

На правах рукописи

Некрасова Ольга Игоревна



Уточненная методика определения гравитационных  
характеристик локальных природных и техногенных объектов

25.00.32 – Геодезия

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Новосибирск – 2016

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Сибирский государственный университет геосистем и технологий» (СГУГиТ).

Научный руководитель – доктор технических наук Мазуров Борис Тимофеевич.

Официальные оппоненты:

Лобанова Татьяна Валентиновна, доктор технических наук, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Сибирский государственный индустриальный университет», научный руководитель научно-исследовательского центра «Геомеханика»;

Панжин Андрей Алексеевич, кандидат технических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт горного дела Уральского отделения Российской академии наук, ученый секретарь Ученого совета.

Ведущая организация – федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука Сибирского отделения Российской академии наук (г. Новосибирск).

Защита состоится 19 мая 2016 г. в 15.00 час. на заседании диссертационного совета Д 212.251.02 при ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет геосистем и технологий» по адресу: 630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 10, ауд. 402.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте СГУГиТ:  
<http://sgugit.ru/science-and-innovations/dissertation-councils/dissertations/nekrasova-o-i/>

Автореферат разослан 22 марта 2016 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Середович В. А.

Изд. лиц. ЛР № 020461 от 04.03.1997.  
Подписано в печать 26.02.2016. Формат 60×84 1/16.  
Печ. л. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ .  
Редакционно-издательский отдел СГУГиТ  
630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 10.  
Отпечатано в картопечатной лаборатории СГУГиТ  
630108, Новосибирск, ул. Плахотного, 8

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

*Актуальность темы исследования.* Определение гравитационного поля Земли, изменение его в пространстве и во времени является одной из важнейших областей исследований в геодезии.

Достигнутая к настоящему времени точность геодезических и гравиметрических измерений позволяет детализировать представление о пространственно-временной структуре гравитационного поля Земли. Вариации поля силы тяжести уже используются для выявления природных и техногенных геодинамических явлений. Подробные данные о структуре гравитационного поля необходимы для повышения точности и объективности геодинамического мониторинга состояния территорий с потенциально опасными процессами и явлениями для уменьшения риска возникновения кризисных ситуаций.

Локальные и региональные деформации земной поверхности происходят не только по природным причинам, но и из-за техногенной деятельности человека. Сила тяжести изменяется в связи с техногенными перераспределениями масс на земной поверхности, имеет локальный характер, зависит от объема и плотности перемещаемых масс. Соответственно, для выполнения корректной обработки и интерпретации геодезических измерений существует необходимость комплексного учета сложной пространственной и плотностной структуры гравитирующих тел.

При этом важна роль соответствующих корректных методов анализа гравитационного поля и используемых математических моделей. Сложность форм гравитирующих тел и их различные свойства являются одной из причин внимания к математическому обоснованию методов учета их гравитационного влияния. Существующие аналитические модели гравитационного влияния для определения гравитационных характеристик применимы лишь для ограниченного класса пространственных масс. Поэтому технологически рациональным является использование конечно-элементного метода при чис-

ленном моделировании пространственных форм реальных природных и техногенных объектов, например конуса. Таким образом, совершенствование методики, позволяющей детально определять гравитационные характеристики этих объектов, является актуальным.

*Степень разработанности темы.* Научные исследования гравитационного поля имеют трехвековую историю. За это время произошли кардинальные изменения методов измерений, их обработки и интерпретации. Использованию данных о гравитационном поле для решения задач геодезии посвящены исследования русских ученых: Красовского Ф. Н., Казанского И. А., Молоденского М. С., Пеллиниена Л. П., Еремеева В. Ф., Юркиной М. И., Бровара В. В., Бровара Б. В. и др. Вклад этих ученых был значительным для фундаментальной науки периода недостаточной информационной, компьютерной поддержки и инфраструктуры.

Научные исследования в области определения гравитационного поля Земли, как в России, так и за рубежом, охватывают глобальный, региональный и локальный масштаб территорий. Однако теоретическая и аналитическая основы учета гравитирующих масс правильной формы не являются в настоящее время универсальными. Они не соответствуют современному уровню геодезических и гравиметрических измерений. Кроме того, существующие методики конечно-элементной аппроксимации, в основном, подразумевают использование точечных масс. Объединение известных аналитических моделей, конечно-элементного метода и развитой системы цифровых моделей объектов позволит методически улучшить и практически реализовать определение гравитационных характеристик природных и техногенных объектов.

*Цель и задачи исследования.* Целью диссертационной работы является разработка и исследование методики и алгоритмов определения гравитационных характеристик природных и техногенных объектов на основе аналитических, конечно-элементных и цифровых моделей.

Для достижения поставленной цели были решены следующие основные задачи:

- анализ методик моделирования гравитационного влияния пространственных тел, обоснование целей и задач исследований;
- моделирование конусообразных элементов локальных природных и техногенных объектов;
- разработка методики и технологического решения определения гравитационных характеристик локальных природных и техногенных объектов с использованием их цифровых моделей;
- выполнение исследований разработанной методики на реальных моделях с целью определения гравитационных характеристик смоделированных и реальных природных объектов с учетом их различной плотности.

*Научная новизна результатов исследования состоит в следующем:*

- уточнена методика определения гравитационных характеристик локальных природных и техногенных объектов на основе комплексирования аналитических, конечно-элементных и цифровых моделей, что позволяет автоматизировать вычисления и повысить точность определения параметров;
- в результате исследований предложенного подхода на основе разбиения конечно-элементными кольцевыми секторами конусообразных форм рельефа выявлено, что использование данной модели позволяет с высокой точностью описать гравитационные характеристики объекта для учета их в геодезических и гравиметрических измерениях.

*Теоретическая и практическая значимость работы.* Теоретическая значимость работы заключается в математическом обосновании методик определения гравитационных характеристик на основе детализации локальных природных и техногенных объектов.

Практическая значимость работы состоит в возможности детального определения гравитационного влияния природных и техногенных объектов с использованием аналитических моделей, конечно-элементного метода и цифро-

вых моделей объектов. Это позволяет повысить достоверность интерпретации результатов геодезических, астрономических и гравиметрических измерений, выполнить оптимизацию проектирования геодезических построений.

