

Е. Г. Гиенко^{1}, И. Г. Ганагина¹*

Методы разделения и идентификации различных факторов, влияющих на изменение частоты атомного стандарта

¹ Сибирский государственный университет геосистем и технологий, г. Новосибирск,
Российская Федерация
* e-mail: elenagienko@yandex.ru

Аннотация. Разработка и реализация высокостабильных стандартов частоты обеспечивают новые возможности изучения гравитационного поля и определения высот точек хронометрическим нивелированием по релятивистскому смещению частоты стандартов в гравитационном поле. При этом, чем выше точность и стабильность стандартов частоты, тем чувствительнее они становятся к воздействию различных факторов – гравитационных, внешней среды и пр. Актуальной задачей является разделение влияния этих факторов на частоту атомных стандартов, поскольку в большинстве случаев они коррелированы между собой. В статье выполнен обзор различных факторов, влияющих на частоту атомного стандарта, представлена математическая модель частотных измерений с учетом этих факторов, рассмотрены методы их разделения и идентификации – технологические, касающиеся организации частотных измерений, а также математические, рекомендуемые при обработке частотных измерений. Полученные рекомендации могут быть полезны при реализации технологии хронометрического нивелирования.

Ключевые слова: атомный стандарт частоты, сличение частот, хронометрическое нивелирование, сингулярное разложение, факторный анализ

E. G. Gienko^{1}, I. G. Ganagina¹*

Methods of separation and identification of various factors affecting the change in the frequency of the atomic standard

¹ Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk,
Russian Federation
* e-mail: elenagienko@yandex.ru

Abstract. The development and implementation of highly stable frequency standards provide new opportunities for studying the gravitational field and determining the heights of points by chronometric leveling based on the relativistic shift of the frequency standards in the gravitational field. At the same time, the higher the accuracy and stability of the frequency standards, the more sensitive they become to the effects of various factors – gravitational, external environment, etc. An actual task is to separate the influence of these factors on the frequency of atomic standards, since in most cases they are correlated with each other. The article provides an overview of various factors affecting the frequency of the atomic standard, presents a mathematical model of frequency measurements taking into account these factors, considers methods of their separation and identification – technological, concerning the organization of frequency measurements, as well as mathematical, recommended for processing frequency measurements. The received recommendations can be useful in the implementation of chronometric leveling technology.

Keywords: atomic frequency standard, frequency comparison, chronometric leveling, singular value decomposition, factor analysis

Введение

Разработка и реализация высокостабильных стандартов частоты обеспечивают новые возможности изучения гравитационного поля и определения высот точек хронометрическим нивелированием по релятивистскому смещению частоты стандартов в гравитационном поле. При этом, чем выше точность и стабильность стандартов частоты, тем чувствительнее они становятся к воздействию различных факторов – гравитационных, внешней среды и пр. Актуальной задачей является разделение влияния этих факторов на частоту атомных стандартов, поскольку в большинстве случаев они коррелированы между собой.

Методы и материалы

Факторы, влияющие на изменение частоты атомного стандарта, можно разделить на несколько групп:

- гравитационные, связанные с изменением гравитационного поля в месте нахождения стандарта, согласно общей теории относительности;
- эффекты, связанные с транспортировкой мобильного стандарта;
- аппаратные и технологические (нестабильность стандартов частоты и другого вспомогательного оборудования, используемого при частотных измерениях (измерительной инфраструктуры, факторы, связанные с технологией передачи частот);
- внешней среды (в первую очередь, влияние температуры, магнитного поля, а также вибрации при перемещении мобильного стандарта).

Гравитационные факторы. Влияние различных гравитационных факторов на изменение частоты атомных стандартов рассмотрено в [1,2,3]. Здесь отмечается, что для оптических часов с нестабильностью порядка 10^{-17} - 10^{-18} самыми значимыми факторами являются приливы в твердой Земле и океанах. Эти явления хорошо учитываются с помощью глобальных моделей приливов. Особое внимание следует уделить сложно моделируемым изменениям потенциала, вызываемым колебаниями уровня воды в водохранилищах (для станций, расположенных вблизи водохранилищ) и уровня грунтовых вод, (изменение частоты до $8 \cdot 10^{-18}$). Неприливные явления в океанах, вызывающие изменение геопотенциала на уровне $0,2 \text{ м}^2/\text{с}^2$, не оказывают большого влияния на ход стационарных атомных стандартов, располагаемых на материках. Постледниковое поднятие имеет вековой характер и хорошо моделируется в настоящее время. Остальные рассмотренные геодинамические эффекты приводят к изменению геопотенциала, соответствующего смещению частоты порядка 10^{-19} и менее [1,2].

