

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сибирский государственный университет геосистем и технологий»
(СГУГиТ)

На правах рукописи



Абжапарова Динара Амалбековна

Разработка методики выбора вида и параметров специальных геодезических
проекций при выполнении инженерно-геодезических работ

25.00.32 – Геодезия

Диссертация на соискание ученой степени кандидата
технических наук

Научный руководитель –
доктор технических наук, доцент
Мазуров Борис Тимофеевич

Новосибирск – 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1 СОЗДАНИЕ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ПЛАНОВ НА ТЕРРИТОРИЯХ ИНЖЕНЕРНЫХ ИЗЫСКАНИЙ, СТРОИТЕЛЬСТВА, РЕКОНСТРУКЦИИ И ЭКСПЛУАТАЦИИ.....	10
1.1 Значение крупномасштабных топографических планов и нормативные документы.....	10
1.2 Требования к точности и целесообразности использования геодезических проекций для инженерно-геодезических и маркшейдерских работ.....	14
1.3 Геодезические проекции. Выбор и применение плоских координат...	18
1.4 Государственные и местные системы плоских координат в РФ.....	27
1.5 Примеры установления местных систем координат	29
2 ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ ДЛЯ ЛОКАЛЬНЫХ ТЕРРИТОРИЙ	31
2.1 Применение алгоритмов геодезических проекций.....	31
2.2 Конические конформные проекции, их применение, достоинства и недостатки.....	31
2.3 Стереографические проекции, их сравнительная оценка.....	33
2.4 Проекция Руссиля.....	36
2.5 Стереографическая проекция Гаусса.....	38
2.6 Теоретические основы конформной стереографической проекции Гаусса для инженерно-геодезических работ (по Зенину В. Н.).....	41
2.7 Сравнительная характеристика трех геодезических проекций.....	50
2.8 Разработка теоретических основ секущей конформной стереографической проекции в определении Гаусса.....	51
2.9 Разработка практики применения стереографической проекции и системы координат для инженерно-геодезических сетей на территориях округлой формы.....	54
3 ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ В ВЫСОКОГОРНЫХ ТЕРРИТОРИЯХ (НА ПРИМЕРЕ КЫРГЫСКОЙ РЕСПУБЛИКИ).....	57
3.1 Использование спутниковых систем ГЛОНАСС, GPS для создания геодезических сетей с координатами в стереографической проекции Гаусса.....	57
3.2 Геодезическое обеспечение решения задач геодинамического мониторинга Центральной Азии.....	60
3.3 Инженерно-геодезические работы в горной местности.....	64
3.4 Преобразование координат из проекции Гаусса-Крюгера в координаты стереографической проекции Гаусса на примере Южного Кыргызстана.....	66
4 ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ПРОВЕРКЕ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МЕТОДИКИ ВЫБОРА И ПАРАМЕТРОВ СПЕЦИАЛЬНОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ ДЛЯ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТ.....	74
4.1 Картографическое обеспечение инженерно-геодезических работ в	

горной местности.....	74
4.2 Выбор секущей плоскости для уменьшения линейных искажений в локальной геодезической сети при обеспечении инженерно-геодезических работ.....	79
4.3 Крупномасштабное картографирование для инженерно-геодезических работ в горной местности.....	83
4.4 Линейные искажения при переходе от эллипсоида Красовского на секущий эллипсоид.....	90
4.5 Алгоритм методики выбора вида и параметров специальной геодезической проекции для инженерно-геодезических работ.....	97
4.6 Программное обеспечение методики выбора вида и параметров специальной геодезической проекции для инженерно-геодезических работ.....	99
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	103
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	105
ПРИЛОЖЕНИЕ А (обязательное) АЛГОРИТМ СТЕРЕОГРАФИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ К. Ф. ГАУССА.....	122
ПРИЛОЖЕНИЕ Б (обязательное) РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА.....	124

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Развитие инженерно-геодезических работ определяет повышенные требования к минимальности искажений при создании картографических материалов о местности, где выполняется проектирование, изыскание, строительство и эксплуатация, и о самом объекте строительства. Поэтому в инженерно-геологических и геофизических работах, в гидроэнергостроительстве, градостроительстве, в промышленном и гражданском строительстве, в горно-маркшейдерских работах востребованы специальные геодезические проекции и системы координат. Конечно, это должны быть конформные проекции, оптимально подходящие для решения инженерно-геодезических задач для конкретной территории. Вопрос выбора вида и параметров (характеристик) геодезической проекции для многих инженерных объектов, городских работ актуален. Кроме размеров картографируемой территории, в предгорных и горных районах важен учет ее средней высоты над эллипсоидом.

Известно, что применение проекции Гаусса – Крюгера целесообразно для территорий, вытянутых с севера на юг, проекции Ламберта – с запада на восток, стереографических проекций – для формы территорий, близкой к круглой. Стереографическую проекцию желательно использовать при выполнении геодезических и топографических работ, инженерных изысканиях, строительстве и эксплуатации зданий и сооружений, межевании земель, ведении кадастров и осуществлении иных специальных работ.

В последнее время методические решения касались, в основном, введения региональных, местных систем координат. Научные исследования в области уточнения, адаптации алгоритмов обработки геодезических данных к современному уровню геодезических приборов, информационных и ГНСС-технологий позволят обеспечить оперативное и достоверное получение геодезической информации для удобного использования в очень многих отраслях экономики. Выбор вида и параметров специальных геодезических проекций локальных территорий, для которых востребовано необходимое по точности инженерно-геодезическое обеспечение,

недостаточно обоснован. Актуальными являются уточнения алгоритмов преобразования координат многих видов геодезических проекций.

Поэтому возникает потребность в разработке методики выбора вида, параметров специальных геодезических проекций при выполнении инженерно-геодезических работ, обеспечивающих уменьшение линейных искажений и удобство в практическом использовании.

Степень разработанности темы. Решению вопросов применения геодезических проекций посвящено большое количество научных работ. Основы теории переноса элементов сферы или эллипсоида на плоскость заложены Гауссом К. Ф., Крюгером Л., Ламбертом И. Г., Шрейбером О., Христовым В. К. и др. Практическое применение проекции Гаусса – Крюгера в СССР впервые выполнялось Келлем Н. Г., затем было продолжено Красовским Ф. Н., Изотовым А. А., Вировцем А. М., Лариным Д. А., Рабиновичем Б. Н. Использовались теоретические концепции и практические рекомендации Виноградова А. В., Герасимова А. П., Зенина В. Н., Подшивалова В. П. и др.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной работы является разработка методики выбора вида и параметров специальных геодезических проекций при выполнении инженерно-геодезических работ.

Основные задачи диссертационного исследования:

- информационно-аналитический анализ предметной области и обзор существующих решений использования геодезических проекций;
- разработка алгоритма определения вида и параметров специальной геодезической проекции для картографирования территорий строительства и эксплуатации инженерных объектов;
- создание алгоритмов и программного обеспечения, являющихся частью методики для сравнения различных специальных проекций с целью обеспечения минимальности линейных искажений;
- проведение вычислительных экспериментов на модельных и реальных объектах с целью проверки правильности и эффективности разработанной методики и алгоритмов.

Объект и предмет исследований. Объектом исследований является картографическое и геодезическое обеспечение проектирования строительства инженерных объектов в горной местности.

Предметом исследований является выбор геодезической проекции, позволяющей уменьшить линейные искажения элементов местности и геометрических параметров сооружений.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

- впервые определены рациональные для практического использования в инженерной геодезии формулы связи прямоугольных координат проекций – поперечно-цилиндрической (Гаусса – Крюгера), стереографической (Гаусса) и геодезических координат;

- разработана новая методика выбора вида и параметров секущей плоскости специальных геодезических проекций, обеспечивающая значимое снижение линейных искажений переноса на плоскость геодезических измерений при обеспечении геодезического контроля геометрических параметров инженерных объектов;

- теоретически обосновано значимое влияние высоты территории на точность редуцирования геодезических измерений при инженерных работах, для исключения этого влияния предложен алгоритм использования секущего эллипсоида.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Теоретическая значимость заключается в математическом дополнении алгоритмов геодезических проекций в отношении локальных горных территорий.

Практическая значимость работы заключается в создании общедоступных и удобных компьютерных программ, реализующих вычислительные элементы разработанной методики выполнения инженерно-геодезических работ для проектирования и строительства инженерных сооружений.

Методология и методы исследования. Теоретические и прикладные исследования выполнялись на научной основе при использовании теории конформных проекций, методов сфероидической геодезии, математического моделирования и теории погрешностей.

Положения, выносимые на защиту:

– методика выбора вида и параметров специальных геодезических проекций позволяет обеспечить минимальность линейных искажений при выполнении инженерно-геодезических работ;

– результаты исследования влияния редуцирования на секущий эллипсоид подтверждают возможность использования упрощенного варианта учета средней высоты территории;

– созданные алгоритмы определения вида и параметров специальной геодезической проекции и их программная реализация позволяют автоматизировать этапы проектирования, математической обработки геодезических измерений и картографического обеспечения инженерно-геодезических работ.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Диссертационная работа соответствует областям исследования: 5 – Методы, технические средства и технологии геодезического обеспечения строительно-монтажных, кадастровых, землеустроительных, проектно-изыскательских, маркшейдерских, геологоразведочных и лесоустроительных работ, освоения шельфа; монтажа, юстировки и эксплуатации технологического оборудования; 6 – Геодезическое обеспечение изысканий, проектирования, строительства и эксплуатации крупных инженерных комплексов, в том числе гидротехнических сооружений, атомных и тепловых электростанций, промышленных предприятий, линейных сооружений. Геодезический контроль ведения технического надзора при строительстве и эксплуатации нефтегазодобывающих комплексов паспорта специальности 25.00.32 – Геодезия, разработанного экспертным советом ВАК Минобрнауки РФ по техническим наукам.

Степень достоверности и апробация результатов исследования. Достоверность результатов исследования базируется на использовании существующих теоретически обоснованных и проверенных на практике методов реализации геодезических проекций. Прикладное применение полученных результатов подтверждает обоснованность выводов данной работы. Проверка работоспособности и эффективности разработанной методики, а также оценка достоверности полученных ре-

зультатов осуществлялись путем проведения численных экспериментов с использованием реальных и смоделированных результатов измерений.

Разработанная методика решения инженерно-геодезических задач в горной местности с использованием специальных геодезических проекций внедрена в работу Государственной картографо-геодезической службы Республики Кыргызстан для координатного обеспечения мониторинга предполагаемых оползней, лавин, грозных явлений и пр.

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на II Международной межвузовской научно-практической конференции-конкурсе научных докладов студентов и молодых ученых и «Инновационные технологии и передовые решения» (г. Бишкек, 2014), Международной научно-практической конференции на тему «Роль науки и образования в современных условиях глобализации» (г. Ош, 2015), Международной научно-практической конференции «Инновации в областях строительства транспортных сооружений: становление, проблемы, перспективы» (г. Бишкек, 2016), XI–XIII Международных научных конгрессах «Интерэкспо ГЕО-Сибирь» (г. Новосибирск, 2015–2017).

Результаты диссертационной работы внедрены в учебный процесс следующих вузов: федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский государственный университет геосистем и технологий», Ошский государственный университет, Ошский технологический университет им. М. М. Адышева.

Публикации по теме диссертации. Основные результаты диссертационного исследования представлены в 10 публикациях, в том числе 5 статей напечатаны в рецензируемых журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, получено свидетельство № 448 государственной патентной службы Кыргызской Республики о регистрации программы для ЭВМ.

Структура диссертации. Общий объем диссертации составляет 132 страницы машинописного текста. Диссертация состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка литературы, включающего 161 наименование, содержит 10 таблиц, 34 рисунка, 2 приложения.

1 СОЗДАНИЕ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ПЛАНОВ НА ТЕРРИТОРИЯХ ИНЖЕНЕРНЫХ ИЗЫСКАНИЙ, СТРОИТЕЛЬСТВА, РЕКОНСТРУКЦИИ И ЭКСПЛУАТАЦИИ

1.1 Значение крупномасштабных топографических планов и нормативные документы

Для обеспечения качественного выполнения проектирования, изысканий, строительства, реконструкции, эксплуатации, демонтажа, а также в целях территориального планирования и планировки территорий зданий и сооружений необходимы крупномасштабные топографических карты и планы. Актуальными являются вопросы как достижения необходимой точности создания топографических карт и планов, так и о методах, устройствах, способах выполнения поставленных задач, включая вопросы, касающиеся области их применения [111-115, 119]. Требуют обновления топографические планы на территориях активного строительства, реконструкции, что определяет соответствующие требования к точности топографических карт и планов.

Современные методы съемки местности включают применения GPS-приемников. Пример эксперимента применения GPS-приемников при съемке в режиме кинематики «stop&go» на территории г. Москвы с использованием одной базовой станции приведен в работе [90]. Была достигнута максимальная средняя квадратическая ошибка 6 мм при удалении от базовой станции 336 м. При создании топографических планов масштаба 1 : 200 руководствуются положениями [16]. В них предписано, что точность определения положения объектов с четкими контурами не должна превышать 0,5 мм в масштабе плана (100 мм на местности). Эти результаты подтверждают возможность использования ГНСС-технологий при создании топографических планов масштаба 1 : 200. В настоящее время используются в топографических съемках кроме электронных тахеометров и ГНСС-технологий [110] лазерные сканеры и перспективная фотосъемка.

Рассмотрим существующие требования нормативных документов к созданию крупномасштабных карт и планов. В [16] приписано следующее:

– «инженерные изыскания для подготовки проектной документации должны обеспечивать получение:

– материалов о природных условиях территории, на которой будут осуществляться строительство, реконструкция объектов капитального строительства, и факторах техногенного воздействия на окружающую среду, о прогнозе их изменения;

– материалов для обоснования компоновки зданий и сооружений для принятия конструктивных и объемно-планировочных решений, оценки опасных процессов и явлений, разработки схемы (проекта) инженерной защиты и мероприятий по охране окружающей среды, проекта организации строительства или реконструкции объекта;

– исходных данных для расчетов оснований, фундаментов и конструкций, а также для проектирования сооружений инженерной защиты, выполнения земляных работ и принятия окончательных проектных решений при подготовке, экспертизе, согласовании и утверждении проектной документации».

Прописано требование: «инженерные изыскания во время строительства, эксплуатации, сноса (демонтажа) объектов должны обеспечивать получение материалов, необходимых для подтверждения и/или уточнения условий, заложенных в проектной документации, а также геодезическое сопровождение и геотехнический контроль строительства объекта, и оценку состояния зданий и сооружений, находящихся в зоне влияния строительства» [16].

Инженерно-геодезические изыскания включают следующие работы:

- создание опорных геодезических сетей;
- создание или обновление топографических планов масштабов 1 : 5 000–1 : 200, включая цифровую форму;
- трассирование линейных сооружений и другое;
- сбор данных прошлых лет (при необходимости).

При строительстве или реконструкции объектов капитального строительства результатом инженерно-геодезических изысканий должны быть топографические карты масштабов от 1 : 5 000 до 1 : 200. Масштаб топографической съёмки и высо-

ты сечения рельефа выбирается с учетом условий съемки и конечных целей (таблицы 1, 2) [16].

Таблица 1 – Масштаб топографической съемки, требуемой инженерно-геодезического обеспечения изысканий для предстоящего строительства зданий и сооружений

Участки съемки, виды сооружений	Масштаб съемки
Незастроенные, малозастроенные территории с малым количеством подземных и надземных сооружений	1 : 5 000; 1 : 2 000; 1 : 1 000
Площади с плотной капитальной застройкой, большим количеством подземных и надземных сооружений, территории новых или реконструируемых жилых кварталов, микрорайонов, градостроительных комплексов, групп жилых и общественных зданий	1 : 1 000; 1 : 500; 1 : 200
Трассы линейных объектов на незастроенных территориях	1 : 5 000; 1 : 2 000; 1 : 1 000
Трассы линейных объектов на застроенной территории городов, на промышленных и агропромышленных предприятиях; железнодорожных станциях; пересечение или сближение трасс с различными транспортными коммуникациями и сооружениями	1 : 1 000; 1 : 500
Переходы через водные преграды	1 : 5 000– 1 : 500
Прибрежные территории русел рек, водотоков и водоемов	1 : 10 000– 1 : 500
Русла рек при подробных и облегченных русловых съемках	1 : 10 000– 1 : 2 000
Шельфовая зона морей, морские проливы и бухты	1 : 50 000 – 1 : 2 000
Примечание – Возможно увеличение или уменьшение масштаба топографической съемки с учетом характера проектируемого объекта, природных и техногенных условий места строительства.	

Таблица 2 – Рекомендуемые высоты сечения рельефа топографических съемок с учетом наибольших углов наклона

Характеристика участка местности и максимальные углы наклона	Масштаб топографической съемки				
	1 : 200	1 : 500, 1 : 1 000	1 : 2 000	1 : 5 000	1 : 10 000
Спланированные территории и участки с твердым покрытием с углами наклона до 2°	0,25; 0,5	0,25; 0,5	0,25; 0,5	0,5; 1,0	-
Равнинный с углами наклона до 2°	0,25; 0,5	0,5; 1,0	0,5; 1,0	0,5; 1,0	1,0; 2,0
Всхолмленный с углами наклона до 4°	–	0,5; 1,0	0,5; 1,0; 2,0	1,0; 2,0	2,0; 2,5
Пересеченный с углами наклона до 6°	–	0,5; 1,0	1,0; 2,0	2,0; 5,0	2,5; 5,0
Горный и предгорный с углами наклона свыше 6°	–	1,0; 2,0	2,0; 2,5	2,0; 5,0	5,0; 10,0

Основные точностные характеристики, предъявляемые к топографическим планам, как в плане, так и по высоте (средние ошибки, предельные ошибки) приведены в нормативных документах [16, 2].

В статье [112] рассматриваются особенности производства геодезических работ в условиях высокогорной местности, приводится технологическая схема создания цифровой карты масштаба 1 : 10000. Эта карта применяется при разработке перспективного плана развития и районирования города Алматы, а также для обеспечения проведения кадастровых работ.

