

## **ДИНАМИЧЕСКИЕ СРЕДЫ КАК СРЕДСТВО ВИЗУАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА ПО МАТЕМАТИКЕ**

*Алла Сергеевна Рванова*

Северо-Казахстанский государственный университет им. М. Козыбаева, 150000, Республика Казахстан, г. Петропавловск, ул. Пушкина, 86, кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и информатики, e-mail: alla\_rv@mail.ru

*Ольга Викторовна Григоренко*

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, кандидат физико-математических наук, доцент, зав. кафедрой высшей математики, e-mail: ogridorenko2311@mail.ru

В статье рассматривается вопрос о реализации когнитивной визуализации в обучении математике с помощью компьютерных динамических сред. Указаны некоторые направления и приведены примеры визуализации учебного материала по теме «Поверхности в пространстве» в программе GeoGebra.

**Ключевые слова:** обучение математике, интерактивная динамическая среда, когнитивная визуализация.

## **DYNAMIC ENVIRONMENTS AS MEANS OF VISUALIZING MATHEMATICS TEACHING MATERIAL**

*Alla S. Rvanova*

North Kazakhstan State University n.a. M. Kosybaev, 86, Pushkina St., Petropavlovsk, 150000, Kazakhstan Republic, Ph. D., Associate Professor, Department of Mathematics and Informatics, e-mail: alla\_rv@mail.ru

*Olga V. Grigorenko*

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph. D., Associate Professor, Head of Department of Higher Mathematics, e-mail: ogridorenko2311@mail.ru

The article deals with implementation of cognitive visualization in mathematics teaching using computer dynamic environments. Some directions are specified and examples of visualization of educational material on the theme "Surfaces in space" in the GeoGebra program are given.

**Key words:** teaching mathematics, interactive dynamic environment, cognitive visualization.

Совершенствование процесса обучения математике по-прежнему остается актуальной проблемой системы образования, требующей новых решений, одно из которых может заключаться в поиске педагогических технологий, использующих резервы мышления обучающихся. Традиционные методики обучения математике, реализующиеся в практике современной высшей школы, основываются на активном использовании абстрактно-теоретического мышления обучающихся с доминирующей ролью левого полушария головного мозга, однако

именно абстрактное мышление у студентов развито недостаточно, кроме того, исследования психологов показывают, что человеком большая часть информации воспринимается не логически, а образно, на основе деятельности правого полушария. В. А. Далингер формулирует проблему, как построить обучение математике «на сбалансированной работе и левого, и правого полушарий головного мозга, т. е. на разумном сочетании логического и визуального мышления» [1, с. 207]. Решение этой проблемы ученые [1–4 и др.] видят в реализации когнитивно-визуального подхода в процессе обучения математике.

Различая понятие «наглядность» и «визуализация», А. Г. Барышкин, Т. В. Шубина, Н. А. Резник под *визуализацией* понимают «*представление, структурирование и оформление* учебного материала, основанное на различных способах предъявления информации и взаимосвязей между ними, способствующих активному восприятию учебного математического материала» [3, с. 63], в отличие от наглядности, зачастую предполагающей лишь созерцание объекта. Информационные технологии значительно расширяют диапазон визуальных средств. При этом на компьютерные программы должна быть возложена обучающая функция, а не автоматизированное решение различных математических задач.

Среди компьютерных средств обучения математике наибольшие возможности в реализации когнитивной визуализации открывают программы динамической геометрии (Cabri, Живая геометрия, GeoGebra, Математический конструктор и др.), которые позволяют, варьируя визуальным образом, выделять существенные свойства изучаемого объекта. Указанная особенность программ динамической геометрии сделала их востребованными в обучении математике, поскольку позволяет организовать математический эксперимент, реализация которого без их использования практически невозможна [5]. Работа с динамическими визуальными образами способствует активному и осознанному восприятию учебного материала.

