

*М. А. Креймер<sup>1,2\*</sup>*

## **Применение статистических моментов в живых системах**

<sup>1</sup>ФБУН «Новосибирский научно-исследовательский институт гигиены» Роспотребнадзора,  
г. Новосибирск, Российская Федерация

<sup>2</sup>Сибирский государственный университет геосистем и технологий,  
Новосибирск, Российская Федерация

\*e-mail: m.kreimer@ya.ru

**Аннотация.** Приведен методологический анализ применения статистических моментов ( $\mathcal{M}$ ), для оценки живых систем и среды обитания человека. Они в 4-х мерном пространстве отражают свойства живого и позволяют семейству средних и их статистическим оценкам придать системный характер. Математическое описание статистического распределения должно строиться с учетом сущности субстанций:  $\mathcal{M}1$  – это свойства на уровне математических сопряжений арифметических величин;  $\mathcal{M}2$  – закономерности на природе дисперсии статистических событий;  $\mathcal{M}3$  – расслоение по асимметрии с образованием моды и медианы;  $\mathcal{M}4$  – формирование господства эксцесса над медианой в интересах средней арифметической с созданием нормального распределения.

**Ключевые слова:** метаданные, метаязык, статистические моменты, дисперсия, асимметрия, эксцесс, здоровье

*М. А. Kramer<sup>1\*</sup>*

## **Application of statistical moments in live systems**

<sup>1</sup>Novosibirsk Scientific Research Institute of Hygiene of Rospotrebnadzor, Novosibirsk,  
Russian Federation

<sup>2</sup>Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russian Federation

\*e-mail: m.kreimer@ya.ru

**Annotation.** A methodological analysis of the application of statistical moments ( $\mathcal{M}$ ) for the assessment of living systems and habitat is given human. They reflect the properties of the living in a 4-dimensional space and allow the family of averages and their statistical estimates to give a systematic character. The mathematical description of the statistical distribution should be constructed taking into account the essence of substances:  $\mathcal{M}1$  – these are regularities at the level of mathematical conjugations;  $\mathcal{M}2$  – partially regularities in the nature of variance;  $\mathcal{M}3$  – asymmetry stratification with the formation of a mode and median;  $\mathcal{M}4$  – the formation of the dominance of the excess over the median in the interests of the arithmetic mean with the creation of a normal distribution.

**Keywords:** metadata, metalanguage, statistical moments, variance, asymmetry, kurtosis, health

Классический статистический анализ – это получение обобщенной оценки группы индивидуумов, образованной по атрибутивным признакам, которая субъективна в пространстве и исторична во времени. Особый причинный характер формируется таким явлением, как жизнь, в образовании группы (статистического распределения) и ее умирания. Наиболее «востребованной» оценкой является средняя арифметическая, в названии которой присутствует понятие числа и изучение свойств отдельных чисел четырех видов. И. Кант определял следую-

щую дистанцию между математикой и арифметикой. «... чистая математика рассматривает пространство в геометрии, а время — в чистой механике. Сюда присоединяется ... рассудочное, для конкретного обнаружения вспомогательных понятий времени и пространства (когда последовательно прибавляют единицу к единице и в одно и то же время полагают их рядом друг с другом); это — понятие числа, которым занимается арифметика» [1, с. 292.]. Эти доказательства приводятся в Юбилейном издании 1794 – 1994 гг. Трудов И. Канта в томе 2, с. 163 и 168; томе 3, с. 49-50; томе 4, с. 21 и 38. Количество цифр не превышает 9, поэтому оно сводится к нумерологии – связь между цифрой и характером человека в интересах надежного бытия. В подвижных механических системах используются статистические моменты и такая учебная дисциплина как «сопромат» – расчет надежности.

