УДК. 534.26:004
DOI 10.33764/2618-8031-2021-1-104-106

# ЦИФРОВЫЕ ОНЛАЙН-ПЛАТФОРМЫ «ГРАФИКИ» И «ИНТЕГРАЛЫ» В ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»

***Владимир Станиславович Корнеев***
Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, кандидат технических наук, доцент кафедры физики, тел. (383)343-29-33, e-mail: korneyv@mail.ru

Рассмотрены примеры выполнения практических заданий по дисциплине «Методы математической физики», в которых обучающиеся знакомятся с цифровыми онлайн-платформами «Графики» и «Интегралы» для самостоятельного выполнения контрольных заданий по этой дисциплине. Навыки, полученные обучающимися при освоении данных цифровых платформ, могут быть полезны при изучении курсов специальных дисциплин, при оформлении курсовых проектов и выполнении научно-исследовательских работ.

**Ключевые слова:** дифференциальные уравнения с частными производными, задача Коши, формула Даламбера, онлайн-платформа «Графики», метод Фурье, онлайн-платформа «Интегралы»

# DIGITAL ONLINE PLATFORMS «GRAPHICS» AND «INTEGRALS» IN THE DISCIPLINE «METHODS OF MATHEMATICAL PHYSICS»

***Vladimir S. Korneyev***
Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph. D., Associate Professor, Department of Physics, phone: (383)343-29-33, e-mail: korneyv@mail.ru

The examples of practical tasks implementation in the discipline "Methods of Mathematical Physics" are considered, in which students get acquainted with the digital online platforms "Graphics" and "Integrals" for self-fulfillment of control tasks in this discipline. The skills acquired by students in mastering these digital platforms can be useful when studying courses in special disciplines, completing course projects and performing research projects.

**Keywords:** partial differential equations, Cauchy problem, d'Alambert formula, "Graphics" online platform, Fourier method, "Integrals" online platform

Одной из задач дисциплины «Методы математической физики» [1] является формирование у обучающихся навыков составления и решения физических задач математическими методами. Основу курса данной дисциплины составляют дифференциальные уравнения с частными производными и задачи с краевыми условиями, для решения которых обучающимся необходимо владеть различными математическими приемами: нахождение производных функций нескольких переменных, нахождение первообразных функций, расчет определенных интегралов от функций, относящихся к классу элементарных. К сожалению, не все обучающиеся уверенно владеют навыками дифференцирования и интегрирования, а некоторые из них не могут самостоятельно выполнять эти математические преобразования. Одним из контрольных заданий в курсе Математической физики [1] является решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения методом Даламбера, где нужно найти функцию $u(x;t)$ удовлетворяющую уравнению $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; -\infty \le x<\infty; t>0;$ и начальным условиям при $t=0$ $u\big|_{t=0}=u_0(x)$; $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)\Big|_{t=0}=u_1(x)$.

Если задана форма участка струны $u_0(x)$ в начальный момент времени, то решение сводится к нахождению полуволн отклонения, распространяющихся с одинаковой скоростью $v$ влево и вправо от данного участка струны. Задачу можно решить как геометрическим построением бегущих полуволн, так и используя формулу Даламбера, которая позволяет получить аналитическое выражение для отклонения всех точек струны во все последующие моменты времени $t$:

$$u=\frac{1}{2}[u_0(x+vt)+u_0(x-vt)]+\frac{1}{2v}\int_{x-vt}^{x+vt}u_1(\xi)d\xi. \tag{1}$$

Эта же формула позволяет найти отклонение точек струны, если заданы начальные скорости $u_1(x)$ всех этих точек, так называемая волна импульса, наиболее трудным вариантом задачи Коши является одновременное задание волн отклонения и импульса.

Чтобы обучающиеся имели представление о распространении полуволн отклонения или импульса, очень полезно построить графики $u(x;t)$ для нескольких последующих моментов времени $t$. Большую практическую пользу здесь может оказать онлайн-платформа «Графики», которая позволяет строить графики функций одной или двух переменных, заданных в виде формулы, или параметрическим способом. Одним из преимуществ данного ресурса является возможность сохранения и копирования графиков, что позволяет обучающимся строить и сравнивать графики для нескольких последующих значений переменной $t$.

Рассмотрим пример выполнения задания для заданной начальной формы струны:

$$u\big|_{t=0}=\cos(x);\ \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)\Big|_{t=0}=0.$$

Используя формулу Даламбера, решение задачи Коши получим в виде:

$$u=\frac{1}{2}[\cos(x+vt)+\cos(x-vt)]=\cos(x)\cos(\omega t). \tag{2}$$

Графики общего решения (2) для двух-трех последующих значений переменной $t$, при заданном значении фазовой скорости $v = \pi$ (м/с), дают обучающимся возможность наблюдать собственные колебания заданного участка струны.

В другом контрольном задании обучающимся нужно определить амплитуды стоячих упругих волн $A_k$ и $B_k$ закрепленной на концах струны [1]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; 0 \le x \le \pi; t \ge 0; u\big|_{t=0} = \sin x; \frac{\partial u}{\partial t}\big|_{t=0} = 0.$$

Для вычисления амплитуд используется метод Фурье разложения по собственным функциям смешанной задачи:

$$u_k\left(x.t\right) = \sum_{k=1}^{\infty}\left[A_k \cos\left(akt\right) + B_k \sin\left(akt\right)\right]\sin\left(kx\right), \left(k = 1;2;3...\right), \tag{3}$$

где амплитуды стоячих упругих волн $A_k$ и $B_k$ находятся из выражений:

$$\begin{cases} A_k = \dfrac{2}{\pi}\int\limits_0^{\pi} f\left(x\right)\sin\left(kx\right)dx; \\ B_k = \dfrac{2}{\pi a k}\int\limits_0^{\pi} F\left(x\right)\sin\left(kx\right)dx. \end{cases} \tag{4}$$

Онлайн-платформа «Интегралы» позволяет вычислять численные значения определенных интегралов от заданных функций, и дает возможность графически проиллюстрировать геометрический смысл определенных интегралов в заданном интервале значений переменной.

Выполнение контрольных заданий по дисциплине «Методы математической физики» необходимо для закрепления практических навыков нахождения значений определенных интегралов, а также освоения онлайн-платформы «Графики» и «Интегралы», с помощью которых полученные решения становятся более понятными и доступными для подробного анализа [2].

Навыки, полученные обучающимися при освоении данных цифровых платформ, могут быть полезны при изучении курсов специальных дисциплин, при оформлении курсовых проектов и выполнении научно-исследовательских работ.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК


1. Корнеев, В.С. Методы математической физики. Основные уравнения и задачи [Текст]: учебное пособие /В. С. Корнеев. – Новосибирск: СГУГиТ, 2020. – 81 с.
2. Корнеев В.С. Расчет амплитуд собственных колебаний для мембран прямоугольной и круглой формы //Вестник СГУГиТ, Новосибирск: СГУГиТ, 2017. – Вып.4(22). С. 213-220.