

Т. С. Хачкова^{1}, В. В. Лисица², О. С. Сотников³, И. А. Исламов³, Д. И. Ганиев³*

Численная оценка абсолютной проницаемости горной породы на основе корреляционной зависимости от геометрии микротомографического изображения

¹ Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация

² Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация

³ Институт «ТатНИПИнефть», ПАО «Татнефть» им. В. Д. Шашина, г. Бугульма, респ. Татарстан, Российская Федерация
* e-mail: KhachkovaTS@ipgg.sbras.ru

Аннотация. В работе предложен ресурсосберегающий алгоритм численной оценки проницаемости горной породы по КТ-изображениям образца высокого разрешения. Поскольку размер таких изображений достигает нескольких тысяч вокселей в каждом направлении, то для численного моделирования флюидопотоков требуются огромные вычислительные ресурсы, необходимы использование суперкомпьютеров и распараллеливание задачи. При этом цифровые подобразцы размера нескольких сотен вокселей в каждом направлении статистически представительны при оценке геометрических параметров и могут использоваться для расчета проницаемости на персональном компьютере и накопления статистических данных. Построенная на их основе корреляционная зависимость абсолютной проницаемости от геометрии цифрового образца позволяет не только выполнять оценку требуемой характеристики для оригинального образца, но и экстраполировать ее на требуемый масштаб, например, полноразмерного керна.

Ключевые слова: цифровой керн, абсолютная проницаемость, корреляционная зависимость, масштабирование

T. S. Khachkova^{1}, V. V. Lisitsa², O. S. Sotnikov³, I. A. Islamov³, D. I. Ganiev³*

Numerical assessment of the absolute permeability of the rock based on the correlation dependence on the geometry of the microtomographic image

¹ Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation

² Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation

³ TatNIPIneft Institute, PJSC Tatneft named after V.D. Shashin, Bugulma, Tatarstan, Russian Federation
* e-mail: KhachkovaTS@ipgg.sbras.ru

Abstract. In the paper we propose a resource-saving algorithm for numerical estimation of rock permeability from high-resolution CT-images of a sample. Since the size of such images reaches several thousand voxels in each direction, the numerical simulation of fluid flows in assessing the absolute permeability of the rock requires huge computing resources, the use of supercomputers and parallelization of the problem are necessary. At the same time, digital samples of a size of several hundred voxels in each direction are statistically representative in assessing geometric parameters and can be

used to calculate permeability on a personal computer and accumulate statistical data. The correlation dependence of absolute permeability on the geometry of a digital sample built on their basis allows not only to evaluate the required characteristic for the original sample, but also to extrapolate it to the required scale, for example, a full-size core.

Keywords: digital core, absolute permeability, correlation dependence, scaling.

Введение

Вычислительная физика горных пород – это активно развивающаяся научная область, находящаяся на стыке вычислительной математики и геофизики. Сначала здесь строятся цифровые модели породы, а затем выполняется численное моделирование различных физических процессов как в масштабе пор, так и на более крупных масштабах. Полученная информация о необходимых физических полях используется для оценки параметров горной породы. При этом на микромасштабе цифровая модель образца породы строится на основе его микрофотографических изображений, размер и разрешение которых в связи с ростом возможностей аппаратуры с каждым годом все более возрастают. С одной стороны, большая детализация позволяет изучать процессы на более глубоком уровне, но с другой стороны, для этого требуются все большие вычислительные ресурсы. Так для численного моделирования физических процессов сейчас используются сетки в 10^9 - 10^{10} точек (при размере изображений порядка 2000 вокселей и разрешении в первые микроны на воксель), при этом необходимо использование суперкомпьютеров, графических ускорителей и современных параллельных алгоритмов. В то же время для оценки геометрических параметров, таких как общая пористость, открытая пористость, удельная поверхность раздела скелета и порового пространства, достаточно персонального компьютера, причем для этих параметров рассматриваемые образцы являются репрезентативными. При этом их представительность для оценки физических параметров остается под вопросом [1].

Поэтому часто используется следующий подход: строится множество цифровых моделей разного размера, для них решается серия задач и собираются статистические данные, после чего рассчитывается корреляционная зависимость оцениваемых параметров от геометрических [2, 3]. В этих работах исследовалась зависимость абсолютной проницаемости от пористости, рассчитанная по моделям обломков песчаника разного размера, не всегда представительного. Однако, как показали авторы, накопленной статистики было достаточно для построения функциональной зависимости.