В работе [97] отмечено, что для развития сетей по точности, соответствующих точности полигонометрии 4 класса, можно применять высокоточные и точные тахеометры. Развитие полигонометрических сетей 1 и 2-го разрядов высокоточными тахеометрами не рационально, а при использовании точных и средней точности тахеометров также рекомендуется увеличивать предельную длину хода от 3 до 6 и

от 1,5 до 3 раз. Для участков, отведенных под транспортные сооружения и объектов их обустройства необходимо учитывать значения углов наклона.

1.2 Требования к точности и целесообразности использования геодезических проекций для инженерно-геодезических и маркшейдерских работ

Области инженерной деятельности, требующие специальных геодезических проекций. Развитие инженерно-геодезических и городских работ привело к постепенной замене системы координат Гаусса-Крюгера на условные и местные системы прямоугольных координат, которые в большей степени соответствовали требованиям градостроительной и маркшейдерской практики.

Геодезические проекции и системы координат необходимы в следующих областях инженерной деятельности:

- в инженерно-геологических и геофизических работах;
- в гидроэнергостроительстве;
- в градостроительстве;
- в промышленном и гражданском строительстве;
- в горно-маркшейдерских работах.

Инженерно-геологические и геофизические работы. В инженерно-геологических и геофизических работах используются аналитические данные (координаты, длины сторон, дирекционные углы), топографические планы и карты разных масштабах. Достаточно невысокие требования к точности 1 : 10 000 – 1 : 1 500, производимых геологических и геофизических работ позволяют применить проекцию и координаты Гаусса-Крюгера как в трех, так и в шестиградусных зонах.

Но, требования к точности инженерно-геодезических и съемочных работ масштабов 1 : 2 000–1 : 500 для геологической практики уже предполагают выбор целесообразной проекции.

Гидроэнергостроительство. В гидроэнергостроительстве в зависимости от стадии проектирования и строительства пользуются материалами топографических съемок в масштабах 1 : 25 000–1 : 500. Планы масштабов 1 : 5 000–1 : 500 созда-

ются или в трехградусных зонах проекции Гаусса-Крюгера или в местной системе координат.

Требования к точности инженерно-геодезических работ для гидротехнического строительства высоки и имеют значения от 20 до 1 мм. Относительная ошибка слабой стороны используемой гидротехнической триангуляции находится в пределах от 1 : 70 000 до 1 : 20 000. Государственное обоснование не может предоставить исходные данные для указанной сети специального назначения. Причина в том, что ошибки этих данных одного порядка с собственными ошибками измерения наиболее ответственных элементов сети. Этим вызвана необходимость создания собственных базисов, используя лишь ориентировку и координаты одного из пунктов государственной геодезической сети. Высокоточная гидротехническая геодезическая сеть должна обрабатываться в проекции, обеспечивающей минимальные искажения расстояний и редукции углов.

Градостроительство, промышленное и гражданское строительство. В градостроительстве для проектирования и строительства городов необходимо иметь топографические карты и планы в масштабах от 1 : 10 000 до 1 : 500. Они выполняются обычно в проекции и по координатам Гаусса-Крюгера и также в условной либо местной системе координат.

Чтобы обеспечить точность изображаемых предметов городских территорий со сложным надземным и подземным хозяйством в последней стадии съемок в масштабе 1 : 500, необходимо определять точки съемочных ходов с точностью 0,2 мм на плане. Чтобы получить такую точность, относительная ошибка определения слабой стороны городской триангуляции 4 класса при $S = 2$ км должна быть

$$\frac{m_s}{S} = \frac{1}{80000}.$$

Относительная ошибка для сети сгущения, проложенной между пунктами триангуляции, равна $\frac{m_s}{S} = \frac{1}{25000}$. Для съемочного обоснования при длине хода 0.8

км относительная ошибка будет $\frac{m_s}{S} = \frac{1}{4000}$, а при 0.5 км $\frac{m_s}{S} = \frac{1}{2500}$.

В этом случае созданное постоянное обоснование такой точности будет достаточным при решении многих инженерно-геодезических задач градостроительства.

Выполнение геодезических разбивочных работ требует значительно выше точности, чем при съемке. При разбивке и регулярном контроле необходимо обеспечить точность положения пунктов разбивочной опорной сети в два раза больше той, которая принята при разбивке сооружений. Поэтому предельная относительная ошибка взаимного положения пунктов плановой опорной сети в последней стадии должна быть принята соответственно 1:5 000, что соответствует 2 разряду по классификации городской полигонометрии.

Такие требования также усложняют во многих случаях использование координат проекции Гаусса-Крюгера. Для выполнения инженерно-геодезических работ с относительной ошибкой выше 1 : 2 500 для разбивки уникальных сооружений и коммуникаций потребуются специальные сети ограниченного распространения, или на собственных базисах, измеренных с высокой степенью точности без введения каких-либо поправок в длины сторон и углы.

Для реализации проектно-планировочных работ по промышленному и гражданскому строительству должны быть заранее подготовлены топографические планы и геодезические данные, необходимые для проектирования: правильного размещения объектов, планировки и застройки.

Инструкции, нормы и правила по планировке и застройке промышленных и гражданских сооружений [14–18] определяют необходимость в топографических планах и картах в масштабах 1 : 200; 1 : 500; 1 : 1 000; 1 : 2 000; 1 : 5 000; 1 : 10 000.

Для большинства территорий промышленных предприятий геодезические съемки близки к городским крупномасштабным. Следовательно, требования к точности обоснования соответствуют рассчитанным для градостроительства.

Но, в настоящее время строительство часто выполняется из сборных конструкций и элементов. Это требует повешения точности при разбивке зданий по сравнению с точностью разбивки кирпичных сооружений. Как следствие, возника-

ет потребность в создании специального высокоточного геодезического обоснования.

Размеры крупнейших сооружений длиной более 1 км, вынесенные в натуру по геодезическому обоснованию в проекции Гаусса-Крюгера, на краю трехградусных зон увеличиваются на 20 см, то есть значительно превышают технические допуски в строительстве.

Горно-маркшейдерские работы. Для горного дела наибольшее значение имеют топографические карты масштабов от 1 : 25 000 до 1 : 10 000. Основными маркшейдерскими планами горных работ для различного вида горно-промышленных предприятий являются планы в масштабах от 1:5 000 до 1:500. В этой отрасли народного хозяйства из-за значительных искажений проекции Гаусса-Крюгера и отсутствии исходных данных применяются условные системы координат, приведенные к средней уровенной поверхности участков горных работ.

Согласно требованиям, предъявляемым к строительству и эксплуатации горных предприятий устанавливается классификация локальных геодезическо-маркшейдерских сетей аналогично гидротехнической триангуляции с относительной ошибкой слабо определяемой стороны от 1 : 70 000 до 1 : 20 000. Главным назначением таких сетей является контроль неподвижности пунктов, от которых ведутся наблюдения за горизонтальными и вертикальными смещениями сооружений. Геодезическо-маркшейдерские сети должны обеспечивать положения этих пунктов со средней квадратической ошибкой не более 3–6 мм. Допуски смещений сооружений и их элементов рассчитаны по предполагаемым величинам оседаний и горизонтальных сдвижений. И опять же становится затрудненным использование проекции и системы координат Гаусса-Крюгера, особенно на краях зон.

Поэтому на территориях крупнейших строений и городов со сложным наземным и подземным хозяйством топографические и инженерно-геодезические работы выполняются на специальной геодезической основе. Материалы обрабатываются в местных системах, которые охватывают зачастую значительные территории.

Для того, чтобы правильно и полно использовать геодезические и маркшейдерские измерения и съемки, которые производят проектные и строительные организации, необходимо обоснованно выбрать единую проекцию и систему координат для этих видов работ.

Отмеченные выше недостатки проекции Гаусса-Крюгера в отношении инженерной геодезии приводят к тому, требуется изменять стандартную разграфку карты на увеличенную, чтобы разместить на таком планшете весь комплекс сооружений.

Поэтому при разработке специальной проекции для инженерных и городских геодезических работ необходимо тщательно исследовать вопросы искажений, удобства практического применения и связи с общегосударственной системой.

1.3 Геодезические проекции. Выбор и применение плоских координат

Геодезические проекции. По назначению проекции принято делить на картографические и геодезические.

Картографические проекции предназначены для создания карт (географических, топографических, навигационных, геологических и других специальных карт). Известно множество картографических проекций. Их классификацию и свойства изучает отдельная дисциплина - математическая картография.

Геодезические проекции составляют более узкий класс проекций, предназначенных для математической обработки геодезических сетей. Практический эффект от использования этих проекций заключается в том, что при переходе с поверхности эллипсоида на плоскость значительно упрощается решение задач, связанных с обработкой сетей (решение треугольников, уравнивание, решение главных геодезических задач). Однако эффект от перехода на плоскость может быть реализован лишь в том случае, если преобразования, необходимые для проектирования элементов геодезических сетей (направлений, углов, линий) с эллипсоида на плоскость, будут достаточно простыми. Последнее требование является основным критерием при выборе геодезической проекции.

С точки зрения искажений для геодезии наиболее приемлемы равноугольные (конформные) проекции. Достоинство конформной проекции состоит в том, что масштаб изображения в данной точке не зависит от направления, а это влечёт за собой сохранение подобия бесконечно малых фигур и, следовательно, и равноугольность, то есть углы переносятся на плоскость без искажений.

Для мелкомасштабного картографирования Земли удобно использовать систему координат, в которой положение точки определяется геодезическими широтами и долготами. Широты и долготы позволяют отображать географическое положение в разных наиболее соответствующих конкретным задачам картографических проекциях.

Для получения топографических, тематических карт более востребованы плоские прямоугольные координаты. Они позволяют значительно упростить математическую обработку вследствие использования простых формул. Если координаты пунктов даны в плоскости выбранной проекции, их можно использовать непосредственно в геодезической сети. При этом отсутствует требование введения поправок. Территория съемки будет сразу же изображена в данной проекции. Математическая обработка измерений, выполненных на больших территориях с целью изучения фигуры Земли, осуществляется на эллипсоиде в единой геодезической системе координат. Однако, при построении на небольших территориях геодезических сетей, предназначенных для производства топографических съемок, для обеспечения строительства крупных инженерно-технических сооружений, железных и шоссейных дорог и т.д. более удобной является система плоских прямоугольных координат. На практике требуются плоские прямоугольные координаты пунктов геодезической сети. Тем самым обеспечивается удобство практического использования геодезических данных при выполнении различных видов проектных работ, например, при землеустройстве и т.д. Это является главным основанием введения соответствующей проекции поверхности эллипсоида и его элементов на плоскость - изображения частей земной поверхности на плоскости по определенному математическому закону.

Поэтому актуальным является вопрос выбора проекции, наиболее подходящей для введения плоской системы координат. Длины искажаются в любой проекции, то есть масштаб различен в разных местах карты. И в самом общем случае масштаб даже меняется в зависимости от направления в окрестностях точки. Из этого логично возникает требование к проекциям обеспечения постоянства масштаба по любому направлению. Этому требованию отвечают только равноугольные проекции. Практическое, технологическое требование состоит в величинах неизбежных искажений длин на всей топографической карте. Это позволяет легко в вычислительном отношении их учитывать в пределах значительных территорий, в соответствии с графической точностью топографической карты.

Поэтому условия небольших искажений и простоты их учета неизбежно приводят к необходимости отображения земной поверхности в зонах ограниченного размера. Конечно же, оптимальным является проекция с минимальным количеством зон максимального размера и их единообразие. Таким образом, требования к проекции будут следующие:

- равноугольность;
- малые линейные искажения на листе топографической карты;
- простота алгоритмов и формул для учета искажений в границах территорий значительных размеров;
- малое количество зон;
- единообразие зон.

Те равноугольные проекции, которые получают плоские координаты, называются геодезическими. К ним относятся — азимутальная проекция Руссиля, коническая проекция Ламберта-Гаусса и поперечно-цилиндрические проекции Гаусса-Крюгера и UTM (Universal Transverse Mercator). В азимутальных и конических проекциях количество зон сравнительно велико и они не единообразны.

Прямоугольные системы координат. Применение геодезической системы координат нецелесообразно для инженерно-геодезических работ. Более удобными являются прямоугольные системы координат, получаемые в результате проектиро-

вания частей поверхности эллипсоида на плоскость. По характеру искажений выделяют три основные группы проекций земного эллипсоида на плоскость:

- конформные (равноугольные) проекции. В них масштаб не меняется от направления, то есть сохраняется подобие бесконечно малых фигур;
- эквивалентные (равноплощадные) проекции, для которых является масштаб площадей неизменным;
- произвольные проекции, которые не сохраняют как равенство углов, так и отношение площадей. Например, равнопромежуточные проекции, в которых линейный масштаб по одному из направлений равен единице.

Объективно возникала необходимость разработки проекции, даже отличной от проекции Гаусса-Крюгера, но дающей малые линейные и угловые искажения и математически связанной с ней. Также обсуждался вопрос устранения искажений длин проекции изменением положением поверхности по высоте. Логично иметь масштаб изображения близким к единице в каком-то определенном районе. Это могут быть занятые под строительство территории небольшой площади.

В проекции Гаусса-Крюгера при редукации длин должно быть $\frac{sy_0^2}{2R_0^2} = -\frac{H}{R}s$.

Это означает, что опорную сеть необходимо отнести к условной поверхности с высотой H и редуцировать на плоскость не в трехградусной, а в шестиградусной зоне. В этом случае, расстояния в условной системе координат равны фактическим расстояниям для средней отметки H_m района съемки. Относительные ошибки сторон в шестиградусной зоне при $y_0 = 200$ км и территории радиусом 10 км от средней точки, составит 1 : 20 000, при $s = 50$ км от нее 1 : 2 000.

Для перехода к общегосударственной системе Гаусса-Крюгера были предложены формулы (1)

$$\begin{aligned} x_{1942} &= x_k - g(x_k - x_0); \\ y_{1942} &= y_k - g(y_k - y_0); \\ x_k &= x_{1942} + g(x_{1942} - x_0); \\ y_k &= y_{1942} + g(y_{1942} - y_0), \end{aligned} \quad (1)$$

где x_{1942} и y_{1942} – координаты в шестиградусной зоне в проекции Гаусса-Крюгера на поверхность эллипсоида Красовского,

x_k и y_k – координаты той же точки в условной (компенсированной) системе, вычисленные от пункта триангуляции с координатами x_0 и y_0 , для которого компенсировано искажение длин.

Специалистами было признано, что использование компенсированной системы для городских съемок, инженерно-геодезических работ позволяет отказаться от использования трехградусных зон, или создания частных систем. Правильно расположенные «компенсированные» системы дают искажения менее 1 : 10 000, а на краях трехградусных зон на широте 45° линейные искажения достигают 1 : 5 600.

Однако, недостатком «компенсированной» системы координат является невозможность обеспечения необходимой точности в пределах всей шестиградусной зоны.

Объективно существует потребность подбора наилучшей специальной проекции для инженерно-геодезических, маркшейдерских и городских работ. При этом, ее выбор должен быть подтвержден анализом математических и практических достоинств и недостатков используемых геодезических проекций.

Проекция Гаусса-Крюгера (история развития). Историческое развитие теории и практической реализации проекции Гаусса-Крюгера изложено в работах [48, 53, 54, 62, 73, 88, 93, 98-101, 104, 105, 121, 125, 132, 134].

Поперечно-цилиндрическая равноугольная проекция Гаусса-Крюгера есть конформное отображение земного эллипсоида на плоскость. При этом отображении экватор и осевой меридиан X_0 остаются прямыми линиями. Масштабный коэффициент постоянен на осевом меридиане. Все остальные меридианы и параллели являются сложными кривыми. Эта проекция - один из вариантов поперечной проекции Меркатора (ТМ) [122–124, 134, 138, 143, 146–149, 157–159] и для сферической формы была первоначально разработана Иоганном Генрихом Ламбертом (1728–1777 гг.) [126, 139]. С учетом вклада в развитие УТМ проекции Карла Фридриха Гаусса она иногда называется проекция Гаусса-Ламберта [126, 131, 135, 139, 141, 142].

Гаусс в 1822 г. разработал эллипсоидальную ТМ-проекцию в качестве примера своих исследований в области конформных отображений с помощью комплексной алгебры и использовал ее для геодезического обследования Ганновера методом триангуляции с 1821 по 1825 гг. Эта проекция имела постоянный масштаб вдоль центрального меридиана и была известна как проекция Гаусса-Ганновер. Также, в 1843 г. Гаусс разработал «двойную проекцию», сочетая конформное отображение эллипсоида на сферу с последующим отображением сферы на плоскость с помощью сферических формул ТМ. Эта проекция была адаптирована Оскаром Шрейбером [139, 140] и использовалась в Пруссии для геодезической службы с 1876 по 1923 гг. Ее также называют проекцией Гаусса-Шрейбера и масштаб вдоль центрального меридиана в ней не является постоянным. Гаусс оставил некоторые детали его оригинальных разработок и Шрейбер [139, 139, 140] опубликовал анализ метода Гаусса. А Луис Крюгер (1912 г.) усовершенствовал оба варианта (Гаусса и Шрейбера). Отсюда и название проекции Гаусса-Крюгера, как синоним ТМ проекции.

Применение проекции Гаусса – Крюгера в СССР началось в 1928 г. при обработке триангуляции в Донбассе. Она выполнялась под руководством известного геодезиста и маркшейдера Келля Н. Г.. В СССР проекция Гаусса – Крюгера получила полное применение после введения системы геодезических координат 1942 г. на основе эллипсоида Красовского, заменившего эллипсоид Бесселя. Для массового практического использования были изданы специальные таблицы для вычислений в пределах широт территории СССР. С этой важной и нелегкой государственной задачей работали советские ученые – геодезисты Красовский Ф. Н., Вировец А. М., Ларин Д. А., Изотов А. А., Рабинович Б. Н.

В настоящее время в Российской Федерации (РФ) и ряде других государств проекция Гаусса-Крюгера используется для построения государственной системы координат и для создания местных систем координат.