Транспортировка стандартов частоты. При транспортировке мобильных стандартов возникает смещение частоты вследствие эффектов специальной и общей теории относительности. Во ФГУП ВНИИФТРИ разработан метод учета релятивистских поправок при транспортировке квантовых часов, [Гайгеров], вычисляемых по формуле

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{gh}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2} \pm \frac{\omega R}{c^2} v \cos \theta \cos \varphi, \quad (1)$$

где первое слагаемое связано с перемещением мобильных часов на высоту h относительно стационарного стандарта частоты (гравитационный эффект, измеряемый при хронометрическом нивелировании), второе слагаемое есть изменение частоты из-за скорости v перемещения мобильного стандарта, третье слагаемое учитывает перемещение часов на вращающейся со скоростью ω Земле на широте ϕ (эффект Саньяка). Угол θ – отклонение движения от западного или восточного направления, знак «+» – при перемещении часов на запад, знак «-» – при движении на восток. В [4, 5] приведена оценка влияния перечисленных эффектов, связанных с транспортировкой часов. Например, при движении на автомобиле на восток или запад со скоростью 100 км/ч, относительное смещение частоты будет иметь порядок 10^{-14} .

Аппаратные и технологические факторы

Основная характеристика, определяющая точность частотных измерений, – нестабильность воспроизведения частоты мобильным стандартом. Показателем нестабильности частоты является среднее квадратическое относительное двухвыборочное отклонение (СКДО). В настоящее время в России производятся мобильные атомные стандарты частоты с наименьшей СКДО на суточном интервале – 10^{-15} [6, 7], что соответствует ошибке определения высот хронометрическим нивелированием в несколько десятков метров.

В то же время уже созданы мобильные оптические стандарты частоты (ОСЧ) с уровнем точности $10^{-17} - 10^{-18}$, и ведутся разработки ядерных стандартов частоты с уровнем точности $10^{-19} - 10^{-20}$. Обзор состояния разработок мобильных стандартов частоты и времени приведен в [8].

Кроме СКДО мобильного стандарта, на результаты частотных измерений влияют ошибки вспомогательного оборудования, участвующего в эксперименте, а также ошибки сличения частот стационарного и мобильного стандартов.

Технологии сличения частот стандартов можно разделить на три группы:

а) спутниковые, к которым относятся:

– Common View, или PPP, основанный на использовании результатов псевдодальномерных фазовых измерений сигналов от спутников ГНСС;

– TWSTFT (Two-way satellite time and frequency transfer), основанный на одновременном обмене сообщениями между двумя территориально удаленными друг от друга лабораториями через геостационарный спутник связи с помощью специальных спутниковых модемов;

– РСДБ, радиоинтерферометрия со сверхдлинной базой, по измерениям разности прихода радиосигнала от внегалактических радиоисточников;

б) сличение частот по оптическому каналу связи;

в) использование перевозимых оптических часов в качестве эталонов для сличения частот.

На основании оценок точности методов сличения частоты, приведенных [9, 10, 11, 12], предел спутниковых методов и РСДБ – на уровне 10^{-16} , что соответствует СКДО современных мобильных атомных стандартов частоты. Сличение частот оптических часов на более высоком уровне точности – порядка $10^{-17} - 10^{-18}$.

¹⁹ возможно только с помощью оптического канала связи или с помощью перевозимых оптических часов в качестве эталона.