*Методология и методы исследования.* Использовались теория и методы определения внешнего поля силы тяжести Земли, методы статистики и теория погрешностей, метод статистического и аналитического моделирования. Для численной детализации влияния гравитирующих объектов применялись их цифровые модели и метод конечных элементов.

*Положения, выносимые на защиту:*

– алгоритмы и методика определения детальных гравитационных характеристик локальных природных и техногенных объектов на основе комплексного использования конечно-элементного метода, аналитических и цифровых моделей обеспечивают достоверность интерпретации и повышение точности аппроксимации влияния гравитирующих объектов;

– модели разбиения конечными элементами, как кольцевыми секторами, так и вытянутыми параллелепипедами, конусообразных форм природных и техногенных объектов позволяют с высокой точностью описать гравитационные характеристики объектов для учета их в геодезических и гравиметрических измерениях и выполнить более точную аппроксимацию их гравитационного влияния;

– реализация технологических и методологических решений с использованием смоделированных и реальных природных объектов подтверждает новизну разработанной методики определения гравитационных характеристик.

*Степень достоверности и апробация результатов.*

Достоверность полученных результатов подтверждена вычислительными экспериментами по обработке модельных и реальных цифровых моделей рельефа (ЦМР) различных объектов.

Основные положения диссертации и результаты исследований докладывались и обсуждались на Международных научных конгрессах «ГЕО-Сибирь»

(2010 г., 2011 г., г. Новосибирск), «Интерэкспо ГЕО-Сибирь» (2012 г., 2013 г., г. Новосибирск).

Результаты диссертационной работы внедрены в учебный процесс федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Сибирский государственный университет геосистем и технологий».

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

*Во введении* обоснована актуальность и степень разработанности темы исследования, определены цель и задачи, сформулированы основные положения, выносимые на защиту, отмечены научная новизна, теоретическая и практическая значимость, приведены сведения о достоверности апробации результатов работы.

*В первом разделе* выполнен обзор и анализ проведенных ранее исследований по изучению гравитационных характеристик объектов, отмечена важность изучения поля силы тяжести, показано развитие данных исследований в последние столетия, роль знаний гравитационных характеристик природных и техногенных объектов для учета во многих науках о Земле и, в частности, в геодезии. Одним из важных научных и практических результатов проведенных исследований является повышение точности данных, получаемых по геодезическим измерениям, и достоверность их интерпретации.

На основе анализа материала по определению гравитационного поля Земли, нормального и возмущающего потенциала силы тяжести, составляющих уклонений отвесных линий, по редуцированию измеряемого гравитационного поля и аномалий силы тяжести сделаны выводы о необходимости учета гравитационных характеристик при выполнении высокоточных геодезических и гравиметрических работ, так как их влияние сопоставимо с накапливаемыми ошибками измерений.

Для однозначной интерпретации выявленных изменений силы тяжести необходимо измерять высоты, по крайней мере, в некоторых контрольных точках. К обнаружению изменений силы тяжести в локальных масштабах, связанных с геодинамическими и техногенными процессами в близповерхностных слоях, приводят повторные гравиметрические наблюдения, с помощью которых можно выявить влияние притяжения масс на геодезические измерения.

*Второй раздел* посвящен рассмотрению обратных и прямых задач гравиметрии для целей геодезии, анализу различных аналитических и аппроксимационных моделей, применяемых для описания локальных гравитирующих объектов, а также изучению влияния изменения локальной силы тяжести на результаты наблюдений.

Прямая и обратная задачи гравиметрии тесно связаны, но их решения имеют принципиальное различие. Прямая задача сводится к определению характера аномалий гравитационного поля и влияния на него тел, составляющих модель, в зависимости от заданных форм, глубин, размеров, физических свойств, плотности тел. Обратная задача сводится к определению параметров аномалиеобразующих тел (формы, размеров, глубины залегания, плотности аномальных масс) по измеренным параметрам поля и по гравитационным аномалиям. Некорректность обратных задач заключается в невозможности нахождения единственного решения.

Результаты исследования и вычислительных экспериментов гравитационных характеристик реальных природных и техногенных объектов подтверждают их значимое влияние на корректность анализа и интерпретации результатов геодезических и гравиметрических измерений, включая некоторые варианты решения обратных задач.

Для определения гравитационных характеристик объектов используются аналитические модели элементарных пространственных тел: однородного шара, двумерного горизонтального слоя, сферического многогранника, прямоугольного параллелепипеда, сферической призмы, цилиндрической призмы и др. Выбор

конкретных аналитических моделей для учета гравитационного влияния должен определяться исходя из целей исследования.

Преимуществом использования модели параллелепипеда является более качественное и методически улучшенное определение гравитационных характеристик природных и техногенных объектов. Основой этого улучшения является более точное в совокупности вычисление гравитационных характеристик от влияния каждого параллелепипеда по аналитическим интегральным формулам, исключая некоторые методические ошибки.

Определение гравитационных характеристик локальных природных и техногенных объектов по конечно-элементным моделям поверхности рельефа позволяет выполнять более точный их учет при проектировании геодезических сетей, организации полевых работ и последующей интерпретации результатов геодезических и гравиметрических наблюдений.

*В третьем разделе* проанализированы модели аппроксимации гравитационного влияния конусообразных форм рельефа, приведена разработанная методика определения гравитационных характеристик и выполнена ее апробация на смоделированных и реальных объектах.

Разработка методики определения гравитационных характеристик выполнена на основе модели кругового конуса с радиусом основания  $R$ , высотой  $H$ , плотностью пород  $\Delta\rho$ . Для этого был рассмотрен локальный участок земной поверхности, на котором имеется конусообразная гравитирующая масса высотой 750 м, радиус основания 450 м, плотность пород 2,63 г/см<sup>3</sup>.

Усеченный конус разделен на шесть слоев по высоте, а конус – на десять слоев. Каждый из слоев разбит на 60 шестиградусных секторов. Затем каждый сектор конуса разделен на 20; 18; 16; 14; 12; 10; 8; 6; 4; 2 зон, а усеченного конуса – на 20; 18; 16; 14; 12; 10 зон по мере возвышения каждого слоя над другим. В вычислительном эксперименте гравитационный потенциал конуса аппроксимировался суммой потенциалов 6 600 материальных точек, а потенциал усеченного конуса – 5 400 материальных точек. В результате были найдены

значения гравитационного потенциала  $T_{\text{конуса}}^C$ , вызванного этими конусами, в любой точке  $C$  окружающего пространства.