Алгоритм статистического анализа – это выбор средней, общий список которых приведен у Коррадо Джини [2] и выбор статистического оценивания, общий список которых приведен у Лотара Закса [3]. Имеющиеся учебные пособия и авторские монографии направлены на конкретизацию алгоритмов статистического анализа. В 1933 г. А. А. Митропольский [4, Глава VII. Моменты и их вычисление. с. 146.] предложил вычисление начальных, центральных, и основных моментов, объясняющих различные вероятностные и частотные совокупности в смежных не физических областях знания. Развитие и применение этих физико-математических методов получили в работах по гигиене Г. Ф. Лакина, (1990 г.) и биологии и медицине В. Ю. Урбаха, (1963 г.). Оценка моментов проводится по формуле  $M_k = \frac{1}{N} \sum p_i (x_i - \varphi)^k$ , где:  $x_i$  –  $i$ -е значение из статистической совокупности  $X$ ;  $p_i$  – вероятность, с которой  $X$  принимает численное значение  $x_i$ ;  $N = \sum p_i$ ;  $k$  – степень (умножение числа на себя), определяет порядок момента  $k = 1, 2, 3$  и  $4$ . Таким образом,  $x_i$  – оценка вида, с учетом приращения, становится оценкой рода  $M$ .

$$\varphi = \begin{cases} 0 - \text{начальный момент } (m) \\ \bar{X} - \text{центральный момент } (\mu) \\ A - \text{условный момент } (b); \text{ основной момент по А.К. Митропольскому, 1933 г.} \end{cases}$$

Общим свойством рассматриваемой формулы является расчет приращения «субстанции» (сущность; то, что лежит в основе), определяемого в степенной форме, вокруг центра, равного нулю или смещенного на величину, оценивающую поведение всей совокупности. Моменты  $k$ -го порядка являются не только инструментом описания площадей и масс, как в механике, но и основой анализа сложных систем живых тел. Степень оценивает самоподобие ряда измерений, имеющих материально-энергетическое отличие. Моменты являются субстанциями, которые позволяют сохранять не противоречивые научные высказывания, опираться друг на друга в объяснении измерений (метаданные) и заимствовать доказательный

текст (метаязык). Приращение субстанции применяется в оценке КПД человека, поисковой активности, пассионарии, кросс-культурной психологии, рефлексии и т. п. Жизнь – это приращение четырех статистических моментов. Одинаково ли оно относится к пониманию на уровне клетки, организма, статистической совокупности или экологической ниши в целом? Это важно в части совместного расположения прирастающих субстанций и последующего управления ими.

Статистические моменты свидетельствуют о том, что помимо географического, неискаженного трансцендентальным знанием, существуют пространства, создаваемые во время землетрясений, наводнений и других природных стихий, приводящих к смещению географических и геодезических координат. Эпидемии – это не только медицинская проблема, но и «конфликт статистических моментов в живых системах». Экология, как метод упаковки гигиенических и социальных с биогеохимической деятельностью, отражает сопряжение между показателями, созданными различными степенями статистических моментов.

А. Кетле представлял моменты как общественную физику, и ввел понятие «... средний человек. ... Такое априорическое доказательство существования типа или модуля человека ... чрезвычайно важно для предмета наших изысканий; оно дает учению о человеке прочные основания, которых ему не доставало» [5, с. 46]. Обзорная оценка о средней величине по А. Кетле на 1866 год включает: «Средний рост человека есть элемент, не заключающий в себе ничего случайного; это продукт положительных причин, от которых зависит его определенная величина» [5, с. 18]; «уклонения от среднего состояния и колебания его около этой средней величины совершаются по общему закону, управляющими всеми колебаниями ...» [5, с. 94]; «флуктуации ... колеблются около среднего состояния и следуют, в своих отклонениях, определенным законам» [5, с. 101]; «Только человек, с помощью науки, отыскал способ измерять среднюю величину и пределы различных элементов, от которых он зависит» [5, с. 265]. В качестве таких способов можно установить статистические моменты 2-го, 3-го и 4-го порядков.

Субстанция, которую можно рассматривать и оценивать, как самоподобие, прочно и уверенно «господствует» в метрологии, описывающая «всякого рода меры по их наименованиям, подразделениям и взаимному отношению» [6, с. 1]. Выбор субстанции – это выбор приращения и метрологическое толкование единиц измерения. По Н. Н. Шиллеру статистические моменты измеряют кинематику этой совокупности на основе трех априорных понятий: величины, пространства и времени. Степень  $k$  устанавливает «производные этих понятий, как скорость и/или ускорение, а статистические моменты – как априорные понятия» [7, с. 15] сущности.