Влияние внешней среды на частотные измерения. Группу факторов внешней среды составляют изменение температуры, магнитного поля и вибрации при перевозке оборудования. В технических характеристиках мобильных стандартов приводятся температурный и, в некоторых случаях магнитный, коэффициенты частоты, величина которых того же порядка, что и СДКО на суточном интервале. Следовательно, влияние температуры и магнитного поля необходимо учитывать при частотных измерениях. Изменение температуры и магнитного поля влияет не только на атомные стандарты, но и на другое вспомогательное измерительное оборудование.

Результаты

На основании обзора влияющих на частоту факторов составим математическую модель частотных измерений, где измеренное значение частоты мобильного стандарта $f_M(t)$ в момент времени t есть

$$f_M + k_{1M} \Delta T_M + k_{2M} \Delta M_M + \sum_M(t) + \delta(t)_M + \varepsilon_M = f_M'(t), \quad (2)$$

где f_M – «безошибочное» номинальное значение частоты мобильного стандарта;

k_{1M}, k_{2M} – температурный и магнитный коэффициенты частоты;

t_0 – некоторый начальный (или средний) момент времени, к которому относятся измерения температуры и магнитного поля;

$\Delta T_M = T_M(t) - T_M(t_0)$ – разность температур, измеренных в моменты времени t и t_0 ;

$\Delta M_M = M_M(t) - M_M(t_0)$ – разность магнитного поля, измеренного в моменты времени t и t_0 ;

$\sum_M(t)$ – группа поправок, зависящих от времени измерений (приливы в твердой земле и океанах, колебание уровня грунтовых вод и пр);

$\delta(t)_M$ – «дрейф» частотных измерений;

ε – случайная погрешность измерений.

Часть выражений может быть смоделирована, а часть включена в состав оцениваемых параметров, непосредственно определяемых или уточняемых. Например, поправки в частоту за гравитационное воздействие приливов могут быть вычислены по моделям приливов и перенесены в правую часть уравнения (2). Поправка в частоту мобильного стандарта за приливы есть

$$\Delta f_M(t) = f_M V_M(t) / c^2, \quad (3)$$

где $V_M(t)$ – эффективный приливной потенциал в точке расположения мобильного стандарта, в момент времени t .

Температурный и магнитный коэффициенты частоты k_{1M} , k_{2M} могут приводятся в технических характеристиках мобильного стандарта, или предварительно уточняются в лабораторных условиях.

Выражение измеренной частоты стационарного стандарта аналогично выражению (2). Однако, поскольку стационарное оборудование находится в термостатированном помещении, поправку за температуру здесь можно не определять.

При сличении частот мобильного и стационарного стандартов возникают ошибки метода передачи частоты и смещения, связанные с перевозкой часов. Поэтому для измеренной разности частот мобильного и стационарного стандартов $\Delta f_{MS}'(t)$ выражение примет вид:

$$\Delta f_{MS} + \Delta f_M + k_{1M} \Delta T_M + (k_{2M} \Delta M_M - k_{2S} \Delta M_S) + \Delta \sum_{MS}(t) + \sum(D) + \sum_{metod} + \varepsilon_{MS} = \Delta f_{MS}'(t) \quad (4)$$

где Δf_{MS} – релятивистское гравитационное смещение частоты;

Δf_M – начальная калибровочная разность частот мобильного стандарта по отношению к эталонной частоте стационарного стандарта;

$\Delta \sum_{MS}(t)$ – группа поправок, зависящих от времени измерений (разности измерений мобильного и стационарного стандартов);

$\sum(D)$ – группа поправок, зависящих от расстояния между мобильным и стационарным стандартами (транспортировка, передача по оптоволокну и т.д.);

\sum_{metod} – группа поправок, зависящих от метода сличения частот;

ε_{MS} – случайная погрешность измерений.

Влияние приливов в измеряемую разность частот при относительно небольшом удалении мобильного и стационарного стандартов (до 1000 км) становится близким к нулю.

Методы разделения и идентификации факторов, влияющих на изменение частоты атомного стандарта, могут быть технологические, зависящие от постановки эксперимента и метода сличения частот, а также математические, применяемые при обработке частотных данных.