В работе предложен следующий алгоритм вычисления:

а) конус делится горизонтальными плоскостями на  $k$  объемных тел с радиусами оснований, начиная с нижнего,  $r_1, r_2, \dots, r_k$ . Высота каждого конуса равна  $h = H/k$ . На рисунке 1 показано вертикальное сечение конуса для  $k = 10$ ;

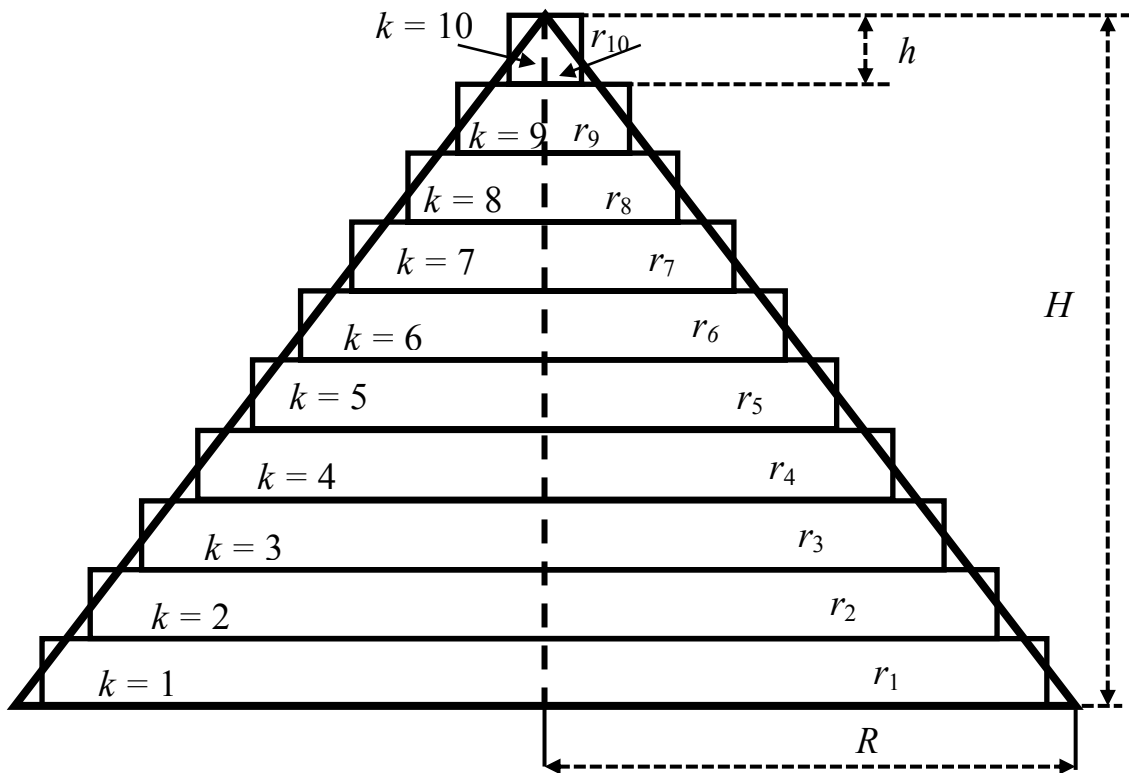


Рисунок 1 – Вертикальное сечение конуса

б) каждый  $k$ -й конусообразный слой с радиусом нижнего основания  $r_i$  и радиусом верхнего основания  $r_{i+1}$  заменяется на его аппроксимирующий  $k$ -й цилиндрический слой той же высоты  $h$  под условием равенства их объемов:

$$V_{\text{конуса}}(r_i; r_{i+1}) = V_{\text{цилиндра}}(r_k), \quad (1)$$

или

$$(1/3) \cdot \pi h (r_i^2 + r_i r_{i+1} + r_{i+1}^2) = \pi h r_k^2. \quad (2)$$

Радиус основания аппроксимирующего цилиндра вычисляется по формуле

$$r_k = \sqrt{(1/3)(r_i^2 + r_i r_{i+1} + r_{i+1}^2)}; \quad (3)$$

в) каждый цилиндрический слой делится на  $Jk$  concentric rings через равное расстояние  $dr = rk/Jk$ , где  $Jk = 2(11 - k)$ . Каждое кольцо делится на  $N$  кольцевых секторов (криволинейные параллелепипеды) с угловым шагом  $\alpha = 360^\circ/N$ . На рисунке 2 показан пример такого конечно-элементного разбиения при  $k = 1, 2, \dots, 10$ ;  $\alpha = 6^\circ$ ;

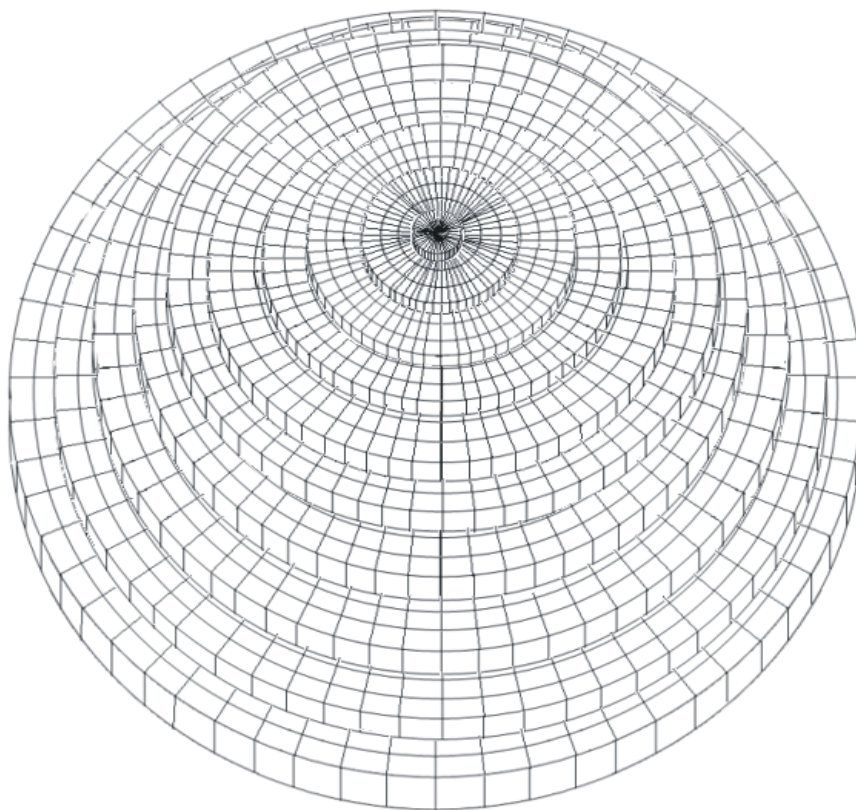


Рисунок 2 – Конечно-элементное разбиение конуса

г) чтобы заменить все объемные конечные элементы точечной массой, находятся координаты центра его масс. Для любого  $k$ -го цилиндрического слоя кольцевого сектора координата  $z$  (по вертикали) вычисляется по формуле

