принципа Гюйгенса и частотно-зависимой функции скорости. Скорость для трассировки луча определяется при сглаживании заданной скоростной модели среды вдоль нормали к лучу в текущей точке (т.е. вдоль фронта волны) по апертуре, пропорциональной длине волны. В дальнейшем мы будем называть лучи, построенные этим методом “лучами Ломакса”. В предельном случае (при уменьшении длины волны) лучи Ломакса сводятся к стандартным лучам, описываемым в хорошо известной теории лучевого метода.

В данной работе мы показываем, что лучи Ломакса являются перспективными для решения задач сейсмики. Мы демонстрируем применение лучей Ломакса в сложно устроенных средах для расчета времен пробега и акустических волновых полей в частотной области.

Метод

В данном разделе мы кратко опишем алгоритм построения “лучей Ломакса”, а также подчеркнем, в чем именно заключается их отличие от стандартных лучей. Для простоты изложения мы остановимся на двумерном случае. Все приводимые рассуждения можно напрямую перенести на трехмерный случай.

Ключевым моментом в методе Ломакса является сглаживание скоростей вдоль текущего положения фронта, т.е. по направлению нормали к лучу. Для заданной частоты υ усредненная скорость имеет выражение:

$$v_{sm}(\vec{x}_p,\upsilon)=\frac{\sum_{j=-N}^{N} w_j v(\vec{x}_j)}{\sum_{j=-N}^{N} w_j}, \qquad (1)$$

где w_j есть значения функции сглаживания, $v(\vec{x}_j)$ значения интервальных скоростей, взятых в определенных точках $\vec{x}_j$ вдоль фронта (Рисунок 1). Эти точки рас-

положены симметрично относительно центральной точки $\vec{x}_p = (x_p, z_p)$. Максимальное расстояние от центральной точки (апертура усреднения) определяется параметром θ, который задается в длинах волны: $\theta \sim \lambda$, где $\lambda = \dfrac{v(\vec{x}_p)}{\upsilon}$.

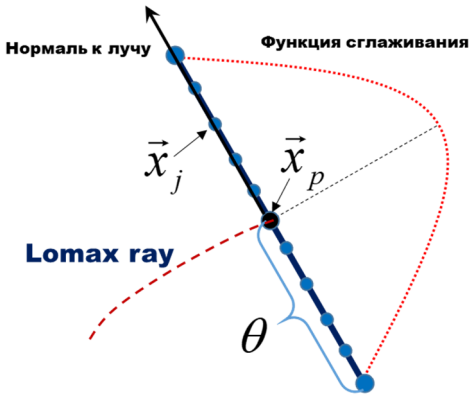

Рис. 1. Определение сглаженной скорости вдоль нормали к лучу

В качестве функции сглаживания используется функця Гаусса: $w(x) = \exp\{-4 \ln 2 (x/2)^2\}$.

Пусть луч Ломакса находится в некоторой текущей точке $\vec{x}_p = (x_p, z_p)$, также в этой точке задан единичный вектор касательной $\vec{s} = (s_x, s_z)$, соответственно единичная нормаль к лучу $\vec{n} = (s_z, -s_x)$. В направлении нормали $\vec{n}$ на расстоянии l от точки на луче симметрично выбираются краевые точки $\vec{x}_1$ и $\vec{x}_2$ (Рисунок 2). В каждой из трех точек по формуле (1) вычисляются сглаженные скорости: $\bar{v}_p = v_{sm}(\vec{x}_p, \upsilon)$, $\bar{v}_1 = v_{sm}(\vec{x}_1, \upsilon)$, $\bar{v}_2 = v_{sm}(\vec{x}_2, \upsilon)$. Для двух последних используется то же направление сглаживания вдоль нормали $\vec{n}$. Пусть задан шаг по времени для движения вдоль луча dt. За это время центральная точка $\vec{x}_p$ переместится в точку $\vec{x}_p + d\vec{x}_p$, $d\vec{x}_p = (dx_p, dz_p)$ в направлении вектора $\vec{s}$. При этом