Несмотря на единство концепции динамических сред, каждая из них обладает некоторыми особенностями, определяющими целесообразность ее использования в той или иной учебной ситуации. Кроме того, постоянное усовершенствование программ динамической геометрии позволяет рассматривать их как эффективное средство обучения математике не только в школе, но и в образовательных организациях высшего образования. В контексте сказанного следует выделить программу GeoGebra, которая является свободно распространяемой, имеет web-версию, а также мобильное приложение, что дает возможность свободно и вариативно использовать ее в учебном процессе. Но основным преимуществом данной среды является функционал, позволяющий использовать ее как средство визуализации учебного материала по высшей математике. В основном это касается построения графиков. GeoGebra, в отличие от других динамических сред, поддерживает трехмерную графику. Средствами этой программы можно построить не только график функции, но и множество точек, координаты которых удовлетворяют некоторому уравнению. Это актуально при

работе с кривыми и поверхностями второго порядка, а также при визуализации задач, связанных с исследованием функций двух переменных. При этом в программе достаточно просто организована работа с параметрами, изменение которых позволяет выявлять и наблюдать различные свойства изучаемых объектов. Некоторые аспекты использования программы GeoGebra в обучении математике в вузе рассмотрены в работах [6, 7 и др.].

Важно отметить, что интерфейс программы устроен таким образом, что обучающиеся могут самостоятельно выполнять построение моделей на основе имеющихся математических знаний без какого-либо преобразования математического материала с целью приспособления к особенностям среды, в свою очередь, оперирование созданными образами ведет к получению новых математических знаний. Модели, созданные в программе GeoGebra, являются интерактивными, т. е. позволяют обучающимся не просто следить за динамикой математического объекта, а активно участвовать в его преобразовании.

К примеру, в работе с поверхностями в пространстве программа GeoGebra позволяет:

- строить поверхность, используя ее уравнение в декартовой системе координат;
- визуализировать процесс создания поверхности, используя параметр или опцию «оставлять след»;
- рассмотреть поверхность «со всех сторон», используя опцию «вращать чертеж»;
- рассмотреть проекции поверхности на координатные плоскости с помощью окна «2 полотна» и вращения чертежа;
- строить линии пересечения поверхностей с помощью опции «кривая пересечения», исследовать сечения поверхности, взаимное расположение поверхностей.

При изучении конуса второго порядка и его сечений можно предложить задание: Постройте динамические модели конуса и плоскости в одной системе координат, используя каноническое уравнение конуса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$  и общее уравнение плоскости  $Ax + By + Cz + D = 0$ . Как изменяется форма конуса при изменении значений  $a$ ,  $b$  и  $c$ ? Какие линии могут быть сечениями конуса?

Второй вопрос можно конкретизировать следующей последовательностью заданий.

1. Изменяя значения  $A$ ,  $B$ , и  $C$ , расположите плоскость параллельно плоскости  $Oxy$  ( $Oxz$ ,  $Oyz$ ). Придавая динамику значениям  $D$ , проследите, какие линии получаются в сечении конуса плоскостями, параллельными плоскости  $Oxy$  ( $Oxz$ ,  $Oyz$ ).

2. Зафиксируйте значения  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Придавая динамику значениям  $A$ , проследите, какие линии получаются в сечении конуса.

Студенты могут самостоятельно построить динамический конус, введя в окне объектов его каноническое уравнение (рис. 1). При этом программой будут определены параметры, изменение значений которых осуществляется пользователем с помощью «движка» и влечет сжатие или растяжение конуса.