Средние (арифметические) значения не раскрывают биологической сущности, т. е. исключают формы адаптации и развития, необходимые в управлении. Построение метаданных на основе статистических моментов дает параметрические оценки частот и не выходит за статистическое оценивание. При этом параметрические оценки различаются по четырем моментам распределения. Ниже приведено их неполное описание, позволяющее увидеть уклад суждений, как единой системы в норме здорового развития до сроков истощения внешней ресурсной базы.

### Момент распределения первого порядка ( $\mathcal{M}1$ )

Основной оценкой приращения субстанции является среднее (абсолютное) линейное отклонение (the standard error of the mean; стандартная ошибка среднего),  $S = (\sum |X - x_i|) / N$  и размах  $F$ , «разность между наибольшим и наименьшим значениями в выборке». В качестве дополнительных оценок применяются: средняя арифметическая  $X$  ( $k = 1$ ), медиана  $M_e$  и мода  $M_o$ . В бытовом объяснении это структурные свойства медиаторной популяции и модераторной группы, соответственно. В дискуссии между числовой мерой и предметным абстрагированием побеждает то, что  $X$  есть обобщающая характеристика совокупности, позволяющая все измерения в  $\mathcal{M}1$  рассматривать как  $X$ . Предложение С. Уилкса о том, что «... среднее случайной величины  $X$  можно истолковать как центр тяжести в  $\mathcal{M}1$ » только для момента распределения первого порядка» [8, с 86].

Общность по  $X$  и рассеивание по  $S$  формируют следующие модели познания. По Н. А. Плохинскому «Средняя величина признака – понятие очень глубокое, появившееся в науке и практике только на определенном этапе развития человеческого мышления. Всякая средняя величина обладает тремя основными свойствами: срединным положением, абстрактностью (отвлечение от реально существующего разнообразия) и единством суммарного действия» [9, с. 9]. Если  $X$  рассматривать в распределении  $\mathcal{M}1$ , то она характеризует реально существующее однообразие. Установленное среднее арифметическое значение с оценками линейного отклонения  $X \pm S$  на основе закона нормального распределения выделяет статистически значимое вещественно-энергетическое тождество случайной совокупности.

Это возможно потому, что  $X$  не является точкой, а протяженностью в диапазоне, от  $X - S$  до  $X + S$ . В этом диапазоне размещаются также  $M_o$  и  $M_e$ . Диапазон от  $X - S$  до  $X + S$  в  $\mathcal{M}1$  обусловлен выбранной размерностью измерения: i) национально-культурные; ii) СГС; iii) SI; и iv [размерность] =  $[L^n T^{n-1}]$ , где  $n$  для  $L$  принимает значения от  $-3$  до  $+6$ , а  $n$  для  $T$  от  $-6$  до  $+3$ . При выборе единиц измерения и размерности необходимо учитывать различие между изменчивостью и погрешностью измерения [10, с. 28]. Следует проверять подобие:  $F$  [размах фактических измерений]  $> S$  [оценка приращения относительно средней]  $>$  [погрешность метода измерения]  $>$  [принятые физико-химические параметры признака].

Приведенные свойства метаданных образуются степенной функцией первого порядка и создают метаязык для описания семейства натуральных чисел. Для  $\mathcal{M}1$  мы получаем фактический размах по измеренным метаданным, а внутри распределения пропорции:  $(\sqrt{D}) = F/6$ ;  $F = X \pm 3(\sqrt{D})$ ;  $(\sqrt{D}) \sim 1,25 S$ . Отсутствие степенного выражения в приращении не отражает эффекты здоровья. Здесь большую роль играет размах и зафиксированные максимальные и минимальные результаты в базе данных. Приведенные А. Л. Яблочник [11, с. 157] пропорции размаха показывают арифметическое «нормальное распределение» на основе метрологических измерений, а не биологической варьирующей величины для  $\mathcal{M}1$ . Поэтому в таблицах по оценке физического развития необходимо указывать раз-

мах  $F$  и арифметическое тождество между  $X$  и  $M_0$ . Без 6 сигм нет размаха, а без размаха нет условий размещения по середине  $M_e$ . Так как степень приращения статистического момента равна 1, то  $X$  и  $M_0$  совпадают с  $M_e$ .