$$dx_p = \bar{v}_p dt \cdot s_x, \quad dz_p = \bar{v}_p dt \cdot s_z \tag{2}$$

Краевые точки пройдут соответственно расстояние $\vec{v}_1 dt$ и $\vec{v}_2 dt$ (Рисунок 2). Предполагая, что фронт остается локально плоским из простых геометрических соображений можно получить выражение для поправки к вектору касательной к лучу $d\vec{s}$ и найти направляющей вектор в следующей точке на луче:

$$ds_X = -\frac{\Delta\bar{v}_p}{x_1 - x_2} dt \cdot s_Z, \qquad ds_Z = -\frac{\Delta\bar{v}_p}{z_1 - z_2} dt \cdot s_X, \qquad \Delta\bar{v}_p = \bar{v}_1 - \bar{v}_2. \tag{3}$$

Таким образом происходит движение вдоль луча, причем трассировка ведется в некотором объеме среды, т.к. на положение фронта влияют движение краевых точек. Параметр l (расстояние до краевых точек или, иными словами, ширина плоского фронта) оказывается очень важным параметром. Предлагается выбирать его адаптивно на каждом шаге по времени вдоль луча, dt, в зависимости от длины волны: $l = q \cdot \lambda$, где $q \sim 0.25 - 0.5$.

В пределе $l \to 0$ и $dt \to 0$ получаются дифференциальные уравнения для луча Ломакса:

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = -(\nabla \bar{v}_p \cdot \vec{n})\vec{n}, \qquad \frac{d\vec{x}}{dt} = \bar{v}_p \vec{s} \tag{4}$$

Уравнения (4) становятся эквивалентны уравнениям стандартной трассировки лучей при замене усредненной скорости $\bar{v}_p$ на локальную скорость в точке на луче $v(\vec{x})$.

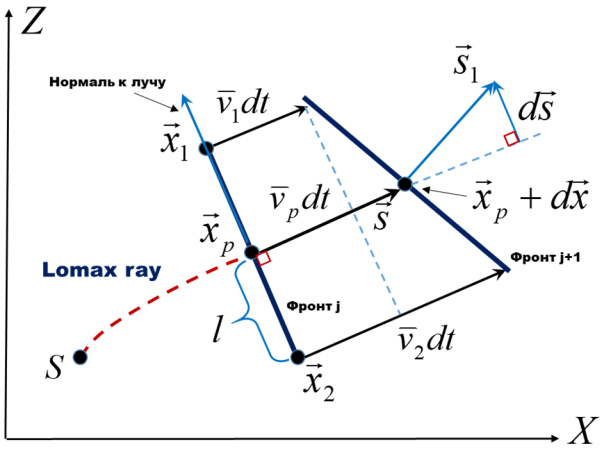

Рис. 2. Построение лучей Ломакса

При построении лучей мы определяем времена в точках среды, через которые проходит каждый конкретный луч. В дальнейшем нам необходимо определить времена на некоторой регулярной сетке. В случае лучей Ломакса, учитывая специфику их построения, можно предложить вполне естественный алгоритм интерполяции времен с точек на луче на регулярную сетку. При построении луча в методе Ломакса в каждой точке луча рассматривается некоторый объем среды, определяемый длиной волны в текущей точке. Пусть луч уже построен. Двигаясь вдоль луча, т.е. увеличивая время на постоянный инкремент dt, рассмотрим положение на момент времени T_j. При построении луча до момента времени $T_{j+1} = T_j + dt$ плоский волновой фронт прошел через область среды, сосредоточенный внутри трапеции, основания которой составляют два отрезка: положение фронта в момент T_j и положение фронта в момент T_{j+1} (Рисунок 3). Внутри этой

трапеции могут находится точки регулярной сетки. Если таковые точки находятся, то времена в них интерполируются по принципу, схематично изображенному на Рисунке 3.