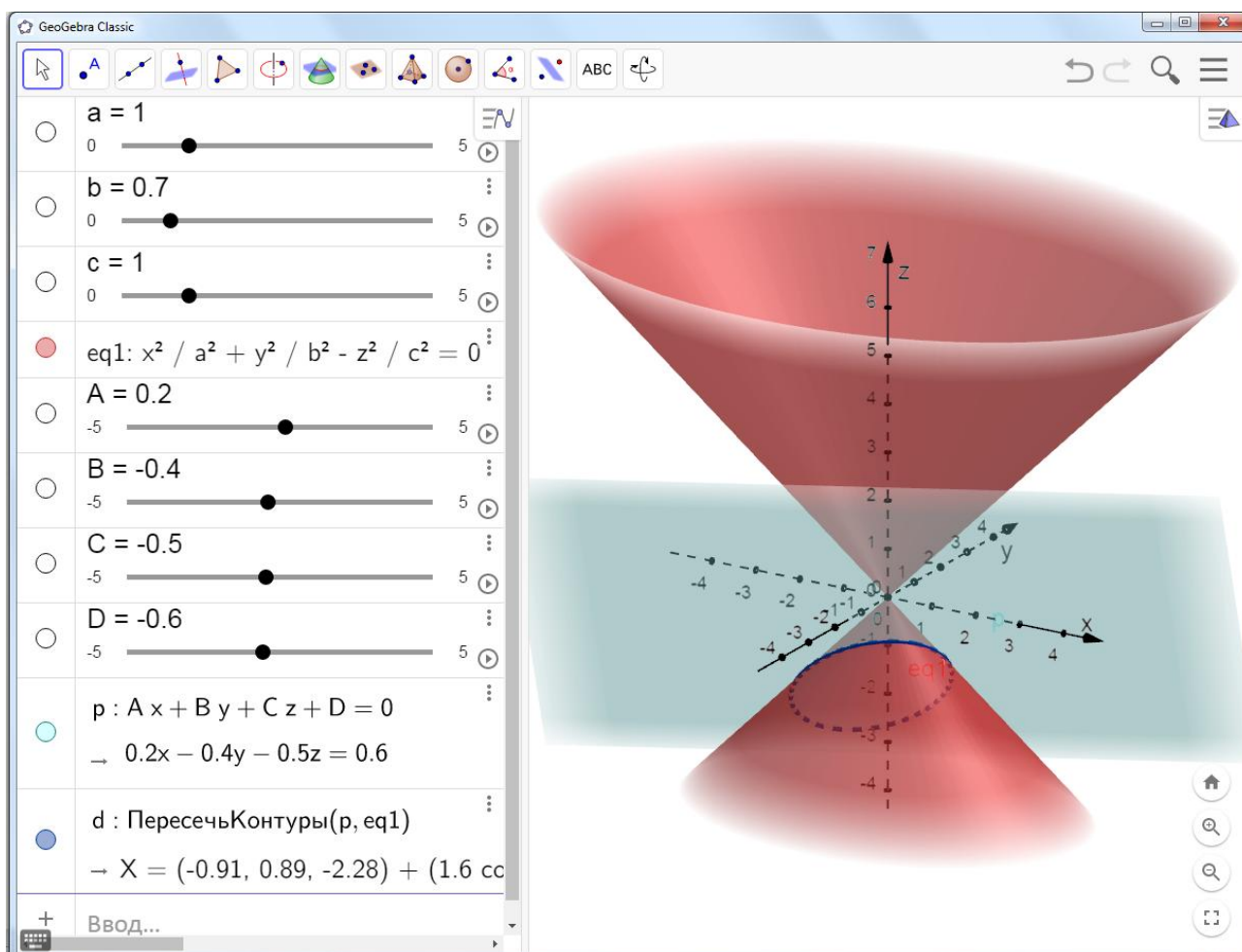


Рис. 1. Динамические конус и плоскость в программе GeoGebra.  
Сечение конуса – эллипс

Для исследования сечений конуса строится динамическая плоскость посредством введения в окне объектов ее общего уравнения, коэффициенты которого также будут определены как параметры. Изменение этих параметров обуславливает изменение положения плоскости в системе координат и позволяет наблюдать, какие линии могут быть сечением конической поверхности: эллипс (см. рис. 1), парабола, гипербола (рис. 2), пара пересекающихся прямых, прямая, точка.

Далее можно предложить обучающимся теоретически обосновать результаты исследования.