Предлагаемый в нашей работе подход развивает рассмотренный выше, однако множество цифровых моделей формируется иначе. Большие трехмерные изображения, требующие для расчета физических параметров использования суперкомпьютеров, разбиваются на модели меньшего размера. Такого, чтобы численное моделирование течения жидкости в поровом пространстве можно было выполнить на персональном компьютере, возможно, с использованием ускорителей (GPU). Кроме того, для оценки абсолютной проницаемости используются как построенная корреляционная зависимость от пористости, с помощью кото-

рой оценки параметра экстраполируются на необходимый масштаб, так и двухмасштабное осреднение, которое вместе с результатами лабораторных измерений подтверждает высокую точность полученных оценок.

Метод

Предлагаемый подход описывается на примере микротомографических изображений образцов карбоната. Изначально имелись четыре цилиндрических образца керна длиной 4 см и диаметром 3 см, выбуренных таким образом, чтобы представить разные диапазоны пористости и проницаемости. На них были проведены лабораторные измерения пористости и проницаемости, после чего образцы дважды уменьшались. Сначала выпиливались кубики с гранью 2 см (измерялись пористость и проницаемость в трех направлениях), а затем кубические образцы с гранью 0,4 см (измерялась пористость). Для них и была выполнена микротомографическая съемка с разрешением 3 мкм на воксель. Таким образом для численной оценки абсолютной проницаемости используются четыре трехмерных микротомографических изображения самых малых образцов (№ 7, 25, 31, 78), при этом имеются данные лабораторных измерений проницаемости образцов большего размера: 26.3, 16.99, 90.93 и 1684.1 соответственно (в 10^{-3} мкм²).

Для каждого трехмерного изображения сначала выполняется предварительная обработка – обрезка окаймляющей области, фильтрация методом нелинейного среднего [4] и сегментация методом [5], т.е. разделение всех вокселей на скелет и поровое пространство. После этого размер цифровых образцов в каждом направлении составляет 1100 - 1200 вокселей. Подготовленные изображения (рис. 1) далее разбиваются на цифровые подобразцы размером 200^3 вокселей, чтобы для оценки абсолютной проницаемости можно было использовать персональный компьютер с одним графическим сопроцессором (nVidia GeForce 2090Ti, оперативная память 12 Гб). Т.е. каждый цифровой образец разбивается на 6 частей в каждом направлении, в итоге получается выборка из 216 элементов. После чего для каждого из образцов (№ 7, 25, 31, 78) решается серия задач для оценки общей и открытой пористости, а также абсолютной проницаемости породы.

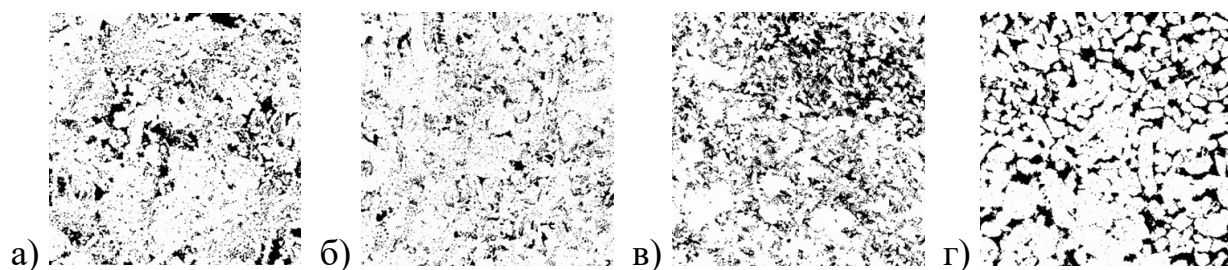


Рис. 1. Разрезы трехмерных цифровых моделей образцов карбоната:

а) №7, б) №25, в) №31, г) №78

Чтобы оценить абсолютную проницаемость, в поровом пространстве цифрового образца моделируется течение вязкой несжимаемой жидкости. Решается стационарное уравнение Стокса

$$\mu \Delta \vec{u} - \nabla p = 0, \quad \nabla \cdot \vec{u} = 0,$$

где μ – вязкость жидкости, $\vec{u}$ – скорость потока, а p – давление в жидкости.