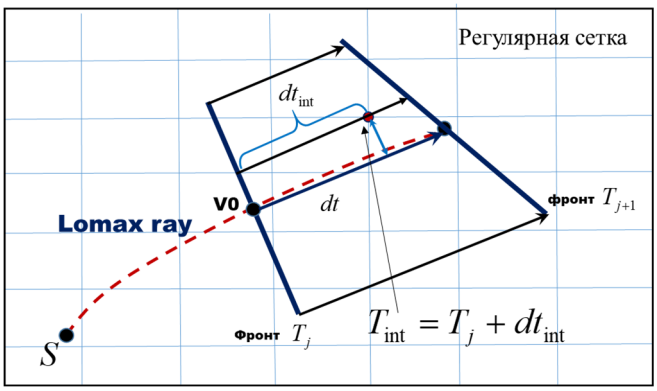

Рис. 3. Пересчёт времен на регулярную сетку при трассировке лучей Ломакса

С помощью построенных лучей и соответствующих времен пробега возможно рассчитывать приближенно волновые поля [10]. Ниже мы приведем один из примеров такого расчета.

Численный эксперимент

Одной из существенных проблем, возникающих при использовании лучевого метода, является построение лучей через контрастные границы, например, границы солевых тел. Солевые тела могут иметь весьма сложную форму. Скорости сейсмических волн в соли, как правило, заметно выше, чем в окружающих соляную интрузию осадочных породах. В силу этих причин весьма проблематично построить лучи, проходящие через соляное тело и рассчитать времена вдоль лучей в тех точках среды, которые расположены под интрузией. Использование частотно-зависимых лучей помогает отчасти разрешить эту проблему [8,9].

Ниже мы покажем, что с помощью более простых в построении лучей Ломакса можно весьма успешно решать проблему трассировки через солевые тела. На Рисунке 4 приведен фрагмент известной модели Sigsbee с соляным телом сложной формы (показано желтым). Скорость в соли составляет 4500 м/с. Наша задача - построить лучи сквозь соляную интрузию и рассчитать соответствующие времена на горизонтальной линии приемников, расположенной в глубине. Стандартные лучи, построенные из источника, который находится на поверхности, приведены на Рисунке 4а (показаны черным цветом). Как можно видеть, их поведение нерегулярно. На резких, неплоских границах, лучи рассеиваются. На линии приемников, где рассчитываются времена первых вступлений, образуются «дыры» - интервалы, куда лучи вообще не приходят. Это явное противоречие с реальным физическим процессом распространения волн. Отметим, что лучи строятся очень плотно, т.е. с малым инкрементом по углу выхода из источника (в данном случае, 0.02 градуса). Но это не помогает получить времена на всей линии приемников в глубине. На Рисунке 4б приведены лучи Ломакса, построенные для частоты 5 Гц (изображены красным). Как можно видеть, их по-

ведение гораздо более «физично», чем поведение стандартных лучей. Лучи Ломакса проходят через соляное тело. Параметр θ (апертура сглаживания локальных скоростей) выбирался равным 1.5 длины волны каждой точке луча.