Технологические методы – как правило, направлены на исключение или уменьшение влияния перечисленных выше факторов. К ним можно отнести:

- планирование экспериментов с исключением влияния систематических ошибок;
- предварительное исследование и калибровка аппаратуры;
- создание соответствующих условий частотных измерений;
- увеличение продолжительности частотных измерений;
- мониторинг температуры, магнитного поля и скорости движения автотранспорта.

Математические методы, применяемые при обработке частотных измерений, в основном, направлены на фильтрацию и сглаживание измерений. Однако, при таком подходе выявление отдельных факторов (в том числе, изменения гравитационного поля) становится затруднительным. Перечисленные выше факторы коррелированы между собой, и для их разделения, выявления возникает проблема решения плохо обусловленных задач.

Решение плохо обусловленных задач имеет следующие основные варианты.

1. Обнаружение и фиксация трудно определяемых или незначимых параметров. Присвоение этим параметрам либо нулевых, либо официально опубликованных глобальных (приближенных) значений. При частотных измерениях значимость параметров определяется в первую очередь характеристиками стандартов частоты, СДКО.

2. Алгебраическая регуляризация решения. В математике широко распространен метод регуляризации Тихонова [13].

3. Сингулярное разложение.

4. Факторный анализ.

Алгебраическая регуляризация решения. Регуляризация решения по методу Тихонова состоит в замене системы нормальных уравнений

$$A^T Ax = A^T f ,$$

новой

$$(A^T A + \alpha I)x = A^T f , \quad (5)$$

где I – единичная матрица, α – параметр регуляризации (положительное число, согласованное с точностью исходных данных, которое стремится к нулю).

В результате решения такой системы уравнений получается нормальное регуляризованное решение x_α . Значение α выбирается таким, чтобы, с одной стороны, улучшить обусловленность системы уравнений, а с другой – обеспечить хорошую аппроксимацию исходной задачи.

Следует отметить, что регуляризация применяется к системам нормальных уравнений, а составление нормальных уравнений увеличивает число обусловленности системы. Кроме того, существует некоторая неопределенность в выборе параметра регуляризации.

Сингулярное разложение. Сущность сингулярного разложения заключается в приведении системы линейных уравнений к диагональному виду и дальнейшем решении, см [14].

Решение системы линейных уравнений вида $Ax = f + v$ методом сингулярного разложения под условием МНК выполняется следующим образом [14]. После сингулярной факторизации матрицы $A = U \sum W^T$ система уравнений принимает вид

$$U \sum W^T x = f, \quad (6)$$

где U – ортогональная $m \times m$ -матрица,

W – ортогональная $n \times n$ -матрица,

Σ – диагональная $m \times n$ -матрица, у которой сингулярные числа $\sigma_{ij}=0$ при $i \neq j$ и $\sigma_{ii} = \sigma_i \geq 0$,

f – вектор измерений (в нашем случае, разностей частот стационарного и мобильного стандартов,

m – число измерений, n – число оцениваемых параметров.

Сингулярные числа являются ценным источником информации о точности решения системы линейных уравнений. Так, мера независимости столбцов матрицы характеризуется числом обусловленности $\mu(A)$, которое равно отношению $\sigma_{\max} / \sigma_{\min}$, где σ_{\max} и σ_{\min} – наибольшее и наименьшее сингулярные числа. Если число обусловленности близко к единице, то столбцы очень независимы, если оно велико, то столбцы почти зависимы.

Сингулярное разложение является ортогональным преобразованием, не изменяющим геометрию задачи, но предоставляющим ценную информацию для дальнейшей регуляризации решения. Такое решение улучшает обусловленность системы уравнений и отделяет группу информативных неизвестных параметров от группы плохо определяемых параметров. В итоге повышается точность определения информативной части параметров и улучшается корректность интерпретации результатов решения задачи.

Факторный анализ. Факторный анализ основан на комплексном и системном исследовании воздействия факторов на величину результативного показателя, выявлении и обосновании влияния различных признаков и их комбинаций на исследуемый процесс [15, 16]. Факторный анализ используют при работе с наборами данных, в которых имеется большое количество наблюдаемых переменных, отражающих меньшее количество скрытых переменных, которые являются базовыми.