На противоположных сторонах образца задаются значения давления p_0 и p_1 , а касательные компоненты скорости предполагаются равными нулю. Кроме того, задаются условия прилипания, т.е. равенство нулю скорости, на поверхности раздела скелета и порового пространства и на боковых границах. Решение этого уравнения – это основная, наиболее ресурсозатратная часть алгоритма оценки проницаемости. Для построения стационарного решения используется итерационный метод установления, а именно: решение уравнения Стокса конструируется как асимптотическое установившееся решение нестационарного уравнения Навье-Стокса. В нем пренебрегается влиянием конвективных членов в силу малой скорости потока. Подробное описание представлено нами в работе [6].

Рассчитав поле скорости и распределение давления для жидкости, с использованием закона Дарси оценивается абсолютная проницаемость в направлении перепада давления:

$$\kappa = - \frac{\mu L_x}{(p_1 - p_0) L_y L_z} Q, \quad \text{где } Q \text{ – поток жидкости через образец}$$

$$Q = \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} u_x dy dz.$$

Здесь κ – абсолютная проницаемость, L_x , L_y , L_z – размеры образца в соответствующих направлениях, u_x – скорость жидкости в направлении перепада давления.

Для оценки общей пористости используется отношение числа вокселей, соответствующих поровому пространству, к общему количеству вокселей в цифровом образце. А при оценке открытой пористости учитываются только те поры, которые сообщаются между собой и обеспечивают перколяцию, т.е. формируют каналы, связывающие противоположные грани образца. Таким образом открытая пористость рассчитывается для каждого пространственного направления.

Итак, сначала оцениваются значения указанных параметров для каждого малого образца из выборки и набирается статистика. Затем рассматривается зависимость между абсолютной проницаемостью и открытой пористостью для каждого из образцов (№ 7, 25, 31, 78) как в линейной шкале, так и в логарифмической (рис. 2-5). На графиках видно, что эти зависимости описываются с высокой точностью линейной регрессией:

$$\ln(\kappa) = b_0 \ln(\phi_o) + b_1,$$

где ϕ_o – открытая пористость, κ – проницаемость, b_0 и b_1 – некоторые константы. Эту зависимость можно представить в следующем виде:

$$\kappa = e^{b_1} \phi_o^{b_0} = c \phi_o^{b_0},$$

где b_0 и c – некоторые константы. На графиках (рис. 2-5) сплошными линиями представлены рассчитанные тренды для каждого пространственного направления. На их основе по известным значениям пористости были построены оценки абсолютной проницаемости для полных образцов. Значения полученных констант и оценки проницаемости представлены в табл. 1.

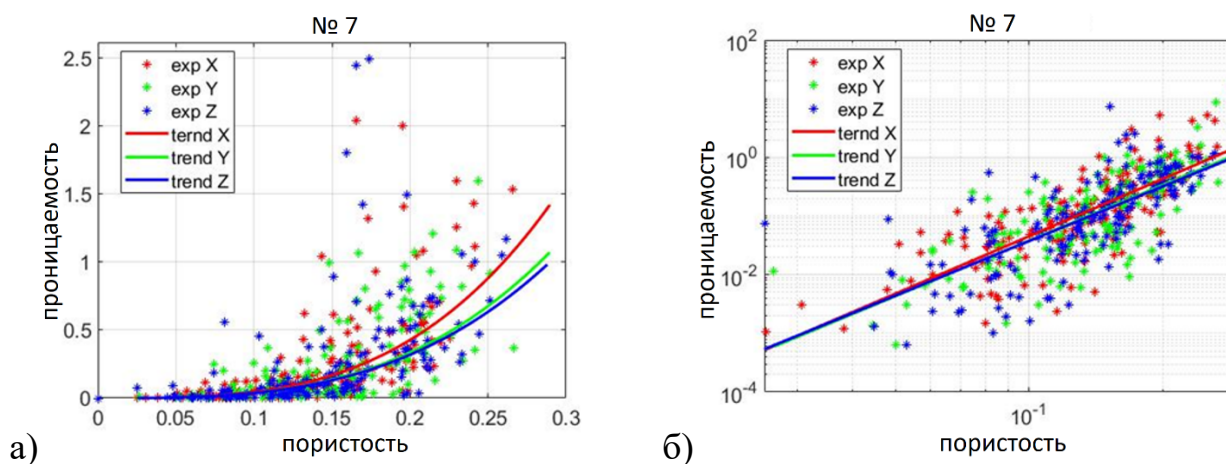


Рис. 2. Зависимость абсолютной проницаемости от открытой пористости и тренды для цифрового образца №7: а) в линейной шкале; б) в логарифмической