В системе координат РФ выполняется распределение поверхности земного эллипсоида на зоны. Зоны имеют ширину 3° или 6° . Каждая зона ограничена меридианами и параллелями от экватора до 84° северной широты. Номера зон идут с

запада на восток, начиная с нулевого меридиана (Гринвича). Для каждой зоны имеется своя прямоугольная система координат. Ось абсцисс X направлена на север по среднему меридиану зоны, который называют осевым или средним. Ось ординат Y служит прямая линия, перпендикулярная к осевому меридиану, являющаяся изображением экватора. Такой выбор координатных осей позволяет наряду с прямоугольными координатами использовать полярную систему координат. Это важно, потому что во многих случаях ориентации людей на местности важен факт нахождения направления на север (для северного полушария) и при этом применять известный математический аппарат плоской тригонометрии.

В проекции Гаусса-Крюгера изначально предполагается отсутствие искажений на осевом меридиане (масштаб длин $m_o = 1$). Наибольшие искажения существуют на краях зоны, например, на краях зоны в средних широтах частный масштаб длин $m \approx 1,0009$.

В 1919 г. Баумгарт предложил в качестве осевых (средних) меридианов трехградусных зон использовать меридианы с восточными долготами 30° ; 60° ; 90° ; 120° , а номера зон указывать перед ординатами и прибавлять к ним 500 000 м [117]. Эти предложения были приняты многими государствами.

Первым государством, распространившим координаты Гаусса-Крюгера, была Австрия [117]. Там их применяют с 1917 г. В 1928 г. эта проекция введена в СССР. В конце двадцатого века она была распространена на все масштабы топографических карт, включая все топографические планы и карты миллионного масштаба.

Проекция Гаусса-Крюгера (применение в РФ). В России применяют шестиградусные зоны с осевыми меридианами 3° ; 9° ; 15° и т. д. Предусмотрены перекрытия смежных зон на востоке и западе; при этом до широты 28° перекрытия составляют 1° , в широтах от 28° до 76° составляют 2° и в широтах более 76° достигают 3° . Таким образом, с 1977 г. на всей территории СССР установлена десятиградусная зона; потому что на стыке шестиградусных зон введена полоса перекрытия в 2° к востоку и 2° к западу [93]. На всех листах карт, расположенных в полосе пе-

рекрытия, за рамками карты указывают выходы километровой сетки соседней зоны.

Трехградусные зоны применяют при построении топографических планов, при этом осевые меридианы совпадают с осевыми и граничными меридианами шестиградусных зон. При многих геодезических работах в городах и мест строительства крупных зданий, инженерных сооружений и в других целях применяются и местные системы координат [10, 11, 13, 16–43, 47, 49, 54, 56, 57, 59–61, 63–68, 71, 72, 78, 80–84, 8, 90, 92, 95, 96, 99, 103, 104, 106, 111]. В РФ правила установления государственных и местных систем координат, их реконструкции и использования в земельном кадастре, топографических съемках и геоинформационных системах регламентируется соответствующими инструкциями и положениями [1–18].

Поверхность земного эллипсоида в проекции Гаусса-Крюгера разделяется меридианами на зоны, которые простираются от северного до южного полюсов. Средний меридиан каждой зоны называется осевым, а крайние – граничными меридианами. Ширина зоны выбирается произвольно в зависимости от величины искажений на краю зоны. Шестиградусные зоны являются основными в том смысле, что все материалы математической обработки геодезических сетей и каталоги координат оформляются в системе шестиградусных зон. Трехградусные зоны используются только для производства крупномасштабных топографических съёмок.

Проекция UTM (Universal Transverse Merkator). Обобщением проекции Гаусса – Крюгера является проекция *UTM (Universal Transverse Merkator)*. Проекция *UTM* разработана в 1936 г. Международным союзом геодезии и геофизики. В 1947 г. она принята Вооруженными силами США. Применяется в НАТО. В настоящее время с теми или иными модификациями, касающимися долгот осевых меридианов, ширины зон и координат начальных точек, используется многими национальными и международными картографическими организациями мира [117, 122–153].

В *UTM* на осевом меридиане частный масштаб длин $m = 0,9996$. В проекции имеются две параллельные среднему меридиану линии с нулевыми линейными ис-

кажениями (рисунок 1). На границе зон для южных широт масштаб длин приблизительно равен 1,0003.



Рисунок 1 – Различие между проекциями Гаусса-Крюгера и *UTM* (Гаусса-Боага)

Применяются шестиградусные зоны. Зоны простираются в полосе от параллели 80° ю. ш. до параллели 84° с. ш. В полярных районах проекцию *UTM* заменяет нормальная азимутальная стереографическая проекция *UPS* (Universal Polar Stereographic projection). Номера зон начинаются от меридиана перемены дат.

Подобная проекция шириной зон в 6° под названием Гаусса-Боага (Gauss-Boaga) применяется в Италии. В ней частный масштаб длин, как и в проекции *UTM*, $m_0 = 0,9996$.

Между координатами проекций Гаусса-Крюгера и *UTM* есть связь

$$(x + iy)_{UTM} = m_0(x + iy)_{\text{Гаусса-Крюгера}} ; \quad (2)$$

$$x = m_0 \left(\begin{aligned} & X + \frac{1}{2} N \sin B \cos B l^2 + \\ & + \frac{1}{24} N \sin B \cos^2 B (5 - \operatorname{tg}^2 B + 9\eta^2 + 4\eta^4) l^4 + \\ & + \frac{1}{720} N \sin B \cos^5 B (61 - 58\operatorname{tg}^2 B + \operatorname{tg}^4 B + 270\eta^2 \operatorname{tg}^2 B) l^6 + \dots \end{aligned} \right), \quad (3)$$

$$y = m_0 \left(\begin{aligned} & N \cos B l + \frac{1}{6} N \cos^3 B (1 - \operatorname{tg}^2 B + \eta^2) l^3 + \\ & + \frac{1}{120} N \sin B \cos^5 B (5 - 18\operatorname{tg}^2 B + \operatorname{tg}^4 B + 14\eta^2 - 58\eta^2 \operatorname{tg}^2 B) l^5 + \dots \end{aligned} \right), \quad (4)$$

где $\eta^2 = e'^2 \cos^2 B$.

Если разность долгот $l \leq 4^\circ$, точность вычисления координат находится в пределах 1 мм.

Алгоритм преобразования плоских прямоугольных координат следующий. Прямоугольные координаты *UTM* пересчитываются в геодезические координаты. Геодезические координаты трансформируются из системы отсчета World Geodetic System 84 (WGS-84) в государственной системе координат (ГСК) 2011. По трансформированным широтам, долготам и высотам вычисляются новые высоты и плоские координаты Гаусса-Крюгера.

1.4 Государственные и местные системы плоских координат в РФ

Системы, предназначенные для осуществления геодезических и картографических работ:

- система геодезических координат 1942 г. (СК-42), введенная 7 апреля 1946 г. № 760;
- система геодезических координат 1995 г. (СК-95), установленная 28 июля 2000 г. № 568;
- геодезическая система координат 2011 г. (ГСК-2011), установленная 28 декабря 2012 г. № 1463;

– система координат 1963 г. (СК-63) – специальная искажённая система координат отменена в 1987 г. Однако созданные материалы разрешено и в дальнейшем использовать.

Наряду с этим создавался материал в виде результатов инженерных изысканий, крупномасштабных планов, данных государственного кадастра недвижимости в местных системах координат. Подробнее местные системы описаны в [56]. Таких систем сейчас существует порядка 30 тысяч.

Основная часть местных систем координат и координат в СК-63 основана на координатах СК-42. Их модернизация, разработка алгоритмов и математических моделей пересчета в координаты ГСК–2011 в настоящее время является актуальной задачей [59, 60].

Приведенные формулы (1)–(4), с некоторыми, непринципиального характера изменениями, изложены в многочисленной научной, учебной, справочной и нормативной литературе. По координатам Гаусса-Крюгера имеется обстоятельная монография Христова В. К. [117]. Многие авторы научной и учебной литературы ссылаются на учебник Морозова В. П. [93]. Соответствующие формулы, уже подвергшиеся критике, имеются в государственном стандарте [3]. В работе Герасимова А. П. [55–57] приведены формулы для вычислений геодезических и прямоугольных координат Гаусса-Крюгера с точностью, соответствующей ~ 1 мм при удалениях от осевого меридиана до 9° ; таким образом, охватывается не только вся шестиградусная зона, но еще и соседние зоны с востока и с запада. Подробный вывод формул дан в работе [55]. Соответствующие выводы имеются в учебном пособии [105] и в практикуме [104], где дана программа для вычислений.

В работах Карни [131] и др. авторов [128, 136, 137] предложены уточненные алгоритмы Крюгера для трансформных проекций. Например, уравнения Карни-Крюгера для ТМ проекции дают точность порядка микрометра в любом месте в пределах 30° от центрального меридиана. В работах Карни выполнен анализ точности с добавлением итерационных формул для обратного преобразования. Предполагается использование систем компьютерной алгебры Maple и Maxima. Без этих компьютерных программ [128, 129], предложенные алгоритмы не могут быть реа-

лизованы. Крюгер также дал другие уравнения [125, 138, 160], которые находятся в широком использовании. Но они сложны и недостаточно достоверны.

Авторы публикации [45, 46] полагают, что все формулы, представляемые рядами до высоких степеней, довольно громоздки. Они предложили новый алгоритм, обеспечивающий в шестиградусной зоне геодезическую точность до долей миллиметров.

1.5 Примеры установления местных систем координат

В электронном журнале "СЕВЕР промышленный" № 4 2011 г. Красильников А. И. и Черагина В. Г. описали создание на территории Мурманской области собственной инфраструктуры пространственных данных, которая позволит в режиме реального времени получать информацию с высокой степенью точности. Свою роль играет в этом проекте наряду с государственной системой координат создание местных систем координат. Они просты в вычислениях и достаточно точно отображают небольшие участки местности при создании карт и планов, выполнении топографо-геодезических работ при инженерно-геодезических изысканиях. В Мурманской области действуют 18 местных систем координат. С 2009 г. на территории области введена для ведения государственного кадастра недвижимости, учета земель местная система координат региона МСК51, которая лежит в основе автоматизированной информационной системы государственного земельного кадастра.

В работах Подшивалова В. П. [98–101] сделан анализ состояния вопроса использования геодезических проекций и предложены организационные и технологические меры для повышения их эффективности. Например, обоснованы следующие решения:

– территория Республики Беларусь может быть изображена в одной координатной зоне (в проекции Гаусса–Крюгера три шестиградусные зоны, с искажениями расстояний на краю до 1 : 1800), с максимальными искажениями расстояний не более 1 : 3200;

– автомобильная трасса Москва–Брест изображается в одной координатной зоне с искажениями в расстояниях не более $1 : 10\,000$.

Городские системы координат могут быть получены с очень высокими характеристиками, например, для города Москвы в пределах кольцевой автодороги искажения не превзойдут величины $1 : 1\,000\,000$, а для города Минска в пределах кольцевой автодороги соответственно $1 : 3\,000\,000$.

Предлагаемый класс проекций предполагает, что величины линейных искажений зависят от площади изображаемой территории, и можно добиться минимальной зависимости от формы ее границ. Кривизна изображения геодезической линии эллипсоида на плоскости и поправки в направления и расстояния, ею обусловленные, будут менее значимы потому, что проекции данного класса конформны.

Успешно ведется работа по внедрению местной системы координат в Новосибирской области. В первую очередь, отметим работы [42, 43, 71, 72.].

Выводы по первому разделу:

– обзор нормативных документов подтверждает важную роль крупномасштабного картографирования для геодезического обеспечения изысканий, проектирования, строительства, реконструкции и эксплуатации многих инженерных объектов;

– продолжаются исследования по математическому обоснованию, созданию методик и алгоритмов преобразования систем координат, учитывающих современный уровень развития приборостроения, внедрения спутниковых и информационных технологий;

– несмотря на активное распространение местных систем координат, актуальность имеют вопросы обоснования выбора специальных геодезических проекций для оперативного и достоверного координатного обеспечения проектирования, строительства и эксплуатации различных инженерных и линейных сооружений в горной местности, разработки месторождений полезных ископаемых.

2 ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ ДЛЯ ЛОКАЛЬНЫХ ТЕРРИТОРИЙ

2.1 Применение алгоритмов геодезических проекций

В различных странах применяются геодезические проекции, которые имеют как достоинства, так и недостатки. Но, их выбор в основном определяется созданием и удобством дальнейшего использования общегосударственных систем плоских прямоугольных координат. Далее следуют различные наставления и инструкции для пользователей государственных систем координат. Локальные задачи с использованием удобных (оптимальных) систем координат разнообразны. Это, например, специальные инженерно-геодезические построения при проектировании, строительстве и эксплуатации гидроузлов, месторождений и др. Специальные геодезические проекции объективно востребованы для решения природоохранных, экологических и геодинамических задач [82].

2.2 Конические конформные проекции, их применение, достоинства и недостатки

Во многих странах имеют распространение некоторые другие конформные проекции эллипсоида на плоскости со своими положительными качествами. Наиболее распространена конформная коническая проекция Ламберта [133]. Геометрический смысл показан на рисунке 2 из [99].

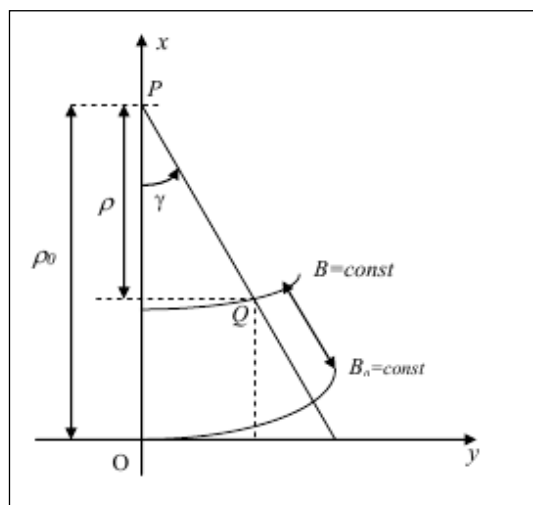


Рисунок 2 – Связь координат в конической проекции Ламберта

Поверхность эллипсоида проектируется на конус, касательный к поверхности эллипсоида по параллели, широта которой равна широте точки, принятой за начало координат, или на секущий конус. То есть, существуют варианты проекции Ламберта с одной или с двумя параллелями. Параллель для касательного полюса выбирается так, чтобы она проходила через центр изображаемой территории. Все меридианы изображаются прямыми линиями, параллели – дугами концентрических окружностей.

Уравнения связи координат следующие

$$\begin{aligned} x &= \rho_0 - \rho \cos \gamma \\ y &= \rho \sin \gamma \end{aligned} \quad (5)$$

Характеристическое уравнение

$$\Delta X = \sum_1^n (C_j \Delta q^i), \quad (6)$$

где для определения коэффициентов имеется рекуррентное выражение

$$C_j = \frac{C_1}{j!} (-1)^{(j-1)} (\sin B_0)^{(j-1)}, \text{ при } C_1 = \frac{c}{V_0} \cos B_0. \quad (7)$$

Достоинство конических проекций заключается в возможности автоматизировать создания любой детальности разложения формулы (6). Если на стандартной параллели $m_o = 1$ получается коническая проекция Ламберта. При значениях $m_o \leq 1$ получаются видоизмененные конические проекции.

Проекция Ламберта-Гаусса применяется в США, Франции, Греции, Бельгия, Испании, Алжире, Сирии, Марокко, Индии, Бирме и в ряде других стран. В некоторых странах для того, чтобы уменьшить искажения на крайних параллелях. А те параллели, где масштаб равен единице, называют «стандартными параллелями».

Достоинства:

- меньше отдельных систем поясов, чем зон в проекции Гаусса-Крюгера;
- для территорий, вытянутых вдоль параллелей малое количество поясов;
- переход от геодезических координат к плоским полярным осуществляется сравнительно просто;
- перевычисление координат с переменной исходной долготы выполняется также достаточно просто.

Недостатки:

- для вычисления поправок длин и направлений придется пользоваться приближенными полярными плоскими координатами;
- требуют дополнительной разработки удобных формул;
- разбивка полос по меридианам с целью уменьшения их нагиба приведет к большему числу зон, чем в проекции Гаусса-Крюгера.

Сложность некоторых формул определения редуций расстояний и направлений в проекции Ламберта высока. Впрочем, это не является препятствием для современных компьютерных технологий.

В совокупности, эта проекция недостаточно удовлетворяет поставленным в разделе 1 условиям о минимальных искажениях.

2.3 Стереографические проекции, их сравнительная оценка

Стереографическая проекция шара представляет собой перспективу шара на плоскости, причем центр перспективы находится на поверхности шара – в точке, наиболее удаленной от плоскости проекции (рисунок 3).

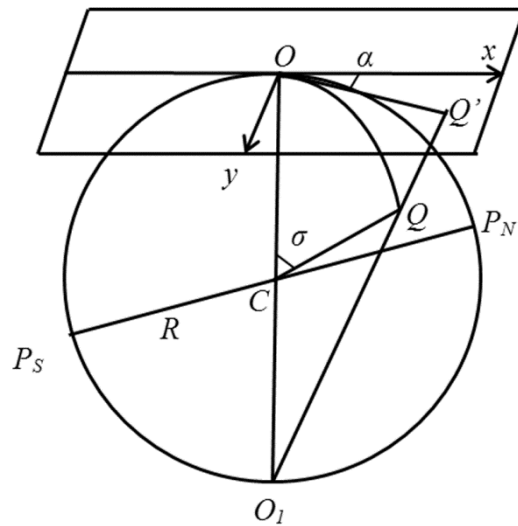


Рисунок 3 – Стереографическая проекция

Свойства:

- проекция является перспективой поверхности шара на любую плоскость, перпендикулярную соответствующему диаметру из другого полюса.
- проекция дает изображение всякого малого круга шара также в виде круга на плоскости.

Стереографическая проекция сфероида (рисунок 4) отличается тем, что не имеет единственного значения и имеет различие в ее определении разными авторами. Это объясняется тем, перспектива эллипсоида на плоскости не обладает перечисленными выше свойствами потому, что всякая перспектива частей сфероидической поверхности искажает углы и не передает круги кругами.