$M_1$  оценивается размахом натуральных чисел и сохраняет регистрируемую частоту событий по всему размаху: наиболее высокую частоту событий, как мода  $M_0$ ; равные доли частот по размаху, как  $M_e$ . В совокупности они образуют «случайно» 3 сигмы распределения справа и 3 сигмы слева от  $X$ . Такое соотношение между «quantile, fractile» значениями формируются «неживой» статистической совокупностью по интересам практики. Поэтому индексы, построенные по распределению первого порядка Пинье, Эрисмана, Тура, Кетле и другие содержат следующие метрологические ошибки в сложении единиц измерения СГС и вычитании единиц СИ; особенно применение процентов или кратных коэффициентов.

### ***Момент распределения второго порядка $M_2$***

Основной оценкой приращения субстанции является дисперсия,  $D = (\sum(X - x_i)^2)/N$ .  $D$ , как квадратическая степенная характеристика  $M_2$ , отражает силу упорядочения, детерминизма, «совместное кооперативное действие». Общность по  $D$  и рассеивание по  $F$  формируют внутригрупповые и межгрупповые дисперсии для статистического оценивания  $M_2$ . Приближение отношения  $F/\sqrt{D}$  к 1 свидетельствует о совпадении практического размаха с теоретически возможным средним квадратическим отклонением. Если  $F > \sqrt{D}$ , то центробежные силы доминируют над центростремительным движением элементов совокупности и наоборот. Поэтому тождество  $D$  между двумя выборками является обязательным условием для последующего статистического оценивания. Для малых объемов выборки  $(\sqrt{D}) = (F / 6)$  [12, с. 219], что отражает проверку арифметических вычислений между  $M_1$  и  $M_2$ .

$M_2$  содержит аналитические возможности, которые раскрываются теоремой Пифагора, когда в качестве катетов применяются квадраты базовых физиологических показателей, например, рост и вес. В качестве гипотенузы должны наблюдаться квадраты других производных физиологических показателей, например, жизненная емкость легких.

Предложение о том, что «...дисперсию можно истолковать как момент инерции того же самого распределения вероятностей относительно центра тяжести. Дисперсия указывает на степень собранности (или концентрации) массы вероятности около центра тяжести» для  $M_2$  [8. с. 86].

Закс Л. предлагал считать коэффициент вариации равным «стандартному отклонению, когда среднее значение равно единице ...коэффициент вариации есть относительная безразмерная мера рассеяния с единичным средним значением» [3, с.81] ( $W = (\sqrt{D}/X) \cdot 100$ ), при  $X \neq 0$ . Одинаковые единицы измерения показателя в числителе и знаменателе при определении вариации породили следующие шкалы оценки по  $W$  (табл.1).

## Шкалы оценивания критериев вероятности

Автор	Шкала критериев коэффициента вариации, W, %		
[13, с. 28] Колядо В.Б., 1998	Слабое разнообразие при менее 10	Среднее разнообразие до 20	Сильное разнообразие вариационного ряда, более 20
[14, с. 50] Рокицкий П.Ф., 1967	Биоматериал 5 – 10		
[15, с.51] Лакин Г.Ф., 1990	Слабый менее 10	Средний 11 – 25	Значительный более 25
[16, с. 95]. Князевский В.С., 1971	«Совокупность можно считать более или менее однородной, а среднюю типичной, если W не более 35»		«Если W > 35, то совокупность неоднородна, а средняя является огульной»
[3, с. 81] Закс Л., 1976.	W должна быть не больше 33		
17, с. 53 - 54 Лакин Г.Ф., 1980	«При симметричных распределениях W остается более или менее устойчивой и обычно не превышает 50»		«При сильно скошенных, асимметричных распределениях W может достигать 100 и даже более»

В таблице приведена оценка шкал без учета значения X на основе квантилей. Умножение на 100 (проценты) лишь дополняет числовые значения. Шкала в процентах не превышает значения 100. W не отражает явления в долях, являющихся рациональными числами. Отношение двух равнозначных чисел приводит к образованию коэффициента, который является целым числом.