$$z_k = (h/2) + h(k-1). \quad (4)$$

Координаты  $x$ ,  $y$  центра масс каждого конечного элемента определяются с использованием известных в теории сопротивления материалов формул для кольцевого сектора и его свойства симметрии. Для сектора при угловой величине  $\alpha$  с внешним радиусом  $r_{k,j+1}$ , внутренним радиусом  $r_{k,j}$  находится расстояние  $r_{m_{k,(j;j+1)}}$  от центра образующего кольца  $O$  до центра масс кольцевого сектора  $m$  (рисунок 3) по формуле

$$r_{m_{k,(j;j+1)}} = (4/3) \frac{\sin(\alpha/2)}{\alpha} \frac{(r_{k,j+1}^3 - r_{k,j}^3)}{(r_{k,j+1}^2 - r_{k,j}^2)} \quad (5)$$

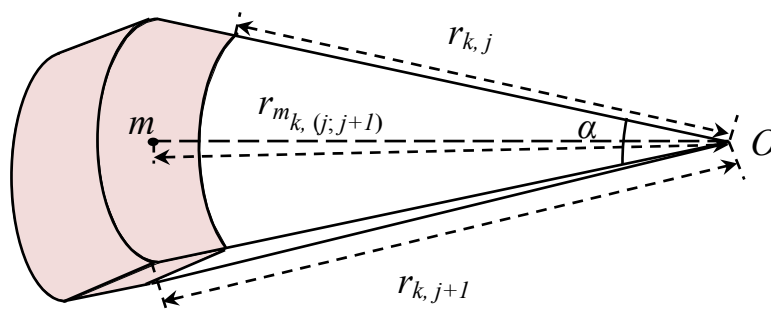


Рисунок 3 – Нахождение центра масс кольцевого сектора

д) по полученному значению расстояния  $r_{m_{k,(j;j+1)}}$  вычисляются координаты  $x$ ,  $y$  центра масс для каждого конечного элемента:

$$x_{k,(j;j+1),n} = r_{m_{k,(j;j+1)}} \cos \beta_n, \quad (6)$$

$$y_{k,(j;j+1),n} = r_{m_{k,(j;j+1)}} \sin \beta_n, \quad (7)$$

где  $\beta_n = (\alpha/2) + \alpha(n-1)$ ;  $n = 1, 2, \dots, N$ ;

ж) объем каждого кольцевого сектора определяется по формуле

$$V_{k,(j;j+1)} = \alpha(r_{k,j+1}^2 - r_{k,j}^2)h. \quad (8)$$

С учетом плотности пород  $\Delta\rho$  вычисляется масса сектора  $j$ -го кольца  $k$ -го слоя:

$$m_{k,(j;j+1),n} = V_{k,(j;j+1)}\Delta\rho; \quad (9)$$

и) в точке  $C$  окружающего пространства гравитационный потенциал, который вызывается точечной массой величиной  $m_{k,(j;j+1),n}$  с координатами  $x_{k,(j;j+1),n}$ ,  $y_{k,(j;j+1),n}$ ,  $z_k = (h/2) + h(k-1)$ , определяется, как

$$T_{k,(j;j+1),n}^C = G \frac{m_{k,(j;j+1),n}}{r_{k,(j;j+1),n}^C}, \quad (10)$$

где  $G$  – гравитационная постоянная;  $r_{k,(j;j+1),n}^C$  – расстояние от центра масс конечного элемента до точки  $C$ .

Вызываемый конусом общий гравитационный потенциал в точке  $C$  окружающего пространства вычисляется как сумма потенциалов точечных масс:

$$T_{\text{конуса}}^C = G \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J \sum_{n=1}^N \frac{m_{k,(j;j+1),n}}{r_{k,(j;j+1),n}^C}; \quad (11)$$

к) итоговое значение потенциала  $W_C$  с учетом высоты над поверхностью эллипсоида и гравитирующего конуса определяется суммой возмущающего потенциала  $T_C$  с нормальным потенциалом  $U$ , значение которого на поверхности уровня эллипсоида  $U_0 = 62\,636\,861,074 \text{ м}^2 \text{ с}^{-2}$ ;

л) компоненты вектора силы тяжести в точке  $C$  определяются по формулам:

$$g_{Cx} = G \sum_{i=1}^n m_i \frac{x_C - x_i}{r_i^3}, \quad g_{Cy} = G \sum_{i=1}^n m_i \frac{y_C - y_i}{r_i^3}, \quad g_{Cz} = G \sum_{i=1}^n m_i \frac{z_C - z_i}{r_i^3} + g_C^H, \quad (12)$$

где  $x_i, y_i, z_i$  – координаты центра тяжести элементарного гравитирующего объема массой  $m_i$ , а  $x_C, y_C, z_C$  – координаты точки  $C$ . При вычислении компонен-

ты  $g_z$  учитывается гравитирующее влияние Земли на высоте  $H_C$  относительно эллипсоида.

Результирующее значение силы тяжести в точке  $C$  определяется как корень квадратный из суммы квадратов компонент вектора силы тяжести;

м) на основе полученных данных вычисляется значение уклонения отвесной линии вдоль оси  $x$  и  $y$ ;

н) вычисляется аномалия высоты (разность геодезической и нормальной высоты) через возмущающий потенциал  $T_C$  по формуле Брунса.

Также в третьем разделе описана методика детализации гравитирующих объектов конечно-элементным методом.