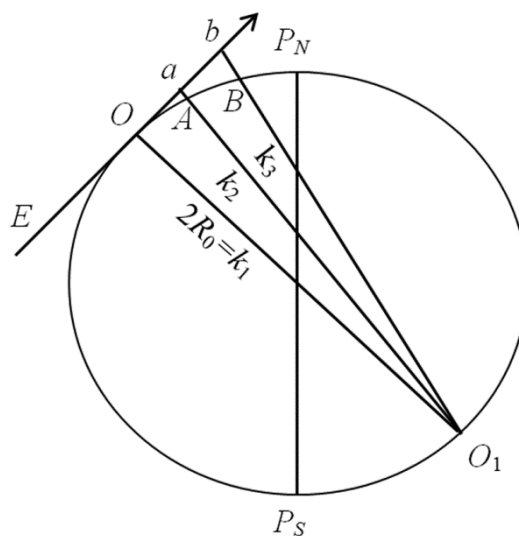


Рисунок 4 – Стереографическая проекция с эллипсоида

Но, геодезическое использование стереографических проекций имеет смысл для ограниченных областей. Таким образом, ее положительные качества могут быть использованы для инженерно-геодезических работ.

Три основных подхода к обобщению стереографических проекций в применении к поверхности эллипсоида вращения описаны в [48]:

– Френель, Грунерт, Шульте выводили ее свойства при перспективном проектировании.

– Гаусс, Крюгер, Адамс считали обобщением ее проекции Лагранжа с показателем $\alpha = 1$, причем Гейвелинк и Лаборд полагали

$$\alpha = \sqrt{1 + e'^2 \cos^4 B_0} ,$$

где e' – второй эксцентриситет эллипсоида, B_0 – широта начала координат.

– Руссиль, Грабовский и др. считали стереографической проекцией эллипсоида вращения симметричную относительно прямолинейного осевого меридиана, конформную проекцию. Для нее длины вдоль этого меридиана определены выражением (8)

$$x_{l=0} = 2R_0 \operatorname{tg} \frac{S}{2R_0} , \quad (8)$$

где S – длина дуги меридиана от центральной точки проекции,

R_0 – средний радиус кривизны в ней.

Наиболее важны для геодезических приложений две стереографические проекции со свободно выбираемой центральной точкой – в определении Гаусса и Руссиля.

2.4 Проекция Руссиля

Геометрически проекцию Руссиля представляют как перспективную проекцию земной поверхности на касательную плоскость (рисунок 4). Проекция Руссиля обладает описанными выше свойствами проекции шара на плоскость и превращается в нее при сжатии эллипсоида $\alpha=0$.

На рисунке 4 точка O является центральной точкой проекции, а линия OO' обозначает направление нормали, проходящей через точку O . Тогда картинная плоскость E пройдет перпендикулярно к линии OO' , а точки пересечения лучей k_2, k_3, \dots с плоскостью проекции определяют на ней положение точек a, b, \dots , соответствующим точкам A, B, \dots поверхности земного эллипсоида.

Меридиан и параллель, проходящие через центральную точку, будут главным меридианом и главной параллелью проекции. На этой плоскости начало плоских прямоугольных координат будет в точке касания O . Ось абсцисс направлена вдоль касательной к осевому меридиану OP в сторону северного полюса, ось ординат к востоку.

Проекция Руссиля обладает следующими основными свойствами:

- изображение конформное;
- проекция симметрична относительно осевого меридиана и центральной точки;
- абсциссы точек осевого меридиана задаются формулой (8).

Формулы для вычисления прямоугольных координат по геодезическим представляют собой степенные ряды относительно начальной точки. В обозначениях Руссиля формулы следующие:

$$x_P = S + B_1 S_1^2 + B_2 S^3 + B_3 S_1^2 S + B_4 S_1^2 S^2 + B_5 S_1^4 + B_6 S_1^5 + B_7 S_1^2 S^3 - B_8 S_1^4 S + B_9 S_1^2 S^4 - B_{10} S_1^4 S^2 - B_{11} S_1^6; \quad (9)$$

$$y_P = S_1 + A_1 S_1 S^2 - A_2 S_1^3 - A_3 S_1^3 S + A_4 S_1 S^4 - A_5 S_1^3 S^2 - A_6 S_1^5 - A_7 S_1^3 S^3 - A_8 S_1^5 S. \quad (10)$$

Здесь: $S = \frac{M_m b''}{\rho''} + \dots$ (элемент дуги меридиана);

$$S_1 = \frac{N \cos Bl''}{\rho''} \text{ (элемент дуги параллели);}$$

A_i, \dots, B_i, \dots - постоянные коэффициенты при заданном начале координат.

Вывод формул приведен в [48]. И в совокупности с формулами (9), (10) не являются универсальными и удобными.

Масштаб изображения выражается формулой (11)

$$m_P = 1 + \frac{x_P^2 + y_P^2}{4R_0^2} + \dots \quad (11)$$

Искажение расстояний:

$$\frac{ds_P}{S} = \frac{S_P^2}{4R_0^2} - \frac{s(3S_P \cos T - s)}{12R_0^2}, \quad (12)$$

где S_P – расстояние от начала координат до конечной точки изображаемой линии;

T – угол между направлениями изображаемой линии и начала координат;

s - длина линии, для которой определяются редукция направления.

Редукция направлений (рисунок 5) определяется из соотношения

$$\delta_P'' = -\frac{S_P s \sin T}{4R_0^2} \rho'' = -\frac{S_P n}{4R_0^2} \rho''. \quad (13)$$

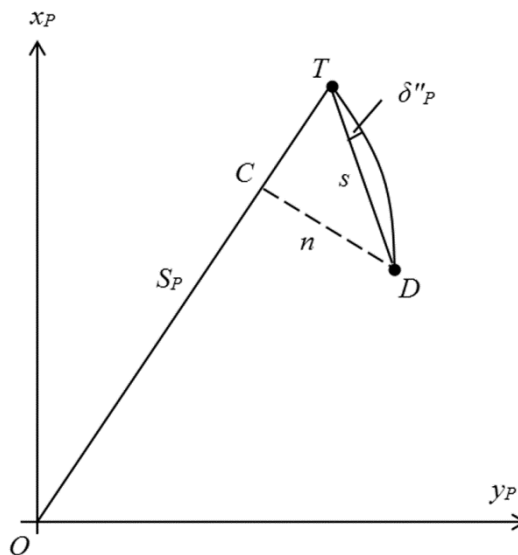


Рисунок 5 – Редукция направлений

Проекцию Руссиля изначально предполагалось использовать во Франции для математической обработки государственных топографических съемок с небольшими линейными искажениями 1 : 520 при удалении от начала координат на 560 км. Применительно к небольшим по размерам территориям проекция Руссиля имеет искажения в среднем в два раза меньше, чем проекция Гаусса-Крюгера.

2.5 Стереографическая проекция Гаусса

Определение стереографической проекции эллипсоида на плоскости описано в IX томе (С.133–134) собрания сочинений Гаусса [157] (приложение А). Детализация для практического использования формул Гаусса была выполнена, в частности, в работе [65]. Уравнение изображения осевого меридиана - характеристика проекции в геодезической системе координат имеет вид

$$x = k \frac{\operatorname{gtg} \frac{90 - B}{2} - \operatorname{tg} \frac{90 - B_0}{2}}{1 + \operatorname{gtg} \frac{90 - B}{2} \operatorname{tg} \frac{90 - B_0}{2}}. \quad (14)$$

где $k = 2N_0$;

N_0 – радиус кривизны первого вертикала на широте центральной параллели изображаемой части поверхности B_0 ;

g – функция B, B_0, l

$$g = 1 + e^2(\sin B - \sin B_0) + \frac{1}{2}e^4(\sin B - \sin B_0)^2 + \dots \quad (15)$$

С практической точки зрения основное уравнение осевого меридиана проекции Гаусса выражается с учетом сжатия эллипсоида в прямоугольной системе координат. Найти необходимые соотношения можно сделать следующим образом [65]. Изображаем эллипсоид на шаре по первому способу Гаусса [93]. При $\varphi_0 = B_0, \lambda = l$, получим

$$x_c = x_{GK} + \frac{x_{GK}^3 \eta_0^2}{6N_0^2} - \frac{x_{GK}^4 \eta_0^2 \operatorname{tg} B_0 (3 + 4\eta_0^2)}{24N_0^3} - \frac{x_{GK}^5 \eta_0^2 (4 - 3\operatorname{tg} B_0 + 3\eta_0^2 - \dots)}{120N_0^4} + \dots \quad (16)$$

где $\eta_0^2 = e'^2 \cos^2 B_0$ (одна из сфероидических функций для широты B_0).

Затем шар изображается на плоскости в стереографической проекции при условии совпадения центральных точек и осевых меридианов обеих изображений. Согласно [93] основное уравнение изображения осевого меридиана будет

$$x_M = 2N_0 \operatorname{tg} \frac{\varphi - \varphi_0}{2} = 2N_0 \operatorname{tg} \frac{x_c}{2N_0} = x_c + \frac{x_c^3}{12N_0^2} + \frac{x_c^5}{120N_0^4} + \dots \quad (17)$$

После подстановки в это уравнение уравнения (16) и ряда последующих алгебраических преобразований получим основное уравнение осевого меридиана стереографической проекции Гаусса в прямоугольной системе координат. С учетом необходимой точности его вид

$$x_M = x_{GK} + \frac{x_{GK}^3 (1 + 2\eta_0^2)}{12N_0^2} - \frac{x_{GK}^4 \operatorname{tg} B_0 \eta_0^2}{8N_0^3} + \frac{x_{GK}^5}{120N_0^4}. \quad (18)$$

Стереографическая проекция Гаусса является конформной и симметричной относительно осевого меридиана зоны.

Масштаб изображения определяется так

$$m = 1 + \frac{x^2 + y^2}{k^2}. \quad (19)$$

Из формулы (19) следует, что искажения возрастают от центральной точки проекции. Отметим, что проекция Гаусса-Крюгера не обеспечивает такую равномерность. Следовательно, применение стереографической проекции на большие территории вызывает необходимость введения определенной системы координатных плоскостей, ограниченных меридианами и параллелями.

Длины искажаются по формуле (20)

$$S_G - S = \frac{S(x_m^2 + y_m^2)}{4N_m^2}. \quad (20)$$

Вычислить поправку учета кривизны изображения геодезической линии на плоскости можно по формуле (21)

$$\delta_{1,2} = \delta_{2,1} = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{4N_m^2}. \quad (21)$$

По формулам (19), (20) можно установить, что искажения длин в проекции Гаусса в среднем меньше, а редукция направлений в два раза меньше, чем в проекции Гаусса-Крюгера. Также отметим, проекция Гаусса по своим свойствам особен-

но подходит для изображения небольших территорий округлой формы и вполне может использоваться при обработке инженерно-геодезических сетей после соответствующей разработки практики ее применения. По сравнению со стереографической проекцией в определении Руссиля, проекция в определении Гаусса считалась менее практичной по причине ее математической сложности. Но, в настоящее время с учетом компьютерных технологий, это качество не является каким-либо существенным препятствием для ее использования.

2.6 Теоретические основы конформной стереографической проекции Гаусса для инженерно-геодезических работ (по Зенину В. Н.)

Основная характеристическая функция стереографической проекции Гаусса для инженерно-геодезических работ. В стереографической проекции Гаусса эллипсоид изображается на плоскости, касательной к эллипсоиду. Точка касания плоскости называется центральной точкой O с геодезической широтой $B_0 = 90^\circ - \phi_0$ и долготой L_0 [1, 2]. Оптический центр проекции C диаметрально противоположен центральной точке (рисунок 6). Рисунок 6 выполнен автором данной диссертации.

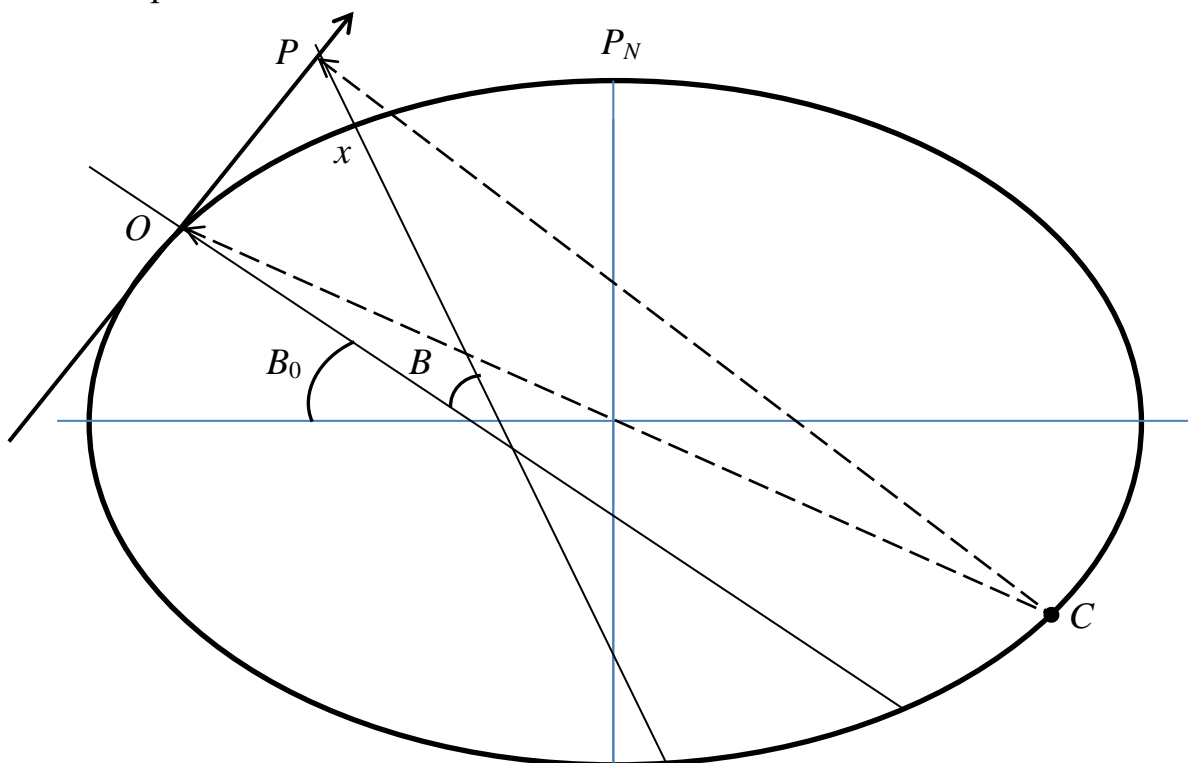


Рисунок 6 – Стереографическая проекция Гаусса

На рисунке 6 центральная точка O является начальной точкой и системы плоскости прямоугольных координат. Поэтому для любой точки P эллипсоида с геодезическими координатами B и L , ($l=L-L_0$), её проекция на плоскости имеет прямоугольные координаты x и y . Ось x должна совпадать с проекцией меридиана центральной точки, её положительное направление идёт на север, ординаты y растут с l .

Основное уравнение изображения для стереографической проекции эллипсоида вращения дано Гауссом в IX томе полного собрания сочинений (приложение А) [157].

Реализацию теоретических решений Гаусса выполнил Зенин В. Н. [65]. Например, им получено уравнение изображения осевого меридиана – характеристика проекции в геодезической проекции координат.

$$x = k \frac{\operatorname{tg} \frac{90 - B_0}{2} - \operatorname{tg} \frac{90 - B}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{90 - B_0}{2} \operatorname{tg} \frac{90 - B}{2}}. \quad (22)$$

В формуле (22)

$$k = 2N_0, \\ g = 1 + e^2 (\sin B - \sin B_0) + \frac{1}{2} e^4 (\sin B - \sin B_0)^2 + e^6 (\dots). \quad (23)$$

С практической точки зрения целесообразнее основное уравнение осевого меридиана проекции Гаусса выразить также с учётом сжатия эллипсоида в прямоугольной системе координат [48].

Для этого эллипсоид изображается на шаре по первому способу Гаусса. Затем шар проецируется на плоскости в стереографической проекции при условии совпадения центральных точек и осевых меридианов обоих изображений. Основ-

ное уравнение осевого меридиана m стереографической проекции Гаусса в прямоугольной системе координат с учётом необходимой точности следующее

$$x_m = x_{GK} + \frac{x_{GK}^3}{12N_0^2}(1 + 2\eta_0^2) - \frac{x_{GK}^4 \operatorname{tg} B_0 \eta_0^2}{8N_0^3} + \frac{x_{GK}^5}{120N_0^4}. \quad (24)$$

Это уравнение получено Зениным [65]. Оно соответствует основному уравнению осевого меридиана формула (21), заданному Гауссом с учётом сжатия эллипсоида и пригодно для решения редуционной проблемы стереографической проекции в данном определении [93].

Вычисление прямоугольных координат стереографической проекции Гаусса по координатам Гаусса-Крюгера и геодезическим. Известны формулы связи прямоугольных координат Гаусса с геодезическими в изложении Крюгера [132]. Однако, его формулы не нашли практического применения из-за сложных и несовершенных их выводов. Иное методическое решение было предложено Зениным В. П. по методу через промежуточную проекцию Гаусса-Крюгера с более совершенной математической основой проекции. Им были выведены формулы связи прямоугольных координат стереографической проекции Гаусса с координатами Гаусса-Крюгера. Был выбран общий осевой меридиан, на котором совмещены начала координат обеих проекций (рисунок 7).