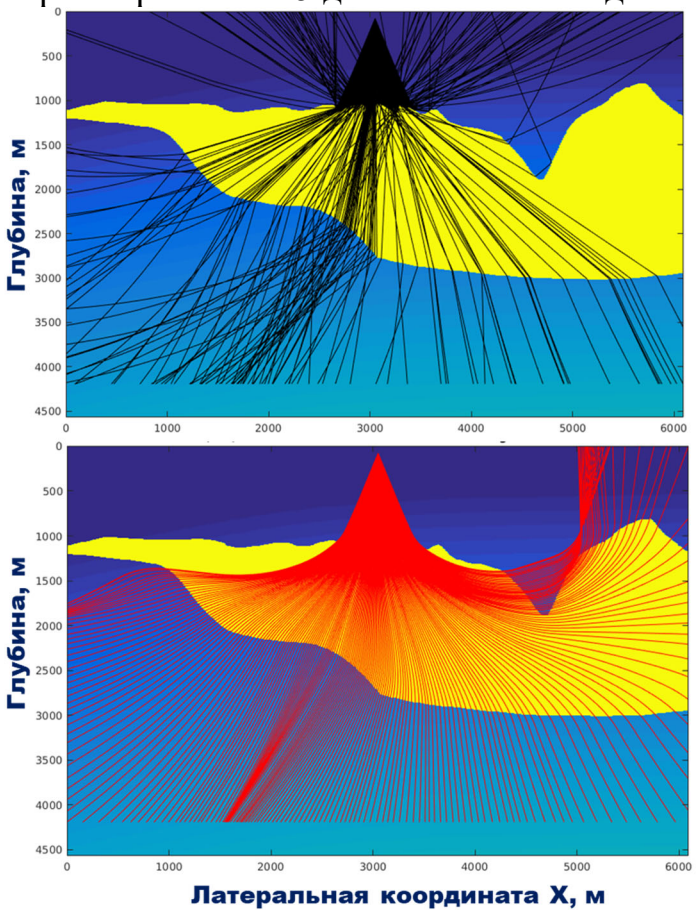

Рис. 4. (а) стандартные лучи; (б) лучи Ломакса для частоты 5 Гц

Ниже мы приводем один пример расчета акустических волновых полей лучами Ломакса и сравниваем результат с результатами конечно-разностного метода. Чтобы упростить сравнение, далее мы используем сглаженную версию фрагмента скоростной модели. На Рисунке 5 (левый столбец) приведены времена первых вступлений, построенные лучевым методом после интерполяции на регулярную сетку в сравнении с распределением времен первых вступлений, полученных конечно-разностным методом. Несмотря на то, что модель была сглажена, поле времен, полученное с помощью стандартных лучей, имеет «дыры» на краях расчетной области. Времена пробега, полученные по лучам Ломакса (здесь показан случай для частоты 10 Гц), хорошо соответствует “ конечно-разностным” временам первых вступлений (невязка не превосходит 5 мсек). На Рисунке 5 (правый столбец) приводятся соответствующие волновые поля в частотной области на частоте 10 Гц (вещественная часть), построенные конечно-разностным и лучевым методами. Как можно видеть, волновое поле, построенное с использованием лучей Ломакса, гораздо лучше соответствует волновому полю, вычисленному конечно-разностным методом, чем результат, полученный при использовании стан-

дартных лучей. Невязка в целевой области не превышает 3%. Таким образом, мы численно демонстрируем, что лучи Ломакса могут эффективно использоваться для приближенного расчета волновых полей в достаточно сложных средах.