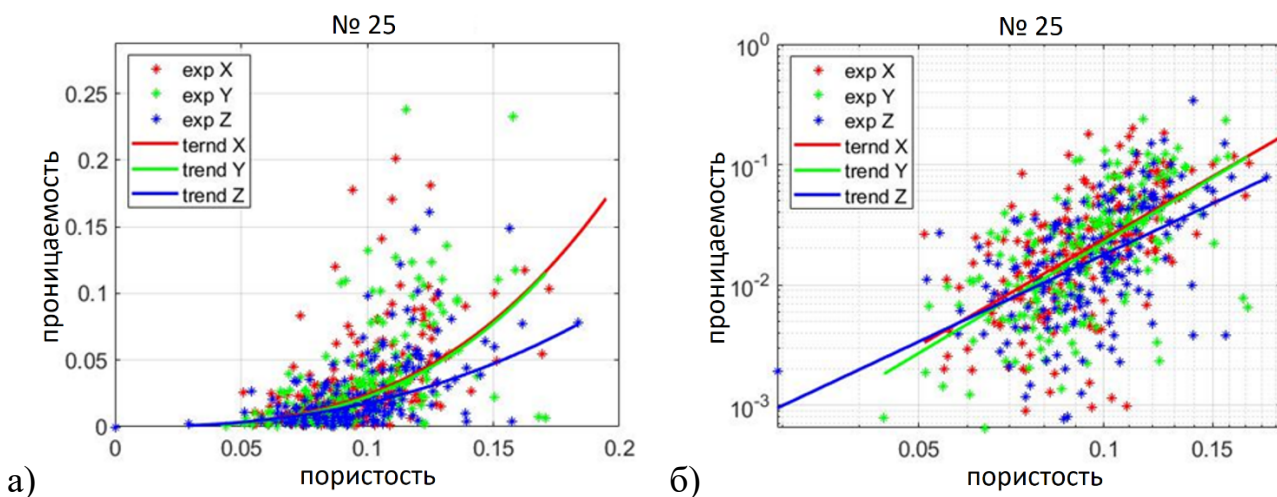


Рис. 3. Зависимость абсолютной проницаемости от открытой пористости и тренды для цифрового образца №25: а) в линейной шкале; б) в логарифмической

Для расчетов использовался компьютер с графическим сопроцессором nVidia GeForce 2090Ti с 12 ГБ оперативной памяти, при этом для расчета проницаемости для 216 подобразцов потребовалось около 10 часов.