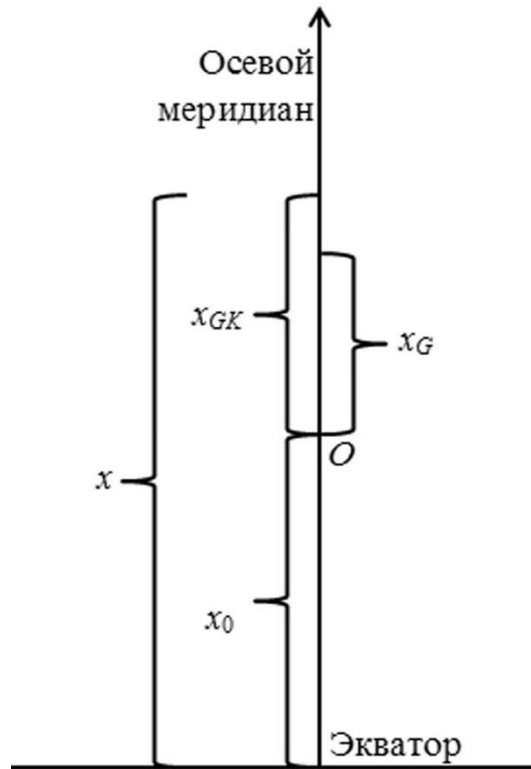


Рисунок 7 – Проекция осевого меридиана на плоскость

В данном случае дуга осевого меридиана будет равна

$$S = x - x_0 = x_{GK}.$$

Выведены формулы (25)

$$\begin{aligned} x_G &= x_{GK} - \frac{x_{GK} y_{GK}^2}{4M_0^2} + \frac{x_{GK}^3}{12M_0^2}; \\ y_G &= y_{GK} + \frac{x_{GK}^2 y_{GK}}{4M_0^2} - \frac{y_{GK}^3}{12M_0^2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Формулы (25) компактны и вполне пригодны для создания эффективных алгоритмов. По ним возможно установить связь координат Гаусса с геодезическими B, l [65].

Также были выведены формулы, позволяющие вычислить по геодезическим координатам прямоугольные координаты проекции Гаусса в пределах трёхградусной зоны с точностью порядка 1 см.

В работе [65] было сделано сравнение рабочих формул связи прямоугольных координат Гаусса по геодезическим координатам, выполненным автором, но в соответствии с приёмом, разработанным академиком Христовым В. К. [117]. Вывод через проекцию Гаусса-Крюгера, выполненный Зениным В. Н. без использования комплексных преобразований быстрее приводит к цели, чем по Христову В. К. Кроме того, в методе Зенина В. Н. имеем дело с тремя системами координатами, а у Христова с четырьмя.

Вычисление координат Гаусса-Крюгера и геодезических координат по координатам стереографической проекции Гаусса. Вывод формул обратной связи координат Гаусса-Крюгера и Гаусса также был выполнен Зениным В. Н. в соответствии с теорией конформного отображения двух плоскостей через основное уравнение осевого меридиана.

Так как в проекции Гаусса-Крюгера на осевом меридиане $m_m = 1$, поэтому $x_m = x - x_0 = x_{GK}$.

Была получена с помощью инверсии из формулы (25) обратная зависимость в сокращённом виде

$$\begin{aligned} x_{GK} &= x_G + \frac{x_G y_G^2 (1 + 2\eta_0^2)}{4N_0^2} - \frac{x_G^3 (1 + 2\eta_0^2)}{12N_0^2}; \\ y_{GK} &= y_G - \frac{x_G^2 y_G (1 + 2\eta_0^2)}{4N_0^2} + \frac{y_G^3 (1 + 2\eta_0^2)}{12N_0^2}. \end{aligned} \quad (26)$$

Откуда для осевого меридиана получим

$$x_{GK_m} = \int \left(\frac{1}{m_m} \right)_G dx_G = x_G - \frac{x_G^3 (1 + 2\eta_0^2)}{N_0^2} + \frac{x_G^4 \operatorname{tg} B_0 \eta_0^2}{8N_0^3} + \frac{x_G^5}{80N_0^4}. \quad (27)$$

Формула (27) представляет собой основную функцию для обратного перехода от координат Гаусса к координатам Гаусса-Крюгера. Также были определены зависимости для определения геодезических координат по прямоугольным координатам Гаусса. И тоже по методу более экономичному по сравнению с методом Христов В. К.

Вычисление масштаба изображения проекции Гаусса по прямоугольным и геодезическим координатам. Из всех существующих выводов формулы масштаба изображения проекции Гаусса наиболее основательным является вывод, данный Крюгером [132]. Он получил формулу масштаба с использованием теории комплексных переменных

$$m = 1 + \frac{x^2(1 + 2e^2 \cos^2 B_0)}{4N_0^2} + \frac{y^2}{4N_0^2} - \frac{(x^3 + xy^2)e^2 \sin 2B_0}{4N_0^3} + \dots \quad (28)$$

Выражение (28) является формулой масштаба изображения в проекции Гаусса. Вывод формулы (28) был сложный. Формула (29) масштаба стереографической проекции Гаусса в изложении Зенина

$$m_G = 1 + \frac{x_G^2(1 + 2\eta_0^2)}{4N_0^2} + \frac{y_G^2}{4N_0^2} - \frac{(x_G^3 + x_G y_G^2) \operatorname{tg} B_0 \eta_0^2}{4N_0^3}. \quad (29)$$

Формула (29) представляет собой масштаб изображения эллипсоида в стереографической проекции Гаусса в прямоугольных координатах. Она полностью соответствует ранее выведенной методике Крюгера.

Вычисление дирекционных углов стереографической проекции в определении Гаусса по дирекционным углам проекции Гаусса-Крюгера. В практике инженерно-геодезических работ решение подобной задачи может часто встречаться. Формула, устанавливающая связь дирекционных углов обеих проекций по методу Зенина через координаты точки a следующая

$$\alpha_G - \alpha_{GK} = \frac{x_a y_a}{2M_0^2} + \frac{x_a \Delta y}{4M_0^2} + \frac{y_a \Delta x}{4M_0^2} + \frac{\Delta x \Delta y}{6M_0^2}. \quad (30)$$

Редуцирование расстояний конформной стереографической проекции в определении Гаусса. Известно, что редукции длин в конформных геодезических проекциях являются функциями масштаба изображения эллипсоида на плоскости.

Если учесть назначение стереографической проекции и ограничить размеры искажений, даваемые ей до 1 : 2 000, то наибольшее удаление редуцируемых линий от начала координат в этой проекции составит около 350 км. В этих же пределах достаточной точностью обладают полученные формулы для вычислений прямоугольных координат и масштаба изображения проекции. Это даёт возможность получить точные формулы редукции длин.

Пусть по-прежнему ds – элемент дуги геодезической линии на эллипсоиде, ds_G – изображение его на плоскости.

Тогда

$$m_G = \frac{ds_G}{ds}.$$

Откуда

$$S_G = \int_0^S m_G ds.$$

Начиная с триангуляции 2 класса и ниже, даже на краях шестиградусных зон, можно пользоваться при редуцировании длин формулой

$$S_G = S \left(1 + \frac{x_m^2}{4M_0^2} + \frac{y_m^2}{4N_0^2} \right). \quad (31)$$

Формула (31) компактна и удобна для вычисления. В формуле (31) нет сферических членов третьего порядка, а потому стереографическая проекция Гаусса гораздо выгоднее проекции Руссиля, где эти члены в два раза больше. В то же вре-

мя и влияние оставшихся членов в целом в два раза, а отброшенных – в четыре раза меньше соответственно учитываемых и пренебрегаемых членов редукции расстояний в проекции Гаусса-Крюгера. Для вычисления расстояний в проекции Гаусса по расстояниям в проекции Гаусса-Крюгера служит формула

$$S_G = S_{GK} \left(1 + \frac{(x_{GK}^2 - y_{GK}^2)(1 + 2\eta_0^2)}{4N_0^2} + \frac{(\Delta x^2 - \Delta y^2)(1 + 2\eta_0^2)}{48N_0^2} + \frac{tgB_a \eta_0^2}{2N_0^3} (3xy^2 - x^3) - \frac{x_{GK}^2 y_{GK}^2}{8N_0^4} + \frac{x^4 + y_{GK}^2}{24N_0^4} \right). \quad (32)$$

При обработке триангуляции в трёхградусных зонах достаточно пользоваться сокращённой формулой

$$S_G = S_{GK} \left(1 + \frac{(x_{GK}^2 - y_{GK}^2)(1 + 2\eta_0^2)}{4N_0^2} \right). \quad (33)$$

Её можно записать в виде

$$S_G = S_{GK} \left(1 + \frac{x_{GK}^2 - y_{GK}^2}{4M_0^2} \right). \quad (34)$$

Формулой для вычисления S_{GK} по S_G является

$$S_{GK} = S_G \left(1 + \frac{(y_G^2 - x_G^2)(1 + 2\eta_0^2)}{4N_0^2} + \frac{\Delta y^2 - \Delta x^2}{48N_0^2} + \frac{tgB_a \eta_0^2}{2N_0^3} (x^3 - 3xy^2) - \frac{x_G^2 y_G^2}{4N_0^4} + \frac{x^4 + y^4}{16N_0^4} \right). \quad (35)$$

Зениным получена прямая зависимость приращений координат в стереографической проекции Гаусса по приращениям координат в проекции Гаусса-Крюгера

$$\begin{aligned}\Delta x_G &= \Delta x_{GK} - \frac{x_m y_m \Delta x_{GK} (1 + 2\eta_0^2)}{2N_0^2} + \frac{\Delta x_{GK} (x_m^2 - y_m^2) (1 + 2\eta_0^2)}{4N_0^2}; \\ \Delta y_G &= \Delta y_{GK} + \frac{x_m y_m \Delta x_{GK} (1 + 2\eta_0^2)}{2N_0^2} + \frac{\Delta y_{GK} (x_m^2 - y_m^2) (1 + 2\eta_0^2)}{4N_0^2}.\end{aligned}\quad (36)$$

Обратная зависимость устанавливается формулой (37).

$$\begin{aligned}\Delta x_{GK} &= \Delta x_G + \frac{x_m y_m \Delta y}{2M_0^2} + \frac{\Delta x_{GK} (y_m^2 - x_m^2)}{4M_0^2}; \\ \Delta y_{GK} &= \Delta y_G - \frac{x_m y_m \Delta x}{2M_0^2} + \frac{\Delta y_{GK} (y_m^2 - x_m^2)}{4M_0^2}.\end{aligned}\quad (37)$$

Вычисление сближения меридианов конформной стереографической проекции в определении Гаусса. Формула сближения меридианов в стереографической проекции в полном виде впервые получена Крюгером [132] в 1912 г. Она приводится им в прямоугольной системе координат. Однако, его выводы довольно сложны и не приводят к пригодным для практических целей формулам. Более поздние разработки этих формул, выполненные в 1950 г. советским учёным Летовальцевым И. Г. так же громоздки. Значительно практичнее были получены формулы немецкими учёными Р. Кенигом и К. Вейзе [73] в 1951 г., но методика их вывода так же сложна.

Формулы сближения меридианов в стереографической проекции Гаусса в изложении Зенина через промежуточную проекцию Гаусса-Крюгера более просты.

Формулы для вычисления дирекционных углов обеих проекций

$$\alpha_G = A - \gamma_G - \delta_G;$$

в системе координат Гаусса

$$\gamma_G = \frac{tg B_0 y_G}{N_0} + \frac{x_a y_a (1 + 2\eta_0^2)}{2N_0^2} + \frac{(3tg B_0 + 4tg^3 B_0) x_G^2 y_G}{4N_0^3} - \frac{y_G^3 (3tg B_0 + 4tg^3 B_0)}{12N_0^3}.\quad (38)$$

Выражение (38) является формулой сближения меридианов в проекции Гаусса. Она соответствует результатам, полученных Крюгером.

2.7 Сравнительная характеристика трех геодезических проекций

Важнейшим качеством любой конформной проекции является величина линейных искажений в пределах изображаемого участка. На рисунке 8, взятом из работы [93], изображены координатные зоны трех проекций: стереографической, Ламберта и Гаусса – Крюгера. Линейные искажения на краях зон для каждой проекции одинаковы.

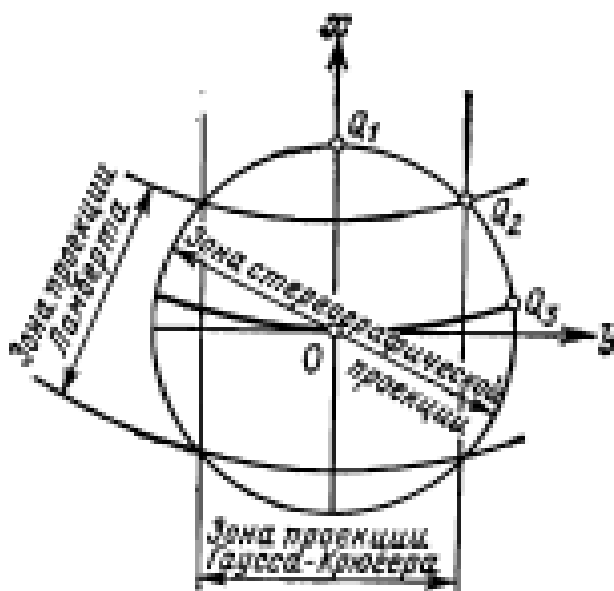


Рисунок 8 – Зоны трех проекций

В [93] приведена таблица (таблица 3), в которой приведены величины линейных искажений для трех точек Q_1 , Q_2 и Q_3 . Для стереографической проекции величины линейных искажений приняты за единицу. Приведенный рисунок 8 и данные в таблице 3 позволяют оценить выбор проекции, у которой в границах изображаемого участка линейные искажения будут наименьшими. А именно, если участок вытянут в меридиональном направлении (с севера на юг), то целесообразно применить проекцию Гаусса – Крюгера. При протяженности с запада на восток

следует применить проекцию Ламберта. При круглом очертании границы участка наиболее выгодно использовать стереографическую проекцию. И, если участок вытянут в направлении под углом около 45° к меридиану или же он имеет почти квадратную форму, то можно применить любую из указанных трех проекций.

Таблица 3 – Величины линейных искажений

Точки	Относительные линейные искажения $m-1$		
	Стереографическая проекция	Проекция Ламберта	Проекция Гаусса-Крюгера
	$\frac{x^2 + y^2}{4R^2}$	$\frac{x^2}{2R^2}$	$\frac{y^2}{2R^2}$
Q_1	1	2	0
Q_2	1	1	1
Q_3	1	0	2

2.8 Разработка теоретических основ секущей конформной стереографической проекции в определении Гаусса

Размеры области применения стереографической проекции в определении Гаусса можно также значительно расширить, как и в проекции Руссиля, если изменить в ней характер линейных искажений, выполнив проецирование редуцированных на эллипсоид элементов геодезических сетей на вспомогательную (секущую) плоскость. На ней искажения перераспределяются. В центральной области изображаемой территории их можно создать максимально допустимыми по величине со знаком минус. Затем происходит переход в нулевые в зоне сечения, и в положительные на краях.

Таким образом, размеры области применения проекции можно увеличить при тех же максимально допустимых величинах искажений в два раза. В [65] получены необходимые формулы (39)–(41). Относительная величина деформации

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{S^2}{8N_0^2} - \frac{S^4}{384N_0^4} + \dots \quad (39)$$

Тогда полная дуга меридиана, внутри которой можно пренебречь этими величинами искажений, определяется по формуле

$$S = 2N_0 \sqrt{2 \frac{\Delta S}{S}}. \quad (40)$$

А радиус сечения для данной величины линейного искажения будет

$$r_c = \frac{S}{\sqrt{2}} = 2N_0 \sqrt{\frac{\Delta S}{S}}. \quad (41)$$

Формулы (39) и (40) являются исходными при расчётах размеров территорий, изображаемых в проекциях, для инженерно-геодезических работ.

Так, если не учитывать искажения проекции порядка 1:10 000, то $r_c=128$ км, $S=180$ км.

Это означает, что по всей трёхградусной зоне в длины сторон полигонометрии 1-2 разрядов не нужно вводить поправки за кривизну геодезической линии.

Такое качество проекции позволяет оптимально решить задачу создания удобных математических алгоритмов обработки инженерных и городских геодезических сетей на плоскости.

Основная характеристическая функция секущей проекции следующая

$$x_c = m_0 \left(x + \frac{x^3(1+2\eta_0^2)}{12N_0^2} - \frac{x^4 \operatorname{tg} B_0 \eta_0^2}{8N_0^3} + \frac{x^5}{120N_0^4} \right). \quad (42)$$

Для перехода с плоскости Гаусса на вспомогательную (секущую) плоскость используются формулы

$$\begin{aligned}x_C &= m_0 x_G; \\ y_C &= m_0 y_G.\end{aligned}\tag{43}$$

Развернув значения x_G , y_G по формуле (42) найдём связь координат секущей проекции с координатами Гаусса-Крюгера

$$\begin{aligned}x_C &= m_0 \left(x_{GK} - \frac{x_{GK} y_{GK}^2}{4M_0^2} + \frac{x_{GK}^3}{12M_0^2} + \dots \right); \\ y_C &= m_0 \left(y_{GK} + \frac{x_{GK} y_{GK}^2}{4M_0^2} - \frac{y_{GK}^3}{12M_0^2} + \dots \right).\end{aligned}\tag{44}$$

Обращая формулы (44), можно получить выражения для x_G , y_G и x_{GK} , y_{GK} через x_C , y_C :

$$\begin{aligned}x_G &= \frac{x_C}{m_0}; \\ y_G &= \frac{y_C}{m_0}.\end{aligned}\tag{45}$$

$$\begin{aligned}x_{GK} &= \frac{1}{m_0} \left(x_C + \frac{x_C y_C^2}{4M_0^2} - \frac{x_C^3}{12M_0^2} \right); \\ y_{GK} &= \frac{1}{m_0} \left(y_C + \frac{x_C^2 y_C}{4M_0^2} - \frac{y_C^3}{12M_0^2} \right).\end{aligned}\tag{46}$$

В начале координат искажение проекции будет с максимально допустимым отрицательным значением. В зоне сечения эллипсоида искажений не будет, на внешней территории они будут возрастать до предельно допустимого значения со знаком плюс.

Таким образом, формулами (39)–(46) создана математическая основа секущей стереографической проекции в определении Гаусса, которая может успешно применяться для обработки высокоточных и обычных инженерно-геодезических сетей в любой отрасли народного хозяйства Кыргызской Республики.