**Момент распределения третьего порядка M3**

Основной оценкой приращения субстанции является коэффициент асимметрии (Skewness),  $As = \mu_3 / \mathbb{D}^{3/2}$ . В качестве дополнительных оценок применяется взаимное расположение X и M $\phi$  относительно M $\epsilon$ . Общность по  $\mathbb{D}$  и рассеивание по  $\mu_3$  формируют следующие модели познания.

Центробежное и центростремительное распределение отражает действие вещественных (действительных) чисел, например, популяционных закономерностях нарушения состояния здоровья в виде сантивности и пативности. При построении распределения, где по Xv указывается возраст, а по Yv количество заболеваний. Соотношение M $\phi$  < M $\epsilon$  < X свидетельствует о пативности – быстром нарастании регистрируемой болезни и медленном выходе из этого патологического процесса. Соотношение X < M $\epsilon$  < M $\phi$  свидетельствует о высокой сантивности, что придает патологическому процессу медленное возрастание. M3 «разворачивает» объемное состояние выборки в проекцию из трех квантилей.

### *Момент распределения четвертого порядка $M_4$ .*

Основной оценкой приращения субстанции является коэффициент эксцесса, Kurtosis,  $Ex = (\mu_4/\mathbb{D}^2) - 3$ . Измеряет остроту распределения (моды), как отношение четвертого центрального момента к среднему квадратическому отклонению, возведенному в четвертую степень. В качестве дополнительных оценок применяется показатель Негауссовости (NG) [18, с. 28]. Доминирует в социальных системах, характеризующихся «редкой частотой условий возникновения нормального распределения». Общность по  $\mathbb{D}$  и рассеивание по  $\mu_4$  формируют следующие модели познания. В качестве модели изучаются коэффициенты, отражающие вычитание, полиморфизм, патологические нарушения, распад, старение. В качестве модели изучаются удельные показатели, отражающие умножение, развитие, эволюцию.

$M_4$  в исследованиях здравоохранения находит применение как оценка по Херсту. Между статистическими параметрами  $F$ ,  $N$  и  $\sqrt{\mathbb{D}}$ , Гаральд Херст (Harold Edwin Hurst) установил закономерность  $F/\sqrt{\mathbb{D}} = (A \cdot N)^H$ , где  $A$  – масштабная постоянная, зависящая от масштаба используемых чисел;  $H$  – показатель Херста [18, с. 27]. В настоящее время  $H$  применяется для прогнозирования изменения системы за счет внутренних потенций. Если  $H < 0,5$ , то процесс (патологический для индивида и эволюционный для общества) обладает долговременной закономерной тенденцией и называется антиперсистентным. Распределение является менее устойчивым, а в области нуля – непредсказуемым. Если  $H > 0,5$ , то процесс относится к классу персистентных, т.е. сохраняющих в будущем тенденцию к возрастанию или убыванию. В социально-экономических исследованиях установлено, что в интервале  $0,5 < H < 1$ , распределение более устойчиво, и тем сильнее, чем ближе значение показателя Херста к 1. Такой ряд является циклическим. В этом случае распределение наблюдений не является гауссовским, а циклическим.

Расчет приращения субстанции вокруг общего центра приводит к геометризации статистических данных в пространстве и времени. Начало построения четырехмерного пространства положено 21.09.1908 г. в докладе Г Минковского, в котором он объединил аксиомы механики (с равномерным поступательным движением) с аксиомами геометрии (с пространственной координатной системой). «Предметом нашего восприятия всегда являются только места и времена, вместе взятые» [19, с. 182].

В. С. Владимиров в 4-мерном пространстве-времени через  $x^\mu$  раскрывает содержание координат: при  $\mu = 0$  «обычно связывается со временем, а оставшиеся три с пространственными измерениями» [20, с. 74]. В качестве «живых» пространственных измерений можно (необходимо) применять известные физиологии человека: возрастные, нормальные и патологические. Они раскрыты в учебниках по физиологии человека на основе следующих декартовых координат.