Основная цель факторного анализа – уменьшить количество наблюдаемых переменных и найти ненаблюдаемые, скрытые переменные. Фактор – это скрытая переменная, которая описывает связь между количеством наблюдаемых переменных. Максимальное количество факторов равно количеству наблюдаемых переменных. Каждый фактор объясняет определенную дисперсию наблюдаемых переменных. Факторы помогают установить зависимости, правильно интерпретировать полученные результаты.

Таким образом, факторный анализ – это метод исследования связи ряда представляющих интерес переменных X_1, X_2, \dots, X_n линейно с меньшим числом ненаблюдаемых факторов F_1, F_2, \dots, F_m . Например, при изучении объекта измерены четыре характеристики, которые обусловлены действием двух факторов F_1 и F_2 [17]. Фактор F_1 действует на все четыре характеристики объекта, а фактор F_2 – лишь на два признака X_2 и X_3 (рис.1).

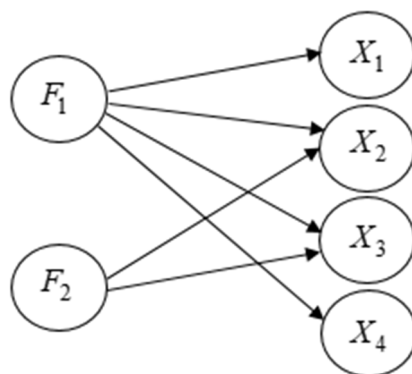


Рис.1. Пример модели факторного анализа

Основная проблема заключается в выборе числа факторов. Для решения этой проблемы разработан ряд объективных методов, позволяющих пользователям определять подходящий диапазон решений для исследования. При отборе факторов в первую очередь следует учитывать причинно-следственные связи между показателями, только они раскрывают сущность изучаемых явлений. От того, насколько правильно он сделан, зависит точность выводов по итогам анализа. Определение факторов может быть основано на предварительной информации, руководствуясь которой исследователь знает, сколько факторов ожидать. Главная роль при отборе факторов принадлежит теории, а также практическому опыту анализа.

Критерии выбора не являются жесткими, поэтому рекомендуется использовать несколько гипотез при определении числа факторов. К современным методам можно отнести параллельный анализ. Метод моделирования на основе метода Монте-Карло сравнивает наблюдаемые собственные значения с теми, которые получены из некоррелированных нормальных переменных. Фактор сохраняется, если связанное с ним собственное значение больше 95% распределения собственных значений, полученных из случайных данных. Данный метод является одним из наиболее часто рекомендуемых для определения количества сохраняемых факторов [18]. Факторный анализ является мощным инструментом для понимания сложных систем, и может применяться в различных областях науки. Он может быть использован для сжатия информации и улучшения прогнозных моделей. Эффективное применение факторного анализа возможно на основе использования современных языков программирования. Так, этот метод успешно реализуется на языке программирования Python, библиотеки которого пригодны для научных вычислений, в том числе, для анализа и визуализации больших наборов данных [19].

Заключение

На основании выполненных исследований можно сделать следующие выводы. Модель частотных измерений в зависимости от метода сличения частот должна включать все рассмотренные поправки, значения которых соответствуют

стабильности применяемых стандартов частоты. Эти поправки могут учитываться на основании дополнительных измерений, компенсироваться с помощью алгоритмов обработки, моделироваться на основании известных функциональных зависимостей, и, наконец, оцениваться как дополнительные параметры.

Разделение оцениваемых параметров (например, температурного или магнитного коэффициентов, поправок в модели приливов, атмосферных поправок), или определение значимых и незначимых параметров можно выполнять на этапе измерений – путем планирования экспериментов, предварительного исследования и калибровки аппаратуры, создания соответствующих условий частотных измерений, а также с помощью математических методов обработки измерений. Здесь предпочтительно применять факторный анализ и сингулярное разложение. Для анализа данных удобно использовать набор библиотек Python.