2.9 Разработка практики применения стереографической проекции и системы координат для инженерно-геодезических сетей на территориях округлой формы

Решение прямой задачи проекции. Рассмотрим решение прямой задачи на примере проекции Гаусса, как наиболее рациональной из всех стереографических проекций, рекомендованных для территорий округлой формы.

Проекция Гаусса практически не применялась в геодезии вследствие сложности её формул. Однако в варианте Зенина В. Н. для инженерных и городских геодезических сетей не трудно разработать практику её использования для всех ведомств народного хозяйства, ведущих геодезические работы. В практике по применению стереографической проекции в зависимости от исходных данных для них могут возникнуть различные случаи переноса геодезических сетей с эллипсоида на плоскость. В конечном виде всех их можно свести к двум основным схемам.

Чтобы решить прямую задачу об отображении по первой схеме, необходимой по заданным геодезическим координатам B, L найти плоские прямоугольные координаты x_G, y_G , а также m_G, n_G .

Решение прямой задачи стереографической проекции Гаусса по второй схеме можно осуществить через проекцию Гаусса-Крюгера. Для этого по заданным геодезическим координатам B, L найдём плоские прямоугольные координаты $x_{GK}, y_{GK}, m_{GK}, n_{GK}$, а затем от них перейдем к x_G, y_G, m_G, n_G , сделав соответствующие вычисления по исходным формулам (45), (46).

Вычисление координат сближения меридианов и масштабов специальной проекции Гаусса по координатам Гаусса-Крюгера. Сравнивая решение прямой задачи проекции по обеим схемам, следует отметить, что вычисления по первой из них экономичнее. Точность вычислений, примерно одинакова, причём погрешности вычислений являются вполне пренебрегаемыми величинами, что свидетельствует о правильности разработанных в [65] теоретических основ проекции Гаусса.

Целесообразность вычислений по первой схеме состоит ещё и в том, что задача в данном случае решается по формулам с постоянными коэффициентами для

заданного начала координат, что позволяет использовать их для ряда пунктов, вводя лишь новые данные ΔB и l .

Решение обратной задачи проекции. Решение обратной задачи об отображении заключается в определении по заданным плоским прямоугольным координатам x_G, y_G геодезических координат B, L, m_G, γ_G .

Аналогично прямой, обратную задачу можно решить также по двум схемам, а именно непосредственно по формулам [65] и через координаты Гаусса-Крюгера.

Решение обратной задачи проекции по второй схеме выполняется, как и ранее рассмотренной в два этапа. Вначале от x_G, y_G переходим к x_{GK}, y_{GK} , а затем по прямоугольным координатам в проекции Гаусса-Крюгера вычисляем геодезические координаты B, L .

Для трёхградусной зоны достаточно в ней учитывать только первые три члена.

Масштаб изображения находится по формуле (47)

$$m_G = 1 + \frac{x_{GK}^2}{4M_0^2} + \frac{y_{GK}^2}{4N_0^2}. \quad (47)$$

Искажения при переходе с эллипсоида на плоскость в стереографической проекции в среднем в два раза меньше, чем в проекции Гаусса-Крюгера.

Если установить начало координат в стереографической проекции некоторую точку, расположенную вблизи осевого меридиана зоны с средней широтой изображаемого города, то на площади 5 000 км², т. е. 70 x 70 км², при относительной точности 1 : 100 000, линейными искажениями создаваемой плановой городской геодезической сети можно будет пренебречь.

Для съёмочного обоснования, развиваемого с относительной ошибкой ½ 000, можно пренебречь на площади в 1 лист масштаба 1 : 100 000.

Выводы по второму разделу:

– при обработке высокоточных инженерно-геодезических сетей порядка 1 : 100 000 и выше, редукции расстояний в большинстве случаев следует учитывать;

– при обработке сетей сгущения редуцирование не осуществляется во всей ширине 3-градусных зон ($SG \leq 120$ км).

– при обработке съёмочного обоснования и результатов численных съёмки редукции расстояний не учитываются по всей ширине 6-градусных зон ($SG \leq 256$ км).

– редуциями направлений и углов можно пренебречь во всех случаях практики.

В случае использования секущей стереографической проекции Гаусса, границы использования систем координат увеличиваются в $\sqrt{2}$ раз. Поэтому данная проекция также целесообразна для применения её в инженерно-геодезических работах, т.к. приводит к упрощению расчётов при математической обработке обоснования и исходных данных по выносу проектов в натуру.

Применяемые системы координат в стереографической проекции Гаусса для инженерно-геодезических работ отдельных городов и областей можно использовать и для решения общегосударственных задач.

3 ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ В ВЫСОКОГОРНЫХ ТЕРРИТОРИЯХ (НА ПРИМЕРЕ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ)

3.1 Использование спутниковых систем ГЛОНАСС, GPS для создания геодезических сетей с координатами в стереографической проекции Гаусса

Рассмотрим актуальность использования спутниковых систем ГЛОНАСС, GPS и стереографической проекции Гаусса.

В диссертации рассмотрены основные схемы использования наиболее оптимальной конформной стереографической проекции для городских геодезических работ Кыргызстана с автономными методами спутниковых координатных определений на всей территории страны. Многие научно-технические задачи возможно решить минимальными затратами с требуемой точностью координат.

Появление новейших спутниковых геодезических приемников GPS и ГЛОНАСС позволяет перейти в топографо-геодезическом производстве на автономные методы определения координат и высот пунктов в городах и поселках республики, где количество их с каждым годом меняется по разным причинам.

В этой связи предстоит большая работа по созданию и реконструкции новых городских и региональных сетей повышенной точности с сохранением государственной системы координат и ликвидацией местных систем, которые трудно стыковать между собой [31, 37].

Спутниковые геодезические сети закреплены пунктами, центры которых являются носителями координат, определенных геодезическими измерениями. Пункты имеют внешнее оформление, опознавательные столбы. Центры спутниковой геодезической сети оборудуются устройствами для принудительного центрирования приемников и антенн [58, 74].

Обычно последовательность спутниковых измерений состоит из следующих этапов:

- создание исходных пунктов (ИП);
- спутниковые определения в каркасной сети (КС);

– наблюдения на пунктах спутниковой городской геодезической сети (СГГС-12) и организация связи с традиционной сетью;

– совместная математическая обработка полученных результатов измерений и ранее выполненными измерениями в плановых и высотных сетях.

Для решения данных проблем в Кыргызстане на базе государственной системы координат 1995 г. или других систем координат Гаусса - Крюгера вместо местных систем следует использовать оптимальную стереографическую проекцию Гаусса в современном изложении с местными искажениями, которыми в большинстве случаев можно пренебречь, что принесет значительный экономический эффект.

Приведем технологическую схему обработки городских геодезических сетей в обеих проекциях (рисунок 9) [26].

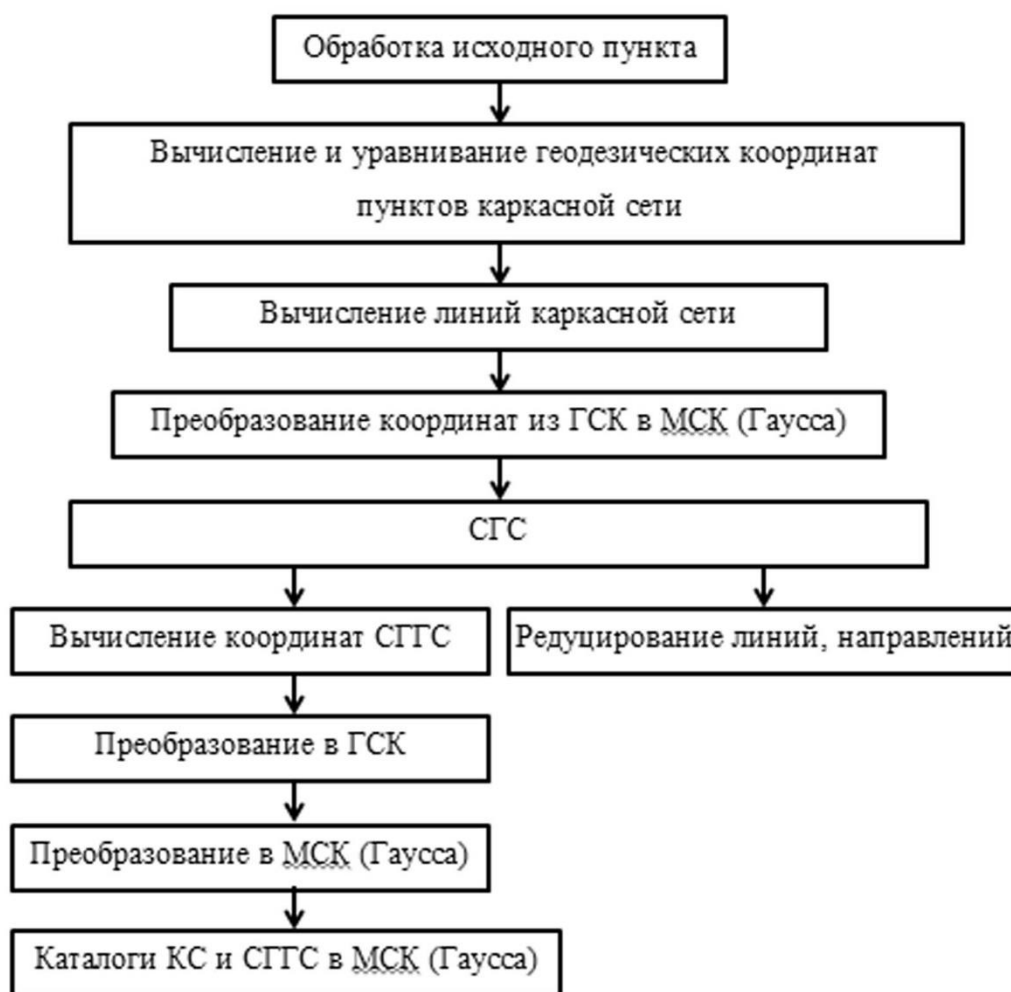


Рисунок 9 – Схема обработки городских геодезических сетей

Приведем одну из типовых схем городских геодезических сетей (рисунок 10).

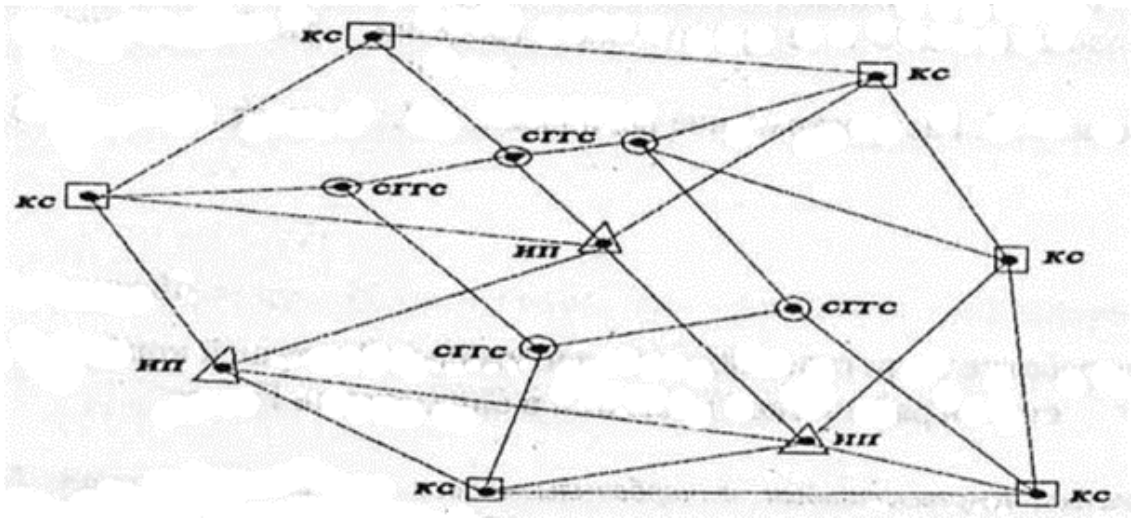


Рисунок 10 – Схема городской сети

Опуская подробности вычислений, по полевым измерениям двухчастотными приемниками по точности на сантиметровом уровне по геодезическим координатам B и L пунктов, находим прямоугольные координаты в стереографической проекции Гаусса [27].

Эти же координаты можно вычислить по координатам в государственной системе Гаусса - Крюгера по формулам:

$$\begin{aligned} X_G &= X_{GK} - \frac{X_{GK} Y_{GK}^2 (1 + 2\eta_0^2)}{4N_0^2} + \frac{X_{GK}^3 (1 + 2\eta_0^2)}{12N_0^2} - \dots \\ Y_G &= Y_{GK} + \frac{Y_{GK} X_{GK}^2 (1 + 2\eta_0^2)}{4N_0^2} - \frac{Y_{GK}^3 (1 + 2\eta_0^2)}{12N_0^2} + \dots \end{aligned} \quad (48)$$

После уравнивания геодезической сети координаты в стереографической проекции можно преобразовать в государственную систему координат СК-96 для каталога и использования ей для работ республиканского значения.

Но основным достоинством стереографической проекции Гаусса при использовании спутниковых геодезических сетей с автономным определением координат точек на объектах является минимальность искажений расстояний, направлений за

кривизну Земли, что позволяет использовать результаты геодезических измерений без редуцирования с одной уровневой поверхности на другую на территориях городов с большим перепадом высот, так как поправки за высоту средней плоскости города над эллипсоидом в два раза меньше, чем проекции Гаусса - Крюгера.

Кроме того, отпадает необходимость использовать другие местные системы координат для различных городов и объектов [28, 29].

3.2 Геодезическое обеспечение решения задач геодинамического мониторинга Центральной Азии

Центральная Азия является активным геодинамическим регионом. Кроме природных на геодинамику влияют техногенные причины. Актуальными являются вопросы организации мониторинга геодинамики, математической обработки геодезических наблюдений, а также определения оптимальной геодезической проекции.

Регион Центральная Азия (ЦА) (Казахстан, Кыргызстан, Таджикистан, Туркменистан и Узбекистан) имеет сложный контрастный рельеф и очень интересен для изучения внутриконтинентальной геодинамики (рисунок 11). Активные современные геодинамические процессы, связанные с продолжающимся горообразованием на значительной части территории Азии, обуславливают высокую сейсмичность этого региона.

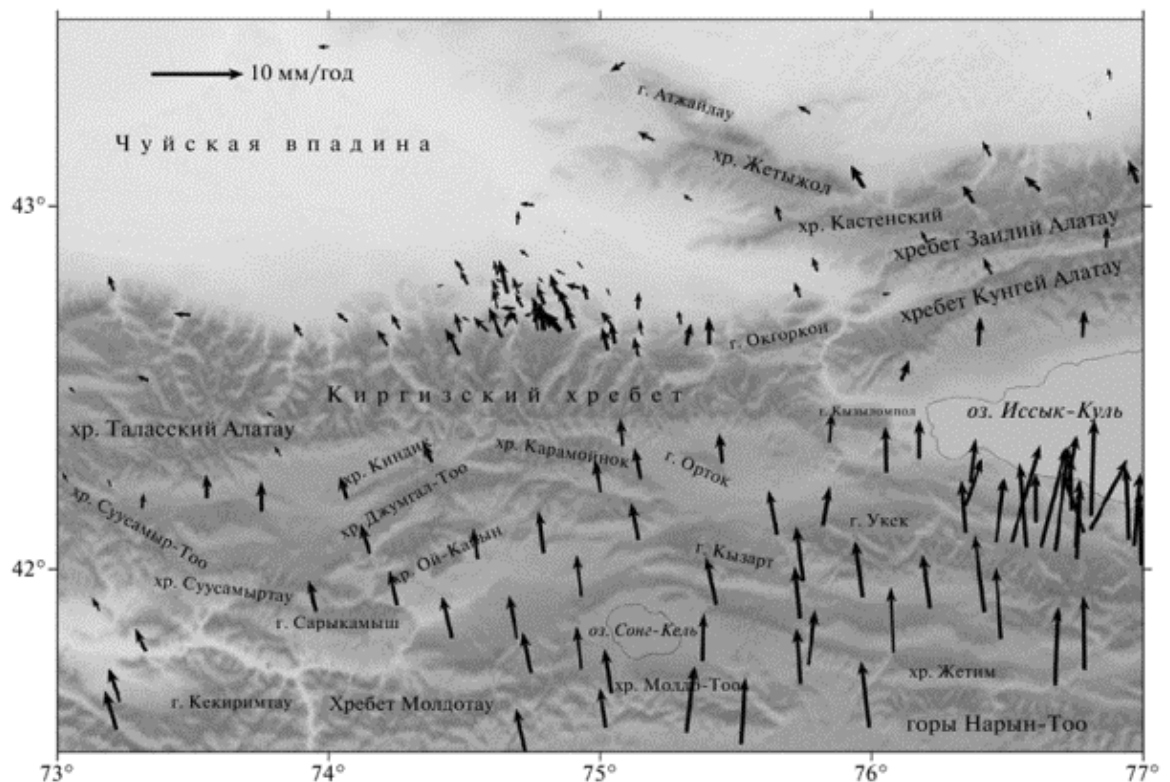


Рисунок 11 – Вектора смещений

Следствия повышенной геодинамической активности выражены в частом возникновении в Центральной Азии природных бедствий, таких как землетрясения, наводнения, оползни, прорывы ледниковых озер, сели, засухи и др.

(рисунок 12). Влияние оказывают техногенные причины: инженерная деятельность, разработка месторождений полезных ископаемых. Происходящие природные и природно-техногенные бедствия влекут за собой гибель людей, материальные и экономические потери, создают экологические проблемы, и имеют сильное негативное воздействие на устойчивое развитие и благосостояние общества в Центральной Азии.



Рисунок 12 – Лавиноопасность

Мониторинг геодинамики должен включать сейсмические, геодезические, геоэлектрические и гидрометеорологические наблюдения. Большое значение приобретают дистанционные методы исследований, спутниковые изображения с высоким разрешением, а так же радарные и интерферометрические данные, за счет чего увеличиваются площади, охваченные мониторингом окружающей среды и геодинимических процессов.