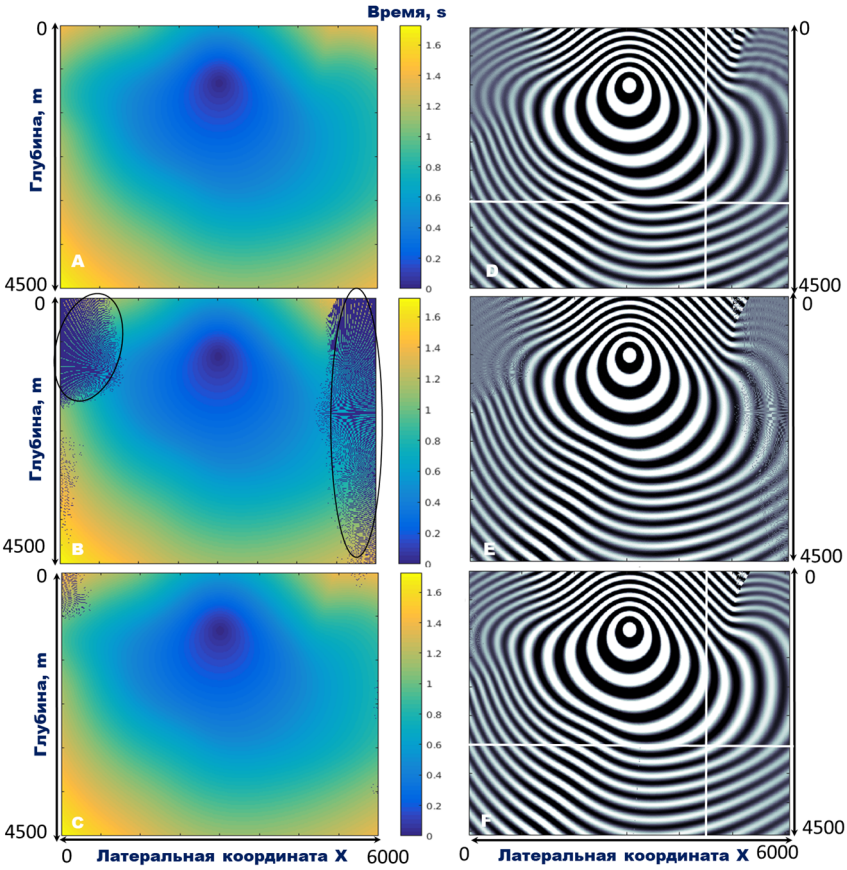

Рис. 5. (левый столбец) Поле времен первых вступлений: (а) конечно-разностное моделирование; (б) стандартные лучи; (в) лучи Ломакса для частоты 10 Гц. (правый столбец): соответствующие волновые поля в частотной области на частоте 10 Гц (реальная часть)

Заключение

В работе рассмотрен метод Ломакса для расчёта частотно-зависимых лучей, который позволяет просто и эффективно аппроксимировать распространение широкополосного сигнала. Проведён сравнительный анализ метода Ломакса, стандартного лучевого метода в сложно устроенных средах на задачах расчета времен пробега и расчета волновых полей. Полученные результаты указывают на перспективность использования лучей Ломакса для моделированя времен пробега и рассчета волновых полей в задачах сейсмики.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и ЧНФ в рамках научного проекта №20-55-26003.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бабич В.М., Булдырев В.С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн – М.: Наука, 1972. – 254 с.

2. Кравцов Ю.А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред – М.: Наука, 1980. – 282 с.

3. Cerveny V., Soares J.E.P. Fresnel volume ray tracing// Geophysics. - 1992. –Vol. 57. – P. 902-915.

4. Lomax A. The wavelength-smoothing method for approximating broad-band wave propagation through complicated velocity structures// Geophys. J. Int. – 1994. –Vol. 117. – P. 313-334.

5. Vasco D.W., Peterson J. E., Majer, E.L. Beyond ray tomography: Wavepaths and Fresnel volumes// Geophysics. – 1995. – Vol. 60. – P. 454-469.

6. Bube K.P., Washbourne J.K.: Wave tracing: ray tracing for the propagation of band-limited signals: Part 1 – Theory// Geophysics. – 2008. –Vol. 73 – P. VE377-VE384.

7. Гадыльшин К.Г., Протасов М.И. Построение точных частотно-зависимых лучей при известном решении уравнения Гельмгольца// Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии – 2015. – №4. – С. 586-594.

8. Протасов М.И., Гадыльшин К.Г. "Точные" частотно-зависимые лучи в акустической среде и их свойства// Доклады РАН – 2018. – Т. 482. –№5. – С. 587-592.

9. Протасов М.И., Осипов К.С. Частотно-зависимое лучевое трассирование для неплоских границ// Технологии сейсморазведки. – 2014. – № 3. – С. 25-31.

10. Cerven y, V., Molotkov, I. A., and Psencik, I. Ray theory in seismology: Charles Univ. Press. 356.

© Д. А. Неклюдов, М. И. Протасов, 2022