Выводы.  $M$ , представленные приращением в степенной форме, открывают общности и различия индивидуумов и дают четыре вложенных друг в друга механизмов здоровья человека, а в геопространстве социально-экономические мо-

дели природопользования. Поэтому необходимо построение методических рекомендаций для системного анализа утвержденных баз данных, которые отражают регистрацию вероятностных событий. *М*, как взвешенные приращения, исключают индивидуальные случайности измерения и развития (применяемые в медицине) и кристаллизуют факторы человеческого потенциала (применяемые в гигиене, социологии и экологии).

К природе потенциала относится здоровье человека, создаваемая стоимость в государстве и экология среды его обитания. В совокупности они образуют момент, генерируемый творчеством человека. *М* – как движущая сила, не имеет прямого измерения, но содержит скрытое начало и различные формы ее проявления. Человеческий потенциал раскрывается существованием силы, инерции, импульса, случайности, истины. *М* позволяет биохимические показатели рассматривать как метрики здоровья применительно к деятельности человека и его среде обитания. Надежность статистических моментов в прошлом была подтверждена наукой и практикой о прочности и надежности деталей машин и конструкций, сопротивлением материалов.

Важным научно-практическим результатом внедрения теории статистических моментов является систематизация метаданных и метаязыка, что позволяет формализовать их в единое доказательное оценивание.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кант И. Сочинения в 8-ми т. Т. 2. М.: Чоро, 1994. – 429 с.
2. Джини К. Средние величины. – М.: Статистика, 1970. – 447 с.
3. Закс Л. Статистическое оценивание. – М.: Статистика, 1976. – 598 с.
4. Митропольский А. К. Теория моментов. Москва-Ленинград, 1933. – 224 с.
5. Кетле А. Социальная система и законы ею управляющие. – СПб.: 1866. – 315 с.
6. Петрушевский Ф. И. Общая метрология. Часть I и 2 – СПб.: 1849. – 826 с.
7. Шиллер Н. Н. Значение понятий о «силе» и о «массе» в теории познания и механике. – К.: 1898. – 95 с.
8. Уилкс С. Математическая статистика. – М.: Наука, 1967. – 632 с.
9. Плохинский Н. А. Биометрия. – М.: Изд-во МГУ, 1970. – 370 с.
10. Тереньтев П. В., Ростова Н. С. Практикум по биометрии. – Л.: Изд-во Ленингр. Унта, 1977. – 152 с.
11. Яблочник А. Л. Общая теория статистики. – М.: Статистика, 1976. – 344 с.
12. Зайцев В. М., Лифляндский В. Г., Маринкин В. И. Прикладная статистка – СПб ООО «Издательство ФОЛИАНТ», 2003. – 432 с.
13. Потери здоровья населения от облучения радиоактивными осадками при ядерных испытаниях (ретроспективная медико-демографическая диагностика и оценка) / Колядо В.Б. и др. 1998. – 234 с.
14. Рокицкий П.Ф. Биологическая статистика. – Минск, Высш. школа, 1967. – 328 с.
15. Лакин Г.Ф. Биометрия: Учебное пособие для биол. спец. вузов. - 4-е изд., перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 1990. - 352 с.
16. Князевский В.С. Место показателей вариации в курсе теории статистики. / Вопросы стат. методол. и стат.-экон. анализа. - М. Статистика, 1971 С. 91 – 100.
17. Лакин Г.Ф. Биометрия. - М.: Высшая школа, 1980. – 293 с.



18. Креймер М. А. Оценка и управление рисками здоровью населения / Гигиенические и медико-профилактические технологии управления рисками здоровью населения: матер. 2-й Всероссийской науч-практ. конф. с междунар. участием – Пермь: Книжный формат, 2011. – 575 с.
19. Минковский Г. Пространство и время. С.-Петербург: Книгоиздат. Физика. – 1911. – 94 с.
20. Владимиров Ю. С. Метафизика. – М.: БИНОМ. – 2009. – 568 с.

© М. А. Креймер, 2023