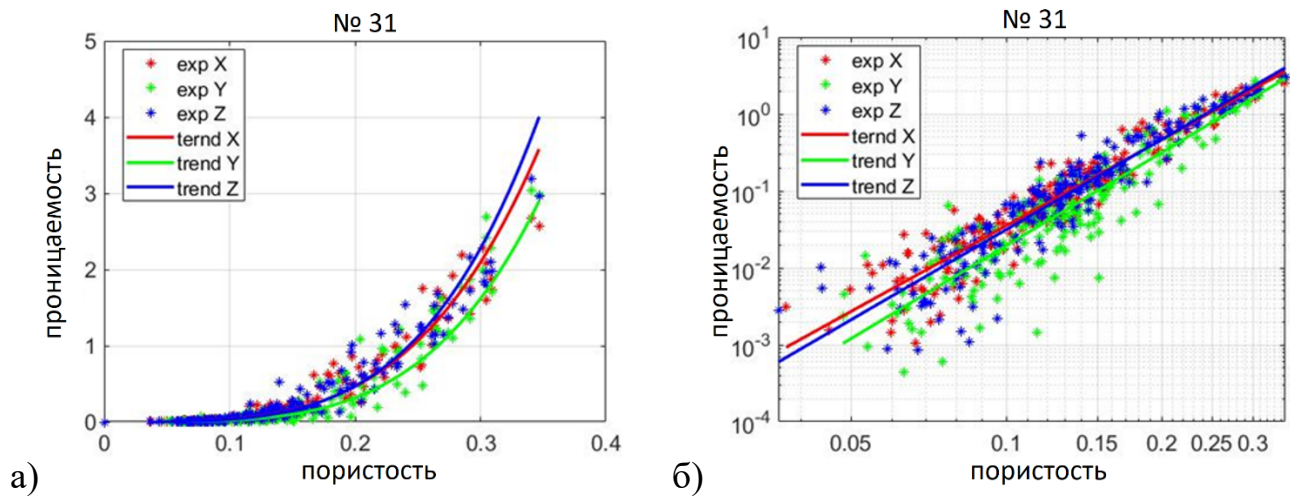


Рис. 4. Зависимость абсолютной проницаемости от открытой пористости и тренды для цифрового образца №31: а) в линейной шкале; б) в логарифмической

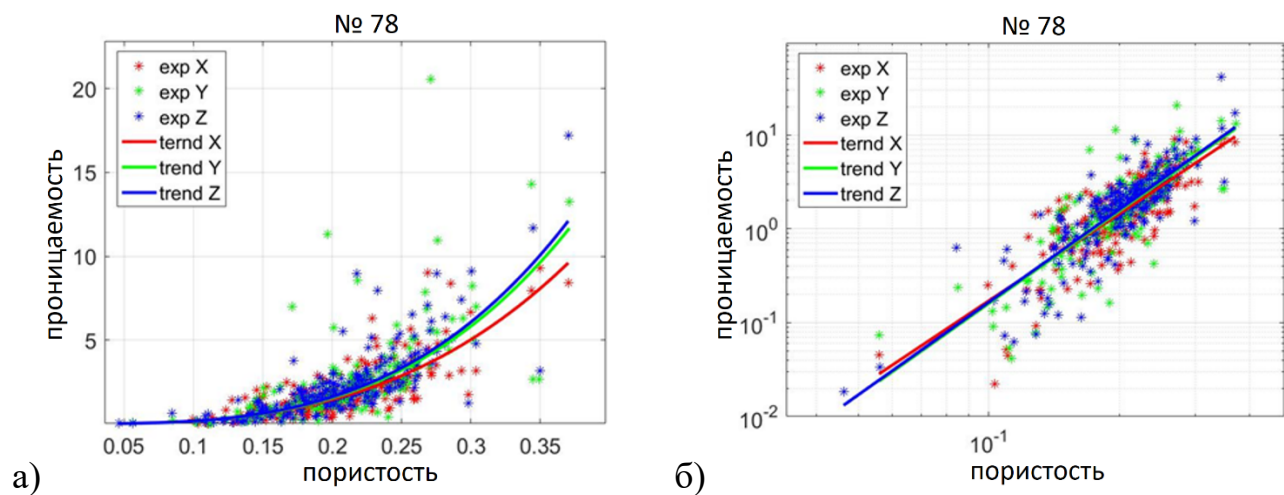


Рис. 5. Зависимость абсолютной проницаемости от открытой пористости и тренды для цифрового образца №78: а) в линейной шкале; б) в логарифмической

Таблица 1

Зависимость абсолютной проницаемости от открытой пористости и оценки по тренду

Образец	Проницаемость X	κ_x (mD)	Проницаемость Y	κ_y (mD)	Проницаемость Z	κ_z (mD)
№7	$68.3 \phi_o^{3.18}$	40.2	$34.88 \phi_o^{3.55}$	52.4	$18.94 \phi_o^{2.66}$	45.6
№25	$21.28 \phi_o^{2.95}$	19.9	$25.41 \phi_o^{3.05}$	18.4	$4.51 \phi_o^{2.40}$	15.3

№31	$182.6 \phi_o^{3.71}$	119.8	$205.23 \phi_o^{4.02}$	73.5	$248.69 \phi_o^{3.89}$	114.0
№78	$204.33 \phi_o^{3.08}$	1555	$298.97 \phi_o^{3.27}$	1685	$315.07 \phi_o^{3.28}$	1744

Двухмасштабное осреднение

Еще один подход к построению численных оценок эффективных параметров образца породы по данным, полученным для подмоделей, основан на двухмасштабном осреднении, когда полный цифровой образец представляется в виде неоднородной – кусочно-постоянной модели, составленной из подобразцов. В рассматриваемом случае модели состоят из кубов – по шесть кубов в каждом направлении. Для такой модели можно вновь провести осреднение. При этом дискретизация модели может быть существенно грубее исходных 3 мкм. В такой постановке дискретизация определяется размером неоднородности, в частности достаточно выбрать дискретизацию в 10 точек на неоднородность, что приводит к общему числу точек при дискретизации грубой модели равному 60 по каждому направлению, а шаг сетки составляет 60 мкм. При этом расположение подмоделей в загрубленной модели совпадает с их исходным расположением в образце.