Главной целью является создание системы быстрого реагирования и раннего оповещения при возникновении любых типов опасности, таких, как землетрясения, оползни, гидрометеорологические опасности, или вызванные антропогенным воздействием на окружающую среду. Важным моментом в проведении данных работ будет разработка методик математического моделирования и идентификации напряженно-деформированного состояния геодинимических систем в аспекте прогноза природных и техногенных катастроф.

Отметим регион бассейна реки Сары-Джаз, включающий крупнейший ледник Энилчек, являющийся одним из крупных источников пресной воды и потенциальным источником для гидроэнергетики в регионе. Кроме того, бассейн реки Сары-Джаз представляют собой обширную базу для развития цветной и полиметал-

лической металлургии. Сконцентрированные здесь крупные месторождения олова, вольфрама, меди, свинца, молибдена, полиметаллов, тантала представляют значительную промышленную ценность. Необходимо продолжить исследования по оценке развития опасных природных процессов и явлений, как в целом по бассейну реки Сары-Джаз, так и на потенциальных участках размещения створов будущих плотин ГЭС. Регион Чуйской и Иссыккульской впадин, где расположены наиболее крупный город Бишкек и курортно–туристическая зона международного значения, требует особого подхода при разработке мер по снижению сейсмического риска, антропогенной нагрузки.

Территория горного обрамления Ферганского бассейна и внутреннего Тянь-Шаня, представляет собой наиболее густонаселенную область в Центральной Азии, подверженную многочисленным рискам природных катастроф (землетрясения, оползни, паводки и сели). Оползневые процессы на территории Кыргызстана и соседних Центрально-Азиатских стран имеют широкое распространение из-за преобладания горного рельефа. Оползневые явления представляют собой значительную часть зарегистрированных природных катастроф на территории Кыргызской Республики.

Перечисленные регионы представляют особую важность для изучения вероятности возникновения как природных, так и природно-техногенных стихийных бедствий, и имеют большое значение для рационального водоснабжения в Кыргызстане и на прилегающих территориях в Узбекистане, Казахстане, и Синьцзянском автономном районе Китая, для планирования крупномасштабных технических проектов в регионе таких, как каскады гидроэлектрических станций, высоковольтные линии электропередач, водохранилища, транспортные железнодорожные и автодорожные системы и другие перспективные планы, которые влияют на социально-экономическое развитие и благосостояние населения стран Центральной Азии. В Кыргызстане геодинамические исследования ведутся в Центрально-Азиатском институте прикладных исследований Земли (ЦАИИЗ). Накапливаются сведения о поверхностных деформациях по данным космической геодезии и дистанционного зондирования. Обнадеживающие предварительные результаты получены при со-

поставлении данных ГНСС и сейсмологии в районе бассейна реки Сарыджаз). Применение методов космической геодезии [75, 76] позволяет оценить деформационный процесс земной коры. Научная станция Российской академии наук в г. Бишкек (НС РАН) проводит регулярные измерения GPS сети Центральной Азии.

Использование государственной проекции Гаусса-Крюгера сопровождается большими линейными и угловыми искажениями, особенно на краях шестиградусных и трехградусных зон, примерно 0,20 мм на 1 км. Поэтому, предлагается использовать вторую проекцию с пренебрегаемо малыми искажениями для решения инженерно-геодезических задач, имеющую точно выраженную математическую связь с проекцией Гаусса-Крюгера [40]. Такой проекцией может стать конформная стереографическая проекция в определении Гаусса. Она может существенно уменьшить линейные искажения. В этом случае все инженерно-геодезические сети сгущения могут использоваться без редуцирования их на плоскость и наоборот, что дает значительный экономический эффект.

Мониторинг геодинамики обязательным образом включает прогнозирование. Собственно, именно прогнозирование является главной целью всех мониторинговых инструментальных исследований. И, конечно же, важным является корректная математическая обработка пространственно-временных рядов геодезических измерений. Создание новых и усовершенствование имеющихся алгоритмов обработки также необходимы для обеспечения надежного исследования геодинамики Центральной Азии.

3.3 Инженерно-геодезические работы в горной местности

Рассмотрим некоторые примеры выполнения инженерно-геодезических работ в горной местности (Республика Кыргызстан). Решение инженерно-геодезических задач в таких условиях на основе общепринятых систем координат и проекций часто сопровождается большими искажениями, что вызывает понижение точности геодезических работ. Одним из вариантов решения этой проблемы может быть использование специального варианта проекции Гаусса-Крюгера для геодезического обеспечения городских инженерно-геодезических работ [19–40].

Принципиальное значение имеют вопросы целесообразного выбора поверхности относительно осевого меридиана в гидро-энерго-строительстве. Так, к примеру, при обработке геодезической сети для строительства в Кыргызстане высокогорного Кировского водохранилища (рисунок 13), пришлось вообще отказаться от проекции Гаусса-Крюгера, поскольку длина плотины в 257 м, вычисленная в ней, на 50 мм больше действительной, а отводного туннеля длиной 360 м, соответственно на +68 мм. По Токтогульской ГЭС соответствующие величины значительно больше.

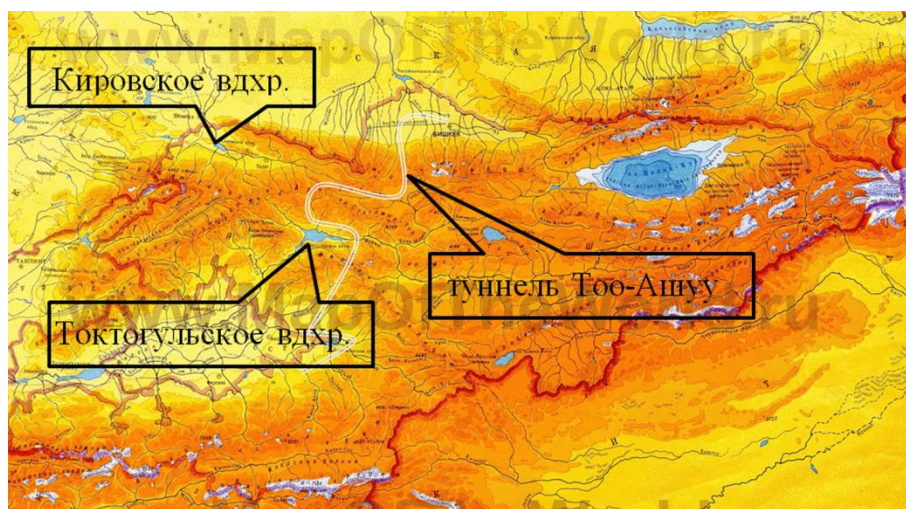


Рисунок 13 – Высокогорные объекты Кыргызстана

Из различного рода карт наибольшее значение для горного дела имеют топографические карты масштабов 1 : 25 000, 1 : 10 000. Основными маркшейдерскими планами горных работ для различного вида горно-промышленных предприятий считаются планы в масштабах от 1 : 5 000 до 1 : 500. В этой отрасли народного хозяйства гораздо чаще, чем в других из-за отсутствия исходных данных и значительных искажений проекции Гаусса-Крюгера, применяется условная система координат, приведенная к средней уровневой поверхности участка горных работ.

Так, к примеру, если использовать плановое обоснование для автодорожного туннеля Тоо-Ашуу по трассе Бишкек - Ош (рисунок 13) на высоте 3 700 м длиной 2 370 м в проекции Гаусса-Крюгера, то для края трехградусной зоны ($y_m = 120$ км) под широтой 45° , получим искажение 0.474 м.

И если учесть большой объем горно-маркшейдерских работ в Кыргызской Республике, то станет ясным и вопрос необходимого соответствия между точностью специального обоснования и искажениями проекции.

3.4 Преобразование координат из проекции Гаусса-Крюгера в координаты стереографической проекции Гаусса на примере Южного Кыргызстана

В настоящее время специалистами Центра геоинформационных систем (ГИС) Республики Кыргызстан (РК) активно ведётся внедрение ГНСС технологий. Работы по размещению базовых станций в РК были начаты в 2011 г., а для обеспечения единой координатной системой Кыргызской Республики, постановлением правительства от 7 октября 2010 г. за № 235, введена новая единая государственная система координат «Kurg-06». Новизна материала статьи состоит в том, что взамен классического метода перехода на плоскость, предлагается стереографическая проекция Гаусса. Ее использование увеличивает производительность топографо-геодезических работ, а также автоматизируют процесс производства геодезических работ при перевычислении съёмок. В статье метод рассмотрен для юга Кыргызстана, но он может быть использован и для других территорий. Размер обрабатываемых сетей может варьироваться от состоящих из нескольких небольших базовых станций (локальных) до покрывающих территорию всей страны обширных национальных.

Создание опорной геодезической сети СССР [7] выполненное в XX веке имело один из главных результатов – создание общегосударственной системы координат и использование прямоугольной системы координат Гаусса-Крюгера [48, 50]. Практическое применение проекции Гаусса-Крюгера в СССР впервые выполнялось Келлем Н. Г. и затем продолжено Красовским Ф. Н., Изотовым А. А., Вировцем А. М., Лариным Д. А., Рабиновичем Б. Н.

В Российской Федерации выполняется переход к использованию государственной геодезической системы координат 2011 г. [60, 61]. Россия имеет современную спутниковую государственную геодезическую сеть трех уровней фундаментальная астрономо-геодезическая сеть, высокоточная геодезическая сеть и спе-

циальная геодезическая сеть (ФАГС, ВГС и СГС-1), а также геодезические сети триангуляции и полигонометрии 1-4-го классов [80]. Продолжаются научные исследования по улучшению алгоритмов преобразований координат [46]. Внедряются местные системы координат. Например, в Новосибирской области [42, 43, 71, 72].

Актуально решение вопросов как достижения необходимой точности создания топографических карт и планов, так и методов, устройствах и способах выполнения поставленных задач инженерной геодезии, включая вопросы, касающиеся области их применения [102, 111–115].

В Кыргызской Республике геодезические сети создают по техническому заданию, разработанному согласно основным положениям и действующей инструкции о построении ГГС. Перед составлением проекта изучаются техническое задание по проектированию и дополнительные требования, район работ в топографо-геодезическом, картографическом, физико-географическом, экономическом, гидрографическом отношениях, собирают сведения о дорожной сети, стройматериалах для постройки знаков, о возможности аренды транспорта и найма рабочих. Для этого используются отчеты о ранее выполненных геодезических и топографических работах на данном объекте, топографические специальные карты, книги и т. п. Для более детального обследования малообжитых районов туда выезжают специалисты, которые изучают район работ и дают рекомендации о расположении без экспедиций, партии т. п.

Данные сети могут варьироваться по размеру от небольших локальных сетей, состоящих из нескольких базовых станций, до обширных национальных проектов, которые покрывают территорию всей страны. Кыргызская Республика не является исключением, в наши дни специалистами Центра ГИС активно ведётся внедрение GPS/GNSS технологий.

Работы по размещению базовых станций в Кыргызской Республике были начаты в 2011 г., а для обеспечения единой координатной системой Кыргызской Республики, постановлением правительства от 7 октября 2010 г. за № 235, введена новая единая государственная система координат «Kurg-06».

На данный момент в Кыргызской Республике установлены 19 референционных станций, шесть из которых обеспечивают покрытие Чуйской области, восемь станций установлены в южных регионах и пяти в Иссык-Кульской и Нарынской областях. В 25 офисах местных регистрационных органов внедрены новые методы кадастровых съемок с применением современных GNSS приемников. Создан центр управления референционной GNSS сетью “KYRPOS”, который работает на базе программного обеспечения Leica GNSS Spyder. Центр предназначен для централизованного управления референционными станциями и формирования сетевых спутниковых дифференциальных поправок, от сети базовых станций, для пользователей полевых GNSS приемников.

Выбирают метод построения геодезической сети. Изыскивают наиболее экономичные варианты, предусматривающие знаки малой высоты, выбирают конструкции геодезических знаков и выбирают местоположения базисных сторон.

При создании топографических планов в масштабе 1 : 200 руководствуются положениями [16]. В основных положениях предписано, что погрешность определения положения объектов с четкими контурами не должна превышать 0,5 мм в масштабе плана (для промышленных объектов 100 мм на местности на расстояния до одного км или 50 мм для смежных объектов). Эти данные подтверждают возможность использования ГНСС-технологий при создании топографических планов масштаба 1 : 200.

Применяемые для инженерно-геодезических работ в отдельных городах, областях системы координат в стереографической проекции Гаусса [19–25] можно использовать и для решения общегосударственных задач. Выбор и разработка геодезической проекции и системы координат для инженерно-геодезических работ в настоящее время являются важной, актуальной проблемой инженерной геодезии.

Математическая обработка результатов численных съемок при перевычислении инженерно-геодезических сетей из стереографических проекций в систему координат Гаусса-Крюгера имеет свою специфику. Решить эту проблему можно следующим образом.

Определим границы области применения стереографической проекции для сетей сгущения съемочного обоснования и численных съемок. При математической обработке инженерно-геодезических сетей имеем

$$s_G = 2N_0 \sqrt{\frac{\Delta S}{S}} \quad (49)$$

Для исходной стороны триангуляции 4 класса при $\Delta S : S = 1 : 100000$ получим

$$S_G = 2 \cdot 6400 \sqrt{1 : 100000} = 40 \text{ км}.$$

Площадь обхвата в данной случае будет

$$P = \frac{3}{4} \cdot 40^2 = 5000 \text{ км}.$$

Отсюда, если принять за начало координат в стереографической проекции какую-либо точку, расположенную на ближайшем осевом меридиане зоны под широтой изображаемого города, то на площадь 5 000 км², т. е. 70 х 70 км², при относительной точности 1 : 100 000, линейными искажениями городской триангуляции можно будет пренебречь.

Для городской полигонометрии всех разрядов линейными искажениями 1 : 20000 и ниже можно пренебречь на площади

$$S = 3.14 \cdot 80^2 = 20000 \text{ км}^2 = 140 \times 140 \text{ км}^2.$$

Для съемочного обоснования, развиваемого с относительной ошибкой 1 : 2000, можно пренебречь линейными искажениями на площади в одном листе масштаба 1 : 1 000 000. В таблице 4 приведены значения величины линейных искажений в стереографической проекции Гаусса. В расчетах длина стороны геометрического построения равна 1 км.

Таблица 4 Величины линейных искажений в стереографической проекции Гаусса

Расстояние от начала Координат, км	Ошибка в расстоянии на 1 км, м	Относительная ошибка
0	0	-
10	0	-
20	0.002	1 : 500000
30	0.006	1 : 160000
40	0.010	1 : 100000
50	0.016	1 : 60000
100	0.064	1 : 16000
120	0.140	1 : 7000
150	0.140	1 : 7000
200	0.260	1 : 4000
250	0.400	1 : 2500
285	0.500	1 : 2000

Анализируя данные таблицы 4, можно сделать следующие выводы:

– при обработке высокоточных инженерно-геодезических сетей с относительной ошибкой порядка 1 : 100 000 и выше, редукции расстояний в большинстве случаев следует учитывать.

– при обработке сетей сгущения редуцирование не осуществляется по всей ширине трехградусных зон ($S_G \leq 120\text{км}$).

– при обработке съёмочного обоснования и результатов численных съёмок редукции расстояний не учитываются по всей ширине шестиградусных зон ($S_G \leq 256 \text{ км}$).

– при обработке угловых измерений сетей сгущений и съёмочного обоснования редукциями направлений и углов можно пренебречь во всех случаях практики.

– в случае использования секущей стереографической проекции Гаусса, границы использования систем координат увеличиваются в $\sqrt{2}$ раза. Поэтому данная проекция также целесообразна для применения её в инженерно-геодезических работах, т.к. приводит к упрощению расчетов при математической обработке обоснования и исходных данных по выносу проектов в натуру [25, 26].

Применяемые системы координат стереографической проекции Гаусса для инженерно-геодезических работ отдельных городов можно использовать и для решения общегосударственных задач.

В пределах ширины трехградусной зоны в проекции Гаусса-Крюгера значения координат для исходных пунктов в системе координат стереографической проекции Гаусса можно вычислять по формулам:

$$x_G = x_{GK} - \frac{x_{GK} y_{GK}^2}{4M_0^2} + \frac{x_{GK}^3}{12M_0^3};$$

$$y_G = y_{GK} + \frac{x_{GK}^2 y_{GK}}{4M_0^2} - \frac{y_{GK}^3}{12M_0^3}.$$

Связь дирекционных углов обеих проекций

$$\alpha_G = \alpha_{GK} + \frac{x_m y_m}{4M_0^2} \rho'' + \frac{\Delta x \Delta y}{12M_0^3} \rho'', \quad (50)$$

где m – середина линии (хорды).

Для практики большинства инженерно-геодезических работ соотношения между длинами сторон геодезических сетей в проекциях достаточно выразить формулой

$$s_G = s_{GK} \left(1 + \frac{x_m^2 - y_m^2}{4M_0^2} \right)_{GK}. \quad (51)$$

Формула (51) устанавливает простую и точную математическая связь обеих проекций и систем координат.

Для математической обработки в стереографической проекции результатов геодезических измерений, редуцированных на референц-эллипсоид Красовского Ф. Н. или другой эллипсоид можно получить формулы вычисления расстояний и направлений достаточные для инженерно-геодезических сетей в следующем виде

$$s_G = s \left(1 + \frac{x_m^2}{4M_0^2} - \frac{y_m^2}{4M_0^2} \right), \quad (52)$$

$$\delta_G = \rho'' \left(-\frac{x_1 \Delta y}{4M_0^2} + \frac{y_m^2}{4N_0^2} \right). \quad (53)$$

Анализируя формулы (52)–(53) можно отметить, что аналитически получаемая проекция для инженерно-геодезических работ в среднем даст вдвое меньшие искажения, чем проекция Гаусса-Крюгера, что позволяет в большинстве случаев ими пренебречь. Учитывая в целом конформность изображения новой проекции, минимальность искажений расстояний и редукиции направлений, единообразие систем координат, простую связь с проекцией Гаусса-Крюгера, ее можно рекомендовать для многих инженерно-геодезических работ.

