УДК 378.147

А. Х. Бегматов[1]*

Некоторые применения мультимедийных лекций и электронной информационно-образовательной среды университета для повышения эффективности самостоятельной работы студентов (на примере темы «Правило Лопиталя»)

[1]Сибирский государственный университет геосистем и технологий, г. Новосибирск, Российская Федерация
*e-mail: akbar_begmatov@mail.ru

Аннотация. Совокупность актуальных информационных и образовательных ресурсов, продуманная система организации материала и современные информационно-телекоммуникационные технологии дают уникальную возможность качественного улучшения процесса получения знаний и умений и их усвоения. В статье рассматриваются некоторые применения информационно-телекоммуникационных технологий при изучении курса высшей математики в техническом университете на примере темы по изучению правила Лопиталя. Обосновывается актуальность и эффективность структуризации и преподнесения учебного материала с помощью мультимедийных лекций и учебных курсов в электронной информационно-образовательной среде университета. Особо выделяется роль активной самостоятельной работы студентов, в том числе опережающей самостоятельной работы. Указаны принципы формирования контента мультимедийных лекций и электронных курсов. Определены цели и задачи занятий по рассматриваемой теме. Даны предметные указания по логическому раскрытию содержания темы. Сформулированы важные вопросы, возникающие при изучении теории и практическом применении основных формул, разобраны примеры разрешения сопутствующих проблем, а также конкретные рекомендации. Приведены примерные списки контрольных вопросов и упражнений.

Ключевые слова: высшая математика, электронная информационно-образовательная среда, самостоятельная работа студентов

A. H. Begmatov[1]*

Some applications of multimedia lectures and the university's electronic information and educational environment to improve the efficiency of students' independent work (using the Lopital Rule as an example)

[1]Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russian Federation
*e-mail: akbar_begmatov@mail.ru

Abstract. The combination of up-to-date information and educational resources, a well-thought-out system of material organization, and modern information and telecommunication technologies provide a unique opportunity to improve the quality of knowledge and skills acquisition and assimilation. The article considers some applications of information and telecommunication technologies in the study of higher mathematics course at a technical university on the example of the subject of the study of Lopital's rule. The article substantiates the relevance and effectiveness of structuring and presenting educational material through multimedia lectures and training courses in the electronic information and educational environment of the university. The role of active independent work of students, including outrunning independent work, is emphasized. The principles of forming the content of multimedia lectures and e-courses are specified. Goals and objectives of classes on the topic in question are defined.

Subject guidelines for the logical disclosure of the content of the topic are given. The important questions arising at studying of the theory and practical application of the basic formulas are formulated, examples of the decision of the accompanying problems, and also concrete recommendations are disassembled. Sample lists of control questions and exercises are given.

Keywords: higher mathematics, electronic information and educational environment, students' independent work

Введение

Развитие информационно-телекоммуникационных технологий, соответствующего технического и технологического обеспечения дает возможность получения непосредственного и незамедлительного доступа к обобщенной совокупности информационных и образовательных ресурсов. Особенно ценной является эта возможность для преподавателей, сотрудников и студентов университетов – среды, в которой знания и их усвоение представляют собой самый ценный ресурс.

Курс математики (см. учебные пособия автора настоящей работы [1-4], а также указанную там учебную литературу) в силу объема и относительной сложности изучаемого материала предоставляет большие возможности для повышения эффективности его изучения с помощью мультимедийных технологий и электронной информационно-образовательной среды. Одной из важнейших составляющих этого процесса является активная самостоятельная работа студентов [5].

Методы и материалы

Укажем на некоторые тонкости при изучении темы.

Во-первых, следует подчеркнуть, что предел частного двух функций может существовать, даже если не существует предел частного производных этих функций.

Приведем следующий показательный пример (см. [2], стр. 90): вычислить

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+\sin x}{x}.$$

Подставляя предельное значение, получим неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$. Тем не менее, правило Лопиталя в этом примере неприменимо, так как предел частного производных от числителя и знаменателя исходной дроби $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(x+\sin x)'}{(x)'}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+\cos x}{1}$ не существует. Раскроем неопределенность с помощью алгебраических преобразований:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+\sin x}{x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{\sin x}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=1+0=1.$$

Легко видеть, что существование предела отношений функций не влечет за собой существование предела частного производных этих функций.

Рассмотрения, приведенные в данном примере, показывают, что правило Лопиталя не всегда применимо, даже если условия теоремы выполняются.