При замене куба шаром (рисунок 4) возникают методические ошибки, сущность которых состоит в следующем. Куб заменяется шаром того же объема с радиусом

$$R_{\text{ш}} = \sqrt[3]{\frac{3 a^3}{4 \pi}}. \quad (13)$$

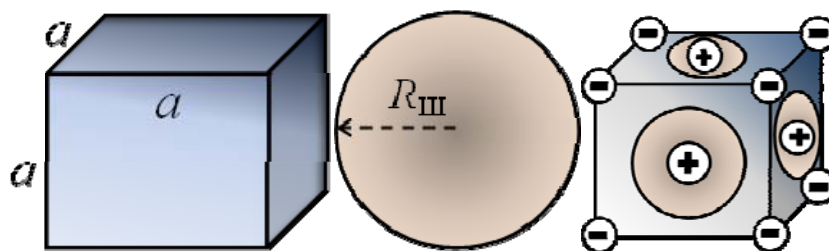


Рисунок 4 – Аппроксимация куба шаром того же объема

Для  $a = 1$  (при этом расстояние от центра куба до грани по перпендикуляру равно 0,5) величина  $R_{\text{ш}}$  составляет 0,62.

Таким образом, при совмещении центра куба с центром шара для шести граней куба образуются выступающие секторы (+) шара, усеченные гранями. Оставшаяся часть шара «компактно» расположена внутри куба с возникшими для восьми его «углов» пустыми (нулевыми) областями (-).

В общем случае области (+) и области (-) при совместном гравитационном влиянии не компенсируют друг друга. Для одного куба-шара эта ошибка незначительна, при увеличении количества таких конечных элементов (до сотен, тысяч и даже десятков тысяч) влияние этой ошибки возрастает.

Предлагаемый в диссертационной работе алгоритм позволяет также исключить (уменьшить) следствие нестрогой кубической формы верхнего конечного элемента в столбах-параллелепипедах, составленных кубическими конечными элементами (рисунок 5).

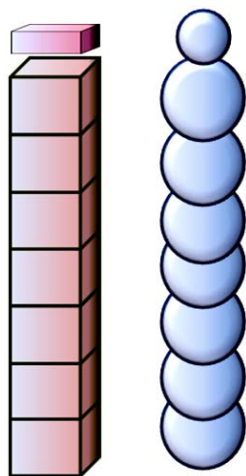


Рисунок 5 – Аппроксимация вертикального столба-параллелепипеда

В работе описана методика аппроксимации гравитационного влияния различных тел сложной конфигурации на примере локального рельефа, основанная на использовании выраженного аналитически замкнутого интеграла для параллелепипеда (рисунок 6).

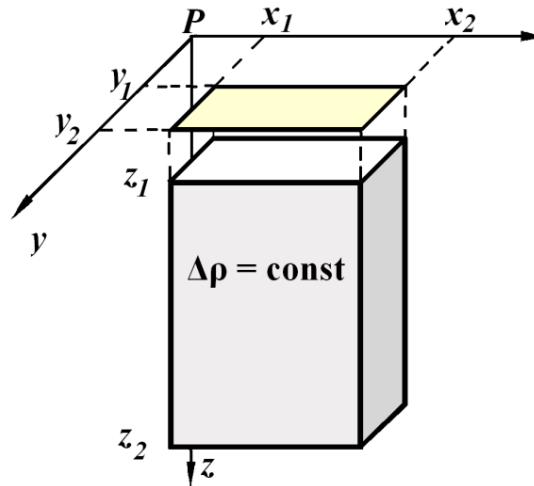


Рисунок 6 – Гравитирующее тело в виде параллелепипеда

Результатом решения этого интеграла является следующая формула вычисления аномальной силы тяжести в точке поверхности  $P$ :

$$\Delta g = G \cdot \Delta \rho \left[ -x \cdot \ln(y+r) - y \cdot \ln(x+r) + z \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{z} \frac{y}{r} \right]_{x_1}^{x_2} \left[ \frac{y_2}{y_1} \right]_{z_1}^{z_2}, \quad (14)$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

При анализе локальных участков произвольного рельефа предлагается выполнять конечно-элементную аппроксимацию параллелепипедами разной высоты. Окончательная величина силы тяжести будет получена при суммировании аналитически вычисленных гравитационных влияний каждого из параллелепипедов. В данном случае количество выбранных конечных элементов можно значительно сократить по сравнению с точечной аппроксимацией.

Преимуществом представленного технологического подхода к вычислению гравитационных характеристик природных и техногенных объектов является, в первую очередь, более точное определение гравитационного влияния каждого параллелепипеда по интегральным формулам, исключая некоторые методические ошибки.

В технологическом плане оптимизировать процесс вычисления гравитационных характеристик позволяет развитая система цифровых моделей рельефа.

Для проверки, уточнения методики и последующего создания технологии учета гравитационного влияния природных и техногенных объектов были использованы цифровые модели некоторых реально существующих локальных объектов. Для последующего определения значений силы тяжести и главных ее трансформант в пунктах, расположенных в непосредственной близости к исследуемым моделям поверхности Земли, были выполнены экспериментальные исследования.

В качестве исходных данных для определения гравитационных характеристик объектов использовалась реальная ЦМР на участок вулкана Святой Елены (Mount St. Helens), расположенный в округе Скамания штата Вашингтон (США), а также реальная ЦМР всхолмленной береговой территории на полуострове Камчатка и ЦМР, построенная на основе моделирования локального участка морского дна у побережья этого полуострова. Исследуемые природные локальные объекты изображены на рисунках 7, 8.