Обратную связь можно установить по формулам

$$x_{GK} = x_G + \frac{x_G y_G^2}{4M_0^2} - \frac{x_G^3}{12M_0^3};$$

$$y_{GK} = y_G - \frac{x_G^2 y_G}{4M_0^2} + \frac{y_G^3}{12M_0^3}.$$

Пример расчета приведен в таблице 5.

Таблица 5 – Перевычисление координат из стереографической проекции Гаусса в систему Гаусса-Крюгера

Элементы формул	Пункты				
	В	І	ІІ	ІІІ	ІV
x_G	14885.53	10363.48	16043.51	19455.03	15071.80
$+ x^2 y : 4M_0^2$	0.42	0.26	0.39	0.52	0.49
$- x^3 : 12M_0^2$	-0.01	-0.00	-0.01	-0.2	-0.01
x_{Gk}	14885.94	10363.74	16043.89	19455.53	15072.28
x_G	67882.72	65045.08	63241.47	63368.91	73393.68
$+ x^2 y : 4M_0^2$	-0.09	-0.04	-0.10	-0.14	-0.10
$- x^3 : 12M_0^2$	0.64	0.56	0.51	0.63	0.81
y_{Gk}	67883.27	65045.60	63241.88	63369.40	73394.39

По полученным значениям расстояний, дирекционных углов и координат в системе координат Гаусса-Крюгера составляется каталог, который используется в государственных целях.

Выводы по третьему разделу.

В результате проведенного анализа применения практики проекции и системы координат в главнейших областях инженерной деятельности можно сделать следующие выводы:

- переход от прямоугольных координат стереографической проекции к координатам Гаусса-Крюгера осуществляется по простыми формулам, поэтому использование геодезических материалов, получаемых в местной системе, для общегосударственных целей не представляет каких-либо сложностей;

- может быть установлена связь прямоугольных стереографических координат в местной системе с координатам Гаусса-Крюгера;

- для построения геодезических сетей Кыргызской Республики можно использовать центр управления референцной GNSS сетью “KYRPOS”, который работает на базе программного обеспечения Leica GNSS Spyder.

4 ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ПРОВЕРКЕ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МЕТОДИКИ ВЫБОРА И ПАРАМЕТРОВ СПЕЦИАЛЬНОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ ДЛЯ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТ

4.1 Картографическое обеспечение инженерно-геодезических работ в горной местности

Для математического обеспечения многих разных геодезических проекций наиболее распространены проекции, которые получены согласно теории конформных отображений поверхностей. Для выбора конкретной геодезической проекции необходимо учесть ее точность, удобство в использовании в вычислительном отношении и характеристики линейных искажений переноса эллипсоидальных элементов на плоскость. Для проведения многих геодезических и топографических работ необходимо обеспечение геодезического производства более точными координатами,

В данном разделе приведены результаты вычислительных экспериментов по сравнению нескольких геодезических проекций. Для масштаба 1 : 1 000 000 исследовались линейные искажения при использовании поперечно-цилиндрической проекции Гаусса-Крюгера, УТМ, конической Ламберта и стереографической Гаусса. Подобные расчеты выполнялись для более крупных масштабов 1 : 50000 и крупнее. Наилучшими в смысле величины линейных искажений были определены местная поперечно-цилиндрическая и стереографическая Гаусса. Подтверждена необходимость проецирования на секущую плоскость для горных районов. Даны рекомендации по выбору оптимальной специальной геодезической проекции.

Применяемые в настоящее время в различных странах геодезические проекции выбирались с целью удобства при создании общегосударственной системы плоских прямоугольных координат. Предполагается также создание понятных для пользователей инструкций и рекомендаций. Неудобство таких геодезических проекций проявляется при решении некоторых локальных задач. В этих случаях предпочтительнее использовать локальные системы координат, не обязательно связанные с общегосударственной системой координат. Важнейшим свойством таких си-

стем является обеспечение минимальных линейных искажения при переходе с эллипсоида на плоскость.

В целях развития геодезической, картографической, кадастровой, навигационной деятельности государства постановлением Правительства Кыргызской Республики от 7 октября 2010 г. за №235 в Кыргызской Республике введена новая единая государственная система координат.

Разработчиком национальной государственной системы координат Kyrg-06, основанной на базе международной земной референцной системы (ITRF-2005) являются Департамент кадастра и регистрации прав на недвижимое имущество при Государственной регистрационной службе при Правительстве Кыргызской Республики (Департамент) и Картографо-геодезическая служба Кыргызской Республики.

Предпосылкой разработки и внедрения национальной системы координат Kyrg-06 явился тот факт, что для проведения различных геодезических и топографических работ существует потребность производства в более точных координатах, а на сегодняшний день работники Департамента кадастра и регистрации прав на недвижимое, как и все представители других отраслей производства Кыргызской Республики используют государственную систему координат 1942 г. (СК-42), которая до сих пор является секретной и закрытой для публичного использования, что создает определенные трудности в работе.

Государственная система координат Кыргызской Республики, унаследованная от СССР и применяемая для геодезических сетей и составления топографических карт, основана на использовании проекции Гаусса-Крюгера и эллипсоида Красовского (система координат 1942 г.). Эта проекция является конформной (не искажающей углов) и используется по шестиградусным меридианным зонам. Территория Кыргызской Республики принадлежит трем меридианным зонам, на стыках зон (72 E и 78 E) прямоугольные координаты проекции Гаусса-Крюгера имеют разрывы. Максимальные искажения длин в этой проекции для рассматриваемой территории достигают 0,08 %, искажения площадей – 0,16 %.

Отметим, что во многих странах мира для аналогичных целей в настоящее время применяется по шестиградусным меридианным зонам так называемая поперечно цилиндрическая проекция Меркатора (UTM), которая очень близка по своим свойствам и распределению искажений к проекции Гаусса-Крюгера. UTM называют также проекцией Гаусса-Боага [138].

Таким образом, основным препятствием использованию системы координат 1942 г. при национальной инвентаризации земель по новым методам, является наличие двух разрывов прямоугольных координат на территории Кыргызстана. Кроме того, нежелательным является и искажение площадей в избранной картографической проекции. В частности, эти препятствия делают невозможным формирование единой, регулярной и равно представительной, государственной сети точек национальной инвентаризации лесов.

В результате анализа для территории Кыргызской Республики была выбрана коническая эквивалентная (равновеликая) проекция КЕК с двумя стандартными параллелями $B_N = 42^{\circ}14' N$ и $B_S = 40^{\circ}16' N$. На рисунке 14 изображен принцип конической проекции с двумя стандартными параллелями, а на рисунке 15 реализация картографического отображения Кыргызской Республики масштаба 1 : 1 000 000.

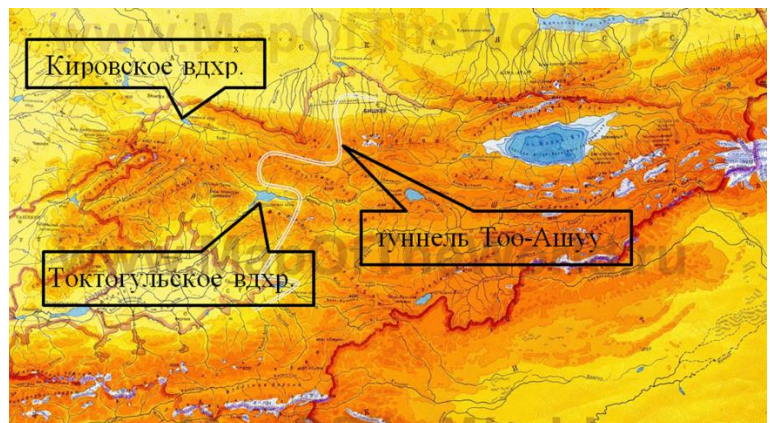
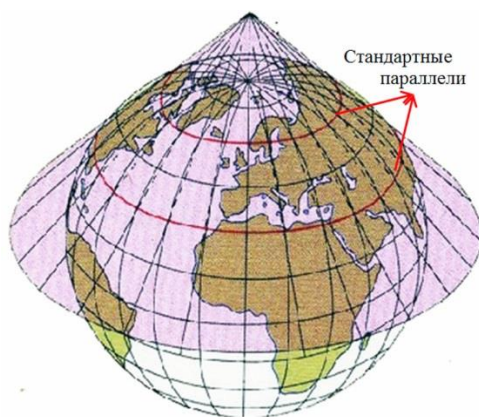


Рисунок 14 – Коническая проекция с двумя стандартными параллелями

Рисунок 15 – Карта Кыргызской Республики масштаба 1 : 1 000 000

На рисунке 15 указано расположение крупных инженерных объектов в высокогорье. Их упоминание будет далее в статье при описании вычислительных экспериментов по сравнению геодезических проекций.

Первая оценка касалась мелкомасштабного и тематического картографирования. Масштабы 1 : 1 000 000, 1 : 500 000, 1 : 200 000 имеют свое важное назначение и потребителя. Если остановиться на конформных геодезических проекциях, упомянем известные как возможные для разных форм картографируемой территории. А именно поперечно-цилиндрическая (рисунок 16), коническая (рисунок 14) и стереографическая (рисунок 17).

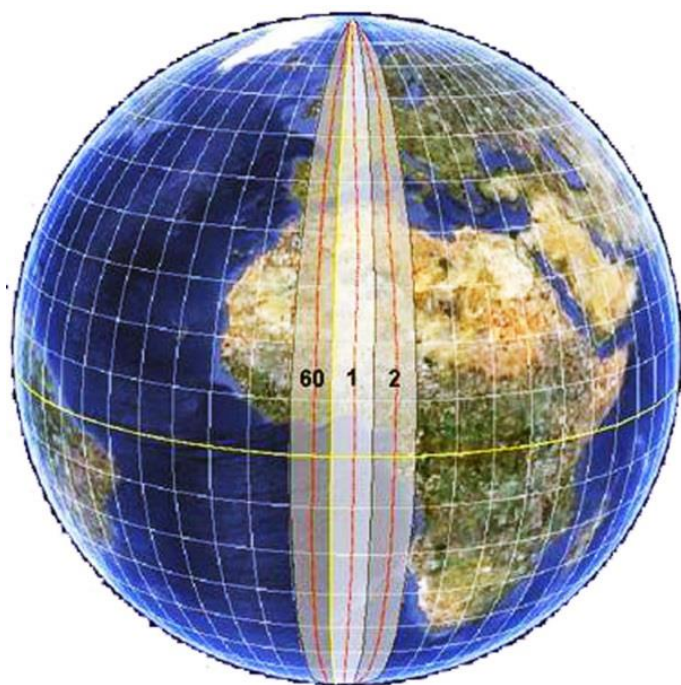


Рисунок 16 – Поперечно-цилиндрическая проекция Гаусса-Крюгера

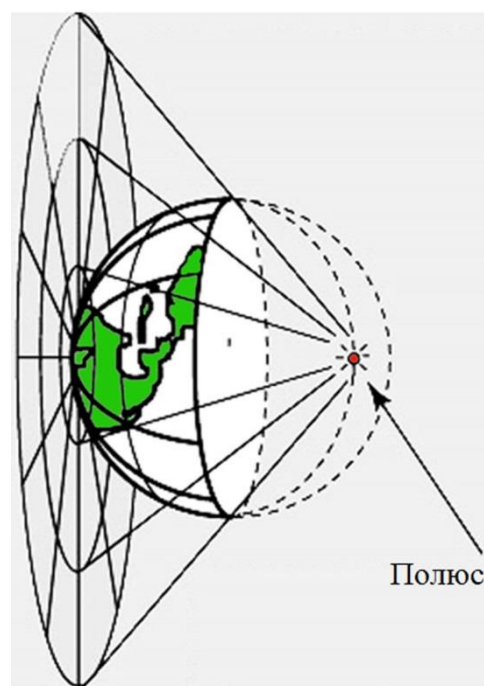


Рисунок 17 – Стереографическая проекция с центральной точкой

Территория РК почти вписывается в одном листе карты масштаба 1 : 1 000 000, сдвинутого относительно листа международной разграфки К-43 на 1° на юг (рисунок 15). Приведем рисунки 18–21 номера, поясняющие определенное нами распределение линейных искажений для четырех конформных проекций для

этого листа карты. Подписи изолиний в см описывают распределение линейных искажений длин линий 1 км (рисунки 18–21).

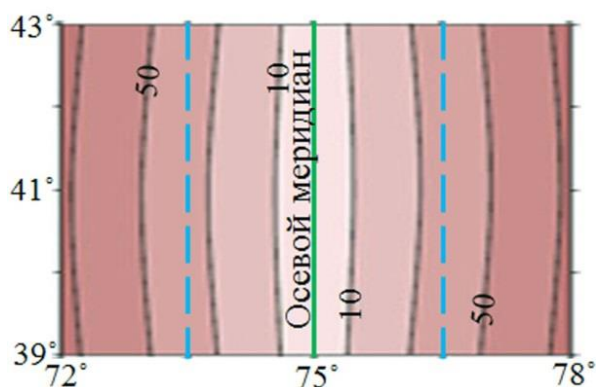


Рисунок 18 – Поперечно-цилиндрическая b и 3°

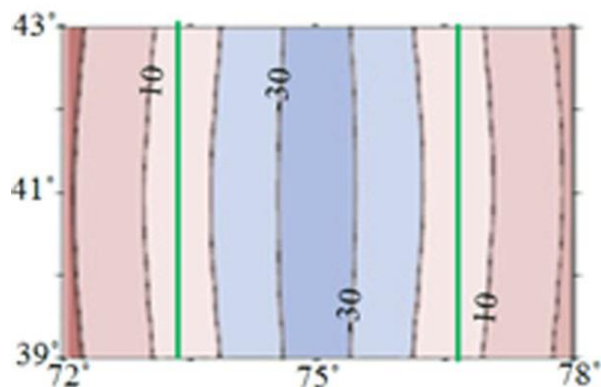


Рисунок 19 – УТМ (Гаусса-Боага)

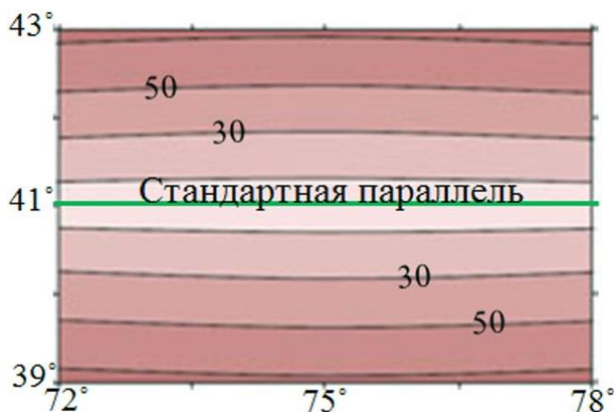


Рисунок 20 – Коническая с одной стандартной параллелью

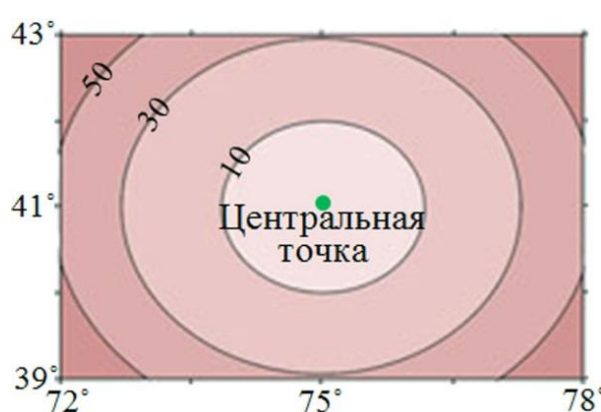


Рисунок 21 – Стереографическая Гаусса с центральной точкой

Сравнение выполнялось по авторским программам. Рисунки 18–21 подтверждают геометрическую основу проекций, которые были неоднократно упомянуты для геодезических приложений [93]. Соответственно, выбор конкретной геодезической проекции, в первую очередь, определяется целью отображения территорий, имеющих размеры в сотни км. Например, для проектирования линейных сооружений федерального значения (автомобильные и железные дороги, линии электропередач, нефтегазопроводы и др.). Однако, даже в этих задачах более целесообразным и эффективным является использование масштабов 1 : 200 000, 1 : 100 000.

Данная тенденция учета формы объекта в меньшей степени продолжается для крупномасштабного картографирования.

4.2 Выбор секущей плоскости для уменьшения линейных искажений в локальной геодезической сети при обеспечении инженерно-геодезических-работ

Во 2 разделе обращено внимание на положительные качества стереографических проекций. Для локальных территорий округлой формы линейные искажения при переходе на плоскость меньше, чем при переходе на плоскость в проекции Гаусса-Крюгера.

В случаях использования геодезического обеспечения на локальных территориях возникает необходимость выбора соответствующей геодезической проекции. Не всегда достаточно по точности проецирования принятой государственной системы координат Гаусса-Крюгера, как следствия поперечно-цилиндрической проекции. Для инженерно – геодезических и городских работ логично используют локальные, местные системы координат. Главной причиной поиска и выбора варианта геодезической проекции является требование уменьшения линейных искажений. Если проекция конформная, то по определению углы при проецировании с эллипсоида на плоскость не искажаются. Приложения выбранной при таком условии геодезической проекции разнообразны и касаются не только картографического направления, инженерно-геодезического обеспечения, природоохранных, экологических и геодинамических мониторингов.

Соблюдение минимальности линейных искажений может быть успешно достигнуто с использованием стереографических проекций, имеющей некоторые преимущества в сравнении с проекцией Гаусса-Крюгера. Особенно эти достоинства проявляются для локальных территорий округлой формы [93].

Стереографическую проекцию желательно использовать при выполнении геодезических и топографических работ, имеющих локальный масштаб. Наиболее важны для геодезических приложений две стереографические проекции со свободно выбираемой центральной точкой – в определении Гаусса [157] и Руссиля. Геометрически проекцию Руссиля представляют как перспективную проекцию реду-

цированных на эллипсоид точек земной поверхности на касательную плоскость (рисунок 22).