Исследование выполнено в рамках СЧ НИР «ГЕОТЕХ-Квант».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Voigt C., Denker H., Timmen L. Time-variable gravity potential components for optical clock comparisons and the definition of international time scales// *Metrologia*. – 2016. – Vol. 53. – № 6. – pp. 1365–1383. – doi: 10.1088/0026-1394/53/6/1365
2. Гиенко Е.Г. Анализ влияния геодинамических факторов на релятивистское смещение частоты атомных стандартов// *Вестник СГУГиТ*. – №5 (27), 2022. – С. 30-42. DOI 10.33764/2411-1759-2022-27-5-30-42
3. Ganagina I. G., Kanushin V. F., Goldobin D. N., et al. The impact of the nonuniform distribution of atmospheric pressure to changes in the Earth's global gravity field // *25th International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics*. – SPIE, 2019. – С. 1914–1917. – doi: 10.1117/12.2540688
4. Гайгеров Б.А., Сысоев В.П. Учет релятивистских эффектов при сличении шкал времени с помощью перевозимых квантовых часов//*Измерительная техника*. – 2012. – №2. – С.25-29.
5. Безменов И.В., Блинов И.Ю. Теоретические основы построения моделей для описания современных шкал времени и стандартов частоты: Монография. – Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ». – 2015. – 529 с.
6. Водородные стандарты частоты пассивного типа. URL: <https://vremya-ch.com/index.php/category/product/passivehm-ru/index.html> (дата обращения: 15.09.2023)
7. Перевозимые квантовые часы водородные ПКЧВ-М «САПФИР». URL: <https://www.vniiftri.ru/catalog/products/pribory/izmeritelnye-ustanovki/perevozimye-kvantovye-chasy-vodorodnye-pkchv-m-sapfir/> (дата обращения: 15.09.2023)
8. Фатеев В.Ф., Лопатин В.П., Пальчиков В.Г., Сысоев В.П. Обзор состояния разработок мобильных стандартов частоты и времени для решения задачи квантового нивелирования//*Альманах современной метрологии*. – 2022. – № 1 (29) – С.43-62.
9. Фатеев В.Ф., Смирнов Ф.Р., Карауш А.А. Эксперимент по повышению точности квантового нивелира на основе водородных квантовых часов с использованием фазовых измерений ГЛОНАСС/GPS// *Журнал технической физики*. – 2023. – Т.93 – вып.8. – С. 1181 – 1187. DOI: 10.21883/JTF.2023.08.55981.32-23.
10. Riedel F., Al-Masoudi A., Benkler E., Dörscher S., Gerginov V., Grebing C., Häfner S., Huntemann N., Lipphardt B., Lisdat C., et al. Direct comparisons of European primary and secondary frequency standards via satellite techniques // *Metrologia*. – 2020. – V.57. – № 04. DOI 10.1088/1681-7575/ab6745.
11. Pizzocaro M., et al. Intercontinental comparison of optical atomic clocks through very long baseline interferometry// *Nature Physics*. – 2021. – 17. – P. 223–227 DOI:10.1038/s41567-020-01038-6.

12. Dan X., Lee W., Stefani F., Lopez O., Amy-Klein A., Pottie P. Studying the fundamental limit of optical fiber links to the 10(-21) level. // Opt. Express. – 2018. – V.26. – P. 9515–9527. DOI:10.1364/OE.26.009515.
13. Тихонов А.Н., Большаков В.Д., Нейман Ю.М. Некорректные задачи геодезии//Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1980. – № 1. – С.45-53.
14. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления/ Пер. с англ. -М.: Мир. –1999. –548 с.
15. Канаев И. И. Фрэнсис Гальтон. Л: Наука. – 1972. – 136 с.
16. Иберла К. Факторный анализ /К. Иберла / Пер. с нем. – М.: Статистика, 1980. – 398 с.
17. 18 Макаров Р. И. Методы анализа данных : учеб. пособие / Р. И. Макаров, Е. Р. Хорошева ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2021. – 216 с.
18. 19 Zwick, William R.; Velicer, Wayne F. (1986). Comparison of five rules for determining the number of components to retain// Psychological Bulletin. 99 (3): 432–442. doi:10.1037/0033-2909.99.3.432.
19. 21 The Python Tutorial. URL: <https://docs.python.org/3/tutorial/index.html> (дата обращения: 15.09.2023).

© Е. Г. Гуенко, И. Г. Ганагина, 2024