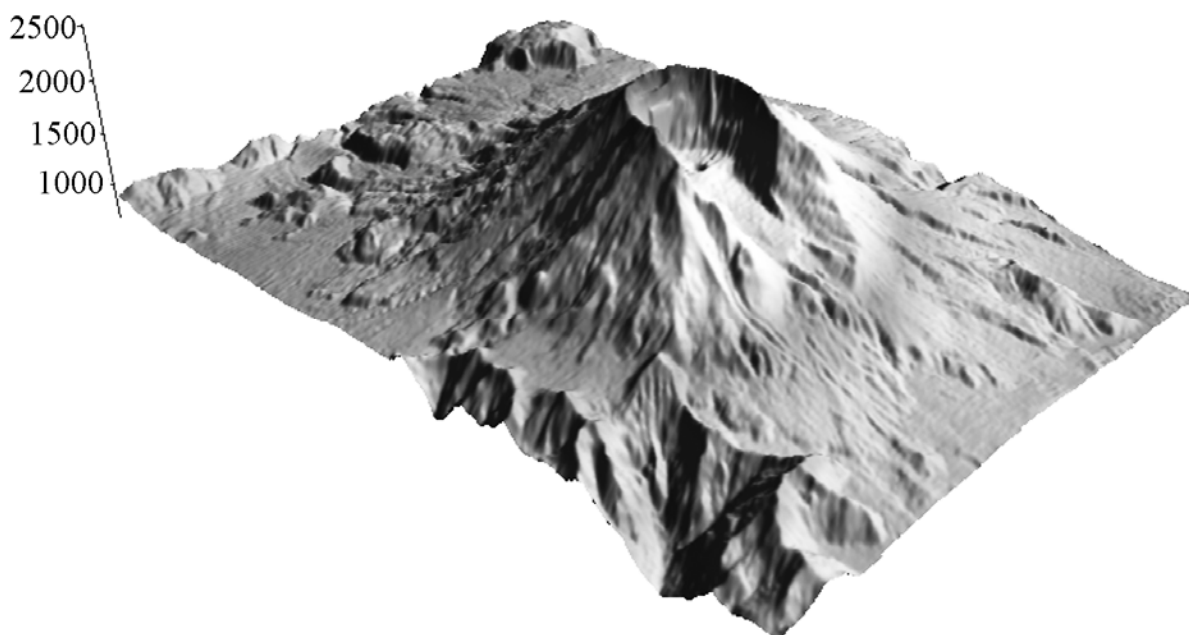


Рисунок 7 – ЦМР реальной поверхности вулкана Святой Елены  
(координаты в метрах, высота относительно уровня моря)

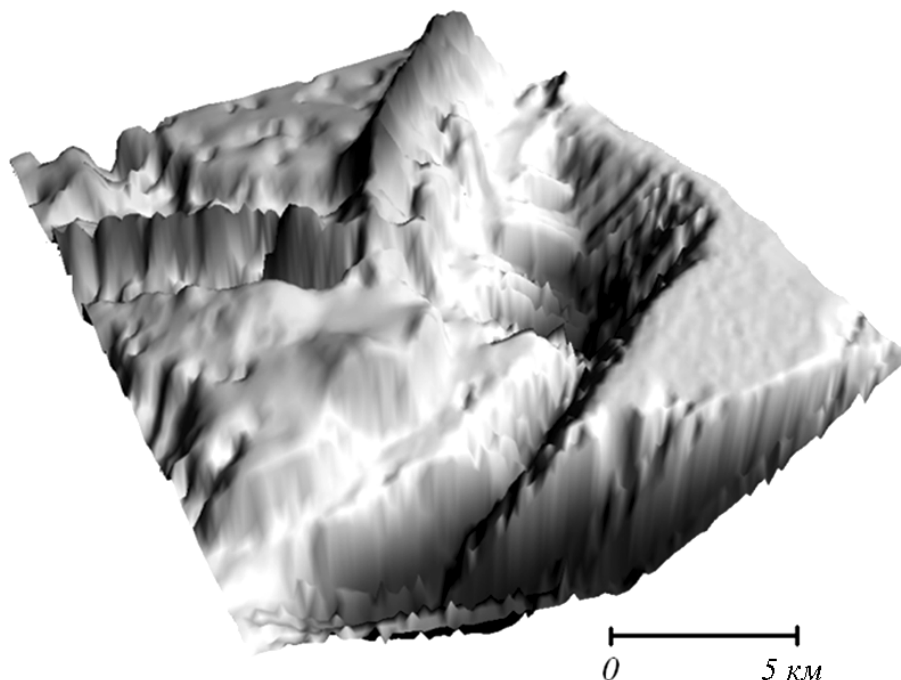


Рисунок 8 – ЦМР реальной поверхности береговой территории полуострова Камчатка и смоделированного прибрежного участка морского дна

В качестве конечных элементов использовались параллелепипеды. В процессе математической обработки определялось значение возмущающего потенциала силы тяжести всего объекта как совокупности конечных элементов – однородных вытянутых параллелепипедов с последующим суммированием потенциалов каждого.

ЦМР может быть создана по различным данным координатизации поверхности. В первом эксперименте ЦМР построена по результатам векторизации топографической карты. На рисунке 9 изображен участок ЦМР вулкана Святой Елены с координатными сечениями  $30 \times 30$  м по осям  $x$  и  $y$  соответственно. Для детализированного определения гравитационных характеристик всей области вокруг конуса вулкана общее количество далее обработанных конечных элементов составило 51 051. Высота параллелепипедов с размерами основания  $30 \times 30$  м достигала более 1 км. Общая площадь территории вокруг конуса вулкана для определения ее гравитационных характеристик составляет  $12,68 \text{ км}^2$  (4,252 км на 2,981 км).