Во-вторых, при необходимости правило Лопиталя следует использовать вместе с известными свойствами пределов и формулами из таблицы эквивалентностей бесконечно малых. Это позволит значительно сократить вычисления.

В-третьих, условия применимости правила Лопиталя следует проверять не только предварительно, но и на каждом шаге при необходимости его неоднократного применения. Впрочем, это разновидность простого общего правила «подстановки предельного значения», которое желательно применять при вычислении любого предела.

В зависимости от аудитории можно указать, что «равенство» $\lim\limits_{x\to b}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to b}\left(\frac{f(\xi)}{g(\xi)}\right)'$, вообще говоря, неверно! Как ни странно, но такое ошибочное понимание правила Лопиталя в работах студентов иногда встречается.

Результаты

Приведем примерные контрольные вопросы и упражнения для опережающей самостоятельной работы студентов при подготовке к занятиям.

Примерный список контрольных вопросов по теме.

1. Привести формулировку правила Лопиталя для раскрытия неопределенности вида $\frac{0}{0}$ при $x\to x_0, x_0\in R$, при $x\to+\infty(-\infty)$, а также при $x\to x_0-0$, $x\to x_0+0$.

2. Привести формулировку правила Лопиталя для раскрытия неопределенности вида $\frac{\infty}{\infty}$ при $x\to x_0, x_0\in R$, при $x\to+\infty(-\infty)$, а также при $x\to x_0-0$, $x\to x_0+0$.

3. Предположим, что $\lim\limits_{x\to b}\frac{f'(x)}{g'(x)}$ не существует. Пояснить, означает ли это, что не существует $\lim\limits_{x\to b}\frac{f(x)}{g(x)}$, имеющий неопределенность $\frac{0}{0}$ или $\frac{\infty}{\infty}$.

4. Пояснить, будет ли справедливо утверждение теоремы Лопиталя, если известно, что производные $f'(x)$ и $g'(x)$ не определены в предельной точке x_0 (на бесконечности).

Примерный набор упражнений (см. [2], стр. 90).

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{\sin x}$.

2. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\operatorname{arctg}x}{x^3}$.

3. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{\sqrt{x+1}-1}$.

4. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\operatorname{arctg}x}\right)$.

Заключение

Основной целью изучения указанной в заголовке темы является освоение правила Лопиталя как эффективного средства вычисления пределов.

При этом необходимо решить следующие задачи:

– уяснить формулировку теоремы Лопиталя;

– уточнить условия применения правила;

– овладеть техникой применения правила Лопиталя для раскрытия неопределенностей вида $\left[\dfrac{0}{0}\right]$ и $\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$;

– научиться сводить неопределенности вида $[0\cdot\infty],[\infty-\infty],\left[1^{\infty}\right]$, $\left[\infty^{0}\right]$, $\left[0^{0}\right]$ к неопределенностям $\left[\dfrac{0}{0}\right],\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$.

При необходимости следует обратить внимание студентов на то, что при выполнении соответствующих условий правило Лопиталя имеет место не только в конечной точке, но и для пределов на бесконечности, а также для односторонних пределов.

Основы теории и характерные примеры решения задач на раскрытие различных неопределенностей с помощью правила Лопиталя приводятся в мультимедийных лекциях, основанных на авторских учебных пособиях [1, 2]. Этот материал, контрольные вопросы, задачи и упражнения для решения при подготовке к практическим занятиям, во время их проведения, а также выполнения домашнего задания выкладываются в электронно-образовательную среду СГУГиТ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бегматов А.Х. Математический анализ. Часть 1: Функции одной переменной. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – 152 с.

2. Бегматов А.Х. Математика (математический анализ и дифференциальные уравнения): функции одной переменной: учебное пособие. – Новосибирск: СГУГиТ, 2019. – 166 с.

3. Бегматов А.Х. Математика: линейная алгебра и геометрия: учебное пособие. – Новосибирск: СГУГиТ, 2020. – 102 с.

4. Бегматов А.Х. Математика: функции нескольких переменных, дифференциальные уравнения, ряды: учебное пособие. – Новосибирск: СГУГиТ, 2021. – 146 с.

5. Бегматов А.Х. Некоторые принципы построения курса высшей математики в инженерном вузе (на примере ИТ-специальностей)// АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ОБРАЗОВАНИЯ. Модель проблемно-ориентированного проектного обучения в современном университете. Междунар. науч.-метод. конф.: сб. материалов в 3 ч. (Новосибирск, 24–26 февраля 2021 г.). – Новосибирск: СГУГиТ, 2021. Ч. 2. – С. 157–160.