Для проведения многомасштабного осреднения проницаемости необходимо отметить, что эффективная однородная модель, получаемая на уровне подобразцов, предполагает, что поток в подобразце может быть описан уравнением фильтрации Дарси: $\vec{v} + \frac{\kappa}{\mu} \nabla p = 0$, где κ – абсолютная проницаемость, μ – вязкость жидкости, $\vec{v}$ – скорость и p – давление. Поэтому для двухмасштабного осреднения параметров необходимо решить приведенное уравнение с кусочно-постоянными коэффициентами, после чего следует построить поток и оценить эффективную проницаемость для всего образца. При этом вязкость предполагается постоянной и при оценке проницаемости ее значение сокращается, что позволяет выбрать ее равной единице. Оценки проницаемости двухмасштабным методом приведены в табл. 2.

Полученные оценки с допустимой точностью совпадают с оценками на основе трендов (табл. 1), а также с результатами лабораторных измерений, указанными выше, что подтверждает возможность применения предложенного подхода оценки абсолютной проницаемости с использованием корреляционной зависимости от геометрии.

Таблица 2

Оценка проницаемости многомасштабным методом

Образец	Проницаемость X (mD)	Проницаемость Y (mD)	Проницаемость Z (mD)
№7	33.23	52.46	47.21
№25	18.18	16.19	10.99

№31	115.58	72.11	112.37
№78	1390.23	1467.6	1452.9

Заключение

В работе предложен ресурсосберегающий алгоритм численной оценки абсолютной проницаемости горной породы на основе корреляционной зависимости от геометрии цифрового образца. Этот подход позволяет отказаться от моделирования течения жидкости в поровом пространстве всего образца огромного размера, которое требует использования суперкомпьютеров, и при котором можно рассчитать единственное значение требуемого параметра. Вместо этого предлагается использовать цифровые подобразцы небольшого, но репрезентативного размера для построения тренда, т.е. корреляционной зависимости между абсолютной проницаемостью и открытой пористостью, таким образом получая возможность экстраполировать результаты моделирования до требуемого масштаба. Чтобы выполнить моделирование флюидопотоков на цифровом образце размером в несколько сот вокселей, достаточно одного персонального компьютера. Таким образом, этот подход может быть легко использован в любой лаборатории вычислительной физики. Надо отметить, что в работе показана применимость алгоритма для оценки абсолютной проницаемости породы, но мы предполагаем, что его можно использовать и при оценке других основных параметров горных пород: относительной проницаемости, модулей упругости, капиллярного давления и т.д. Это необходимо подтвердить в будущем.

Благодарности

Т. Хачкова выполнила численное моделирование в рамках проекта ФНИ FWZZ-2022-0022. В. Лисица построил тренды и выполнил оценки при поддержке гранта РФФИ № 21-71-20003.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Влияние масштаба микротомографических изображений на оценку макромасштабных свойств породы / Я. В. Базайкин [и др.] // Технологии сейсморазведки. – 2016. – № 2. – С. 38-47.
2. Permeability-porosity transforms from small sandstone fragments / A. Kameda [et al.] // Geophysics. – 2006. – №71(1). – P. N11–N19.
3. Relevance of computational rock physics / J. Dvorkin [et al.] // Geophysics. – 2011. – №76. – P. E141–E153.
4. Digital rock physics benchmarks - part I: Imaging and segmentation / H. Andra [et al.] // Computers and Geosciences. – 2013. – №50(0). – P. 25–32.
5. Otsu, N. Thresholds selection method form grey-level histograms // IEEE Trans. On Systems, Man and Cybernetics. – 1979. – №9(1).
6. Гадыльшина К.А., Хачкова Т.С., Лисица В.В. Численное моделирование химического взаимодействия флюида с горной породой [Электронный ресурс] // Вычислительные методы и программирование. – 2019. – Том 20. – №4. – С. 457-470.

© Т. С. Хачкова, В. В. Лисица, О. С. Сотников, И. А. Исламов, Д. И. Ганиев, 2023