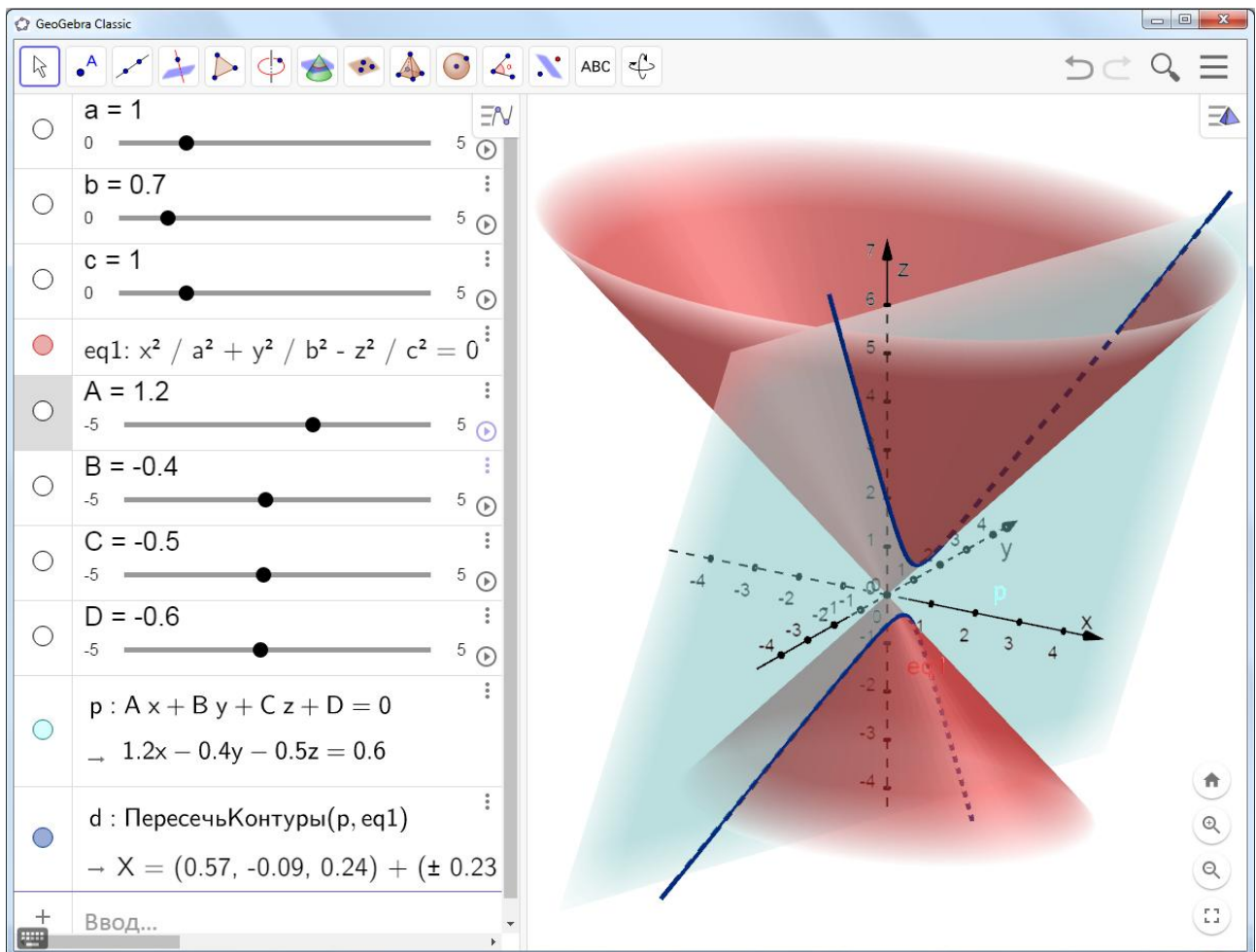


Рис. 2. Динамические конус и плоскость в программе GeoGebra.  
Сечение конуса – гипербола

Таким образом, динамические среды как средство обучения математике, не имеющие аналогов среди традиционных дидактических средств, дают возможность визуализации математических объектов и их свойств, реализации эвристических методов изложения теоретического материала, преобразования математических объектов и выявления их свойств. При этом обучающиеся самостоятельно создают динамические объекты на основе математических знаний, оперируют этим объектами и открывают новые знания.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Далингер В. А. Когнитивно-визуальный подход к обучению математике как фактор успешности ученика в учебном процессе // Международный журнал экспериментального образования. – 2016. – № 5-2. – С. 206–209.
2. Балашов Ю. В. Когнитивно-визуальный подход к обучению математике как эффективное средство математического развития учащихся // Педагогическое мастерство : материалы V Междунар. науч. конф. (г. Москва, ноябрь 2014 г.). – М. : Буки-Веди, 2014. – С. 62–65.

3. Барышкин А. Г., Шубина Т. В. Резник Н. А. Компьютерные презентации на уроке математики // Компьютерные инструменты в образовании. – 2005. – № 1. – С. 62–70.
4. Григоренко О. В., Шмигирилова И. Б. Когнитивная визуализация как средство формирования познавательной компетентности школьников // Сибирский учитель. – 2016. – № 6 (109). – С. 52–56.
5. Рванова А. С. Динамические модели как средство организации учебного исследования по геометрии // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и в вузе : материалы IV Международной научной конференции. Т. I. – М. : МПГУ, 2018. – С. 188–190.
6. Букушева А. В. Компьютерные исследования при обучении геометрии будущих бакалавров // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2017. – № 4. – С. 112–118.
7. Сафонов В. И., Бакаева О. А., Тагаева Е. А. Потенциальные возможности интерактивной среды GeoGebra в реализации преемственности математического образования «школа – вуз» // Перспективы науки и образования. – 2019. – № 1 (37). – С. 431–444.

© А. С. Рванова, О. В. Григоренко, 2020