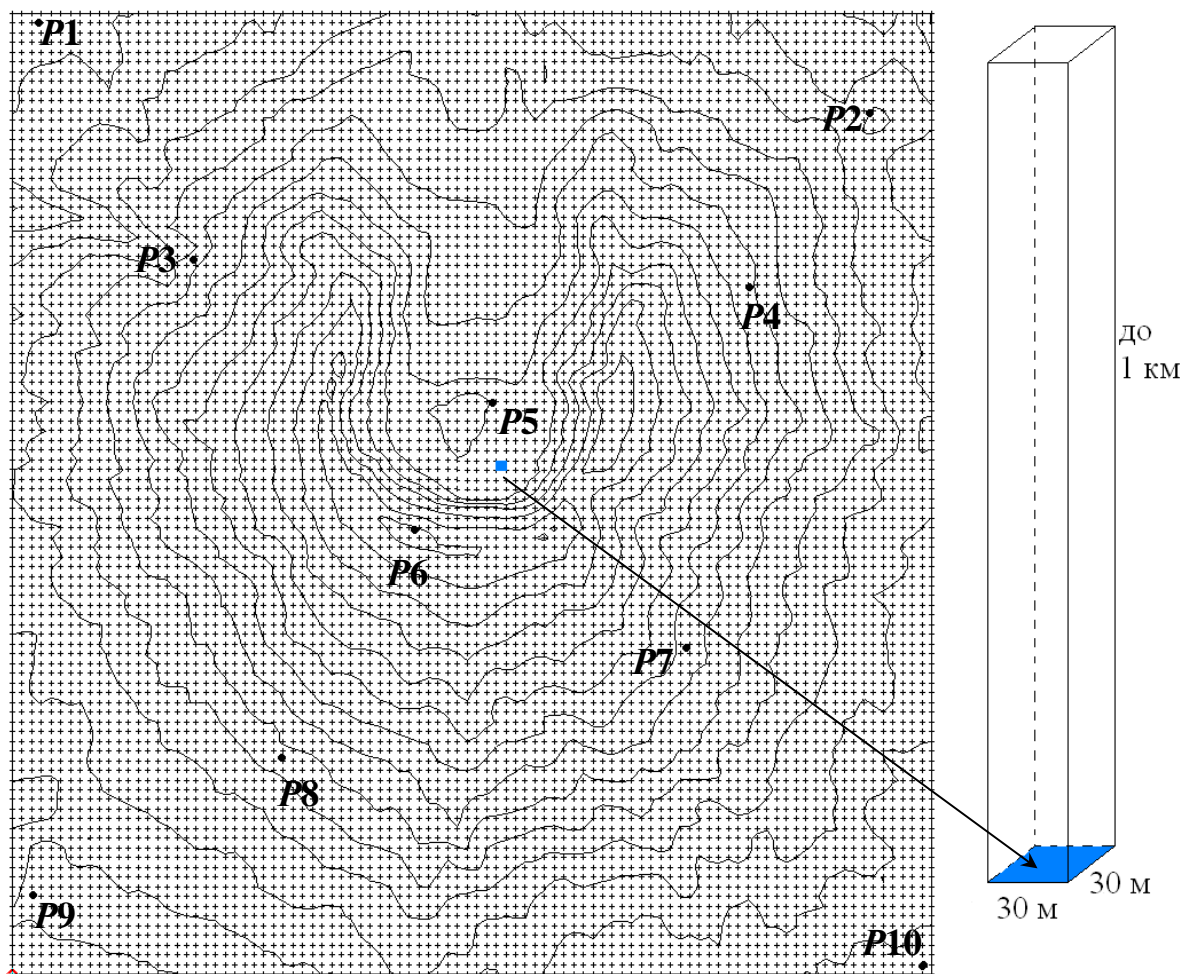


Рисунок 9 – GRID сетка для поверхности вулкана Святой Елены

Исходные координаты  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  точек ЦМР преобразованы в координаты  $X'$ ,  $Y'$ ,  $Z'$  с началом системы координат в пункте, гравитационные характеристики которого вычислялись. В эксперименте на примере вулкана Святой Елены эти характеристики определялись для нескольких различных пунктов (рисунок 10).

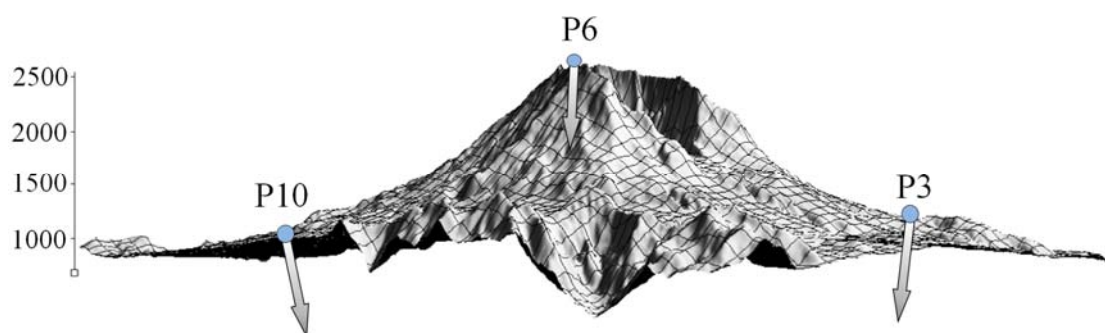


Рисунок 10 – Векторы силы тяжести (вид с северо-востока)

В таблицах 1, 2 приведены значения гравитационных характеристик для трех пунктов.

Таблица 1 – Значения гравитационных характеристик – потенциала и силы тяжести, полученных по ЦМР вулкана Святой Елены

Значения гравитационных характеристик – потенциала и силы тяжести						
Номер пункта	$H_n$ , м	$U$ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	$T$ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	$\gamma_{0(\text{св.в.})}$ , мГал	$g$ , мГал	$\Delta g$ , мГал
P3	1 627,8	62 636 861,913	0,839 4	980 226,678	980 266,835 4	40,157
P6 (max)	2 545,0	62 636 863,830	2,755 9	979 943,630	980 042,767 8	99,137
P10 (min)	1 103,5	62 636 862,137	1,063 0	980 388,477	980 384,740 0	-3,737

Таблица 2 – Значения основных трансформант потенциала, полученных по ЦМР вулкана Святой Елены

Значения основных трансформант потенциала						
Номер пункта	$g_x$ , мГал	$g_y$ , мГал	$g_z$ , мГал,	$\xi$ , "	$\eta$ , "	$\zeta$ , м
P3	-16,844	12,815	980 266,835 2	-3,544	2,696	0,086
P6 (max)	-1,707	-5,036	980 042,767 8	-0,359	-1,060	0,281
P10 (min)	22,371	-23,677	980 384,739 5	4,707	-4,981	0,108

Вторым исследуемым природным локальным объектом был участок всхолмленного берега полуострова Камчатка. При проведении эксперимента учитывалась различная плотность береговой территории и водных масс соседней морской области. Для суши была принята средняя плотность 2,63 г/см<sup>3</sup>, а плотность морской воды – 1,1 г/см<sup>3</sup>. GRID сеть поверхности морского дна содержит 8 300 элементов, поверхность суши – 8 000 элементов с размером оснований по осям  $x$ ,  $y$  160 × 160 м. Гравитационные характеристики определялись для четырех пунктов природного объекта. Общая площадь территории участка всхолмленного берега полуострова Камчатка для определения ее гравитацион-

ных характеристик составляет  $205,4 \text{ км}^2$ , а смоделированного прибрежного участка морского дна –  $197,8 \text{ км}^2$ .

Для вычисления значения возмущающего потенциала  $T$  всей исследуемой поверхности для каждого параллелепипеда найдены значения объема  $V$ , массы  $M$  и расстояний до вершин основания параллелепипеда. После определения значений  $T_i$  для всех параллелепипедов получен их общий потенциал  $U$ .

Для получения составляющих уклонения отвесной линии в плоскости меридиана  $\xi$  (") и плоскости первого вертикала  $\eta$  (") использовались следующие формулы:

$$\xi = -\frac{1}{\gamma}T_x, \quad \eta = -\frac{1}{\gamma}T_y, \quad (16)$$

где  $T_x$ ,  $T_y$  – это производные от возмущающего потенциала по  $x$  и  $y$  – т. е. составляющие вектора силы тяжести по этим осям  $g_x$  и  $g_y$ .

Эксперимент по определению гравитационных характеристик десяти пунктов участка вулкана Святой Елены показал, что минимальное значение силы тяжести составляет  $980\,042,8$  мГал, максимальное  $980\,384,7$  мГал, значения уклонения отвесной линии в плоскости меридиана и плоскости первого вертикала равны:  $\xi_{\min} = -3,8''$ ;  $\xi_{\max} = 4,7''$ ;  $\eta_{\min} = -5,0''$ ;  $\eta_{\max} = 4,8''$  соответственно. Вычисленная аномалия высоты имеет следующие значения:  $\zeta_{\min} = 0,07$  м;  $\zeta_{\max} = 0,28$  м.

Минимальное и максимальное значения силы тяжести в пунктах, полученные на основе цифровой модели рельефа всхолмленной береговой территории полуострова Камчатка, равны  $980\,687,29$  мГал и  $980\,728,30$  мГал соответственно. Вычисленные значения уклонения отвесной линии в плоскости меридиана и плоскости первого вертикала составляют:  $\xi_{\min} = -0,87''$ ;  $\xi_{\max} = 1,16''$ ;  $\eta_{\min} = -2,39''$ ;  $\eta_{\max} = 0,26''$ , аномалия высоты  $\zeta_{\min} = 0,02$  м;  $\zeta_{\max} = 0,10$  м.

Проведенные эксперименты подтвердили возможность применения предлагаемой методики с использованием аналитической, конечно-элементной и цифровой моделей для более качественного определения гравитационных ха-

рактических локальных природных и техногенных объектов размерами до нескольких десятков километров.

Результаты исследований для локальных объектов позволяют повысить точность описания локального гравитационного поля примерно на 3–4 % в сравнении с существующими методиками. Размеры территории таких локальных объектов с горным и предгорным рельефом приблизительно 20–100 км<sup>2</sup>. В основе повышения точности стоит сочетание метода конечных элементов, аналитических моделей и цифровых моделей рельефа.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При проведении диссертационного исследования были решены поставленные задачи и получены следующие основные результаты:

– выполнен анализ существующих методик моделирования гравитационного влияния пространственных тел, на основе которого выявлено, что существующие аналитические модели гравитационного влияния для определения гравитационных характеристик применимы для ограниченного класса пространственных масс;

– уточнена методика определения гравитационных характеристик локальных природных и техногенных объектов, основанная на комплексировании аналитических, конечно-элементных и цифровых моделей, что в итоге позволило повысить точность и автоматизировать этот процесс, повысить достоверность интерпретации результатов геодезических, астрономических и гравиметрических измерений;

– разработан алгоритм детализации конечными элементами модели конусообразных природных и техногенных объектов с разбиением их на кольцевые секторы и вытянутые параллелепипеды, который обеспечивает высокую точность определения гравитационных характеристик объектов для учета их в гео-

дезических и гравиметрических измерениях и позволяет выполнить более точную аппроксимацию их гравитационного влияния;

– выполненные экспериментальные исследования разработанной методики определения гравитационных характеристик смоделированных и реальных локальных природных объектов на площадях размерами 197,8; 205,4; 12,68 км<sup>2</sup> с учетом различной плотности составляющих тел подтвердили работоспособность методики и позволили с высокой точностью описать гравитационные характеристики объекта для учета их в геодезических и гравиметрических измерениях.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы связаны с привлечением различных аналитических моделей и их комбинированием с учетом рельефа конкретных природных и техногенных объектов.

## СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1 Мазуров, Б. Т. Гравитирующее влияние конусообразных форм рельефа на результаты геодезических измерений [Текст] / Б. Т. Мазуров, О. И. Некрасова // Геодезия и картография. – 2013. – № 5. – С. 2–6.

2 Мазуров, Б. Т. Конечно-элементная модель конусообразных форм рельефа для учета их гравитирующего влияния на результаты геодезических измерений [Текст] / Б. Т. Мазуров, О. И. Некрасова // Геодезия и картография. – 2013. – № 6. – С. 42–45.

3 Мазуров, Б. Т. Аппроксимация гравитационного влияния локального рельефа по его цифровым моделям [Текст] / Б. Т. Мазуров, О. И. Некрасова // Геодезия и картография. – 2014. – № 7. – С. 2–4.

4 Мазуров, Б. Т. Алгоритм аппроксимации гравитационного влияния конусообразных форм земного рельефа [Текст] / Б. Т. Мазуров, О. И. Некрасова // ГЕО-Сибирь-2010. VI Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 6 т. (Новоси-

бирск, 19–29 апреля 2010 г.). – Новосибирск : СГГА, 2010. Т. 1, ч. 1. – С. 205–210.

5 Некрасова, О. И. Аппроксимация гравитационного влияния конуса на геодезические измерения численным методом [Текст] / О. И. Некрасова // ГЕО-Сибирь-2011. VII Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 6 т. (Новосибирск, 19–29 апреля 2011 г.). – Новосибирск : СГГА, 2011. Т. 1, ч. 1. – С. 196–201.

6 Некрасова, О. И. Обзор компьютерных систем геолого-маркшейдерского профиля [Текст] / О. И. Некрасова // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2012. VIII Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 3 т. (Новосибирск, 10–20 апреля 2012 г.). – Новосибирск : СГГА, 2012. Т. 1. – С. 241–250.

7 Мазуров, Б. Т. Аппроксимация гравитационного влияния рельефа [Текст] / Б. Т. Мазуров, О. И. Некрасова // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2013. IX Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 3 т. (Новосибирск, 15–26 апреля 2013 г.). – Новосибирск : СГГА, 2013. Т. 1. – С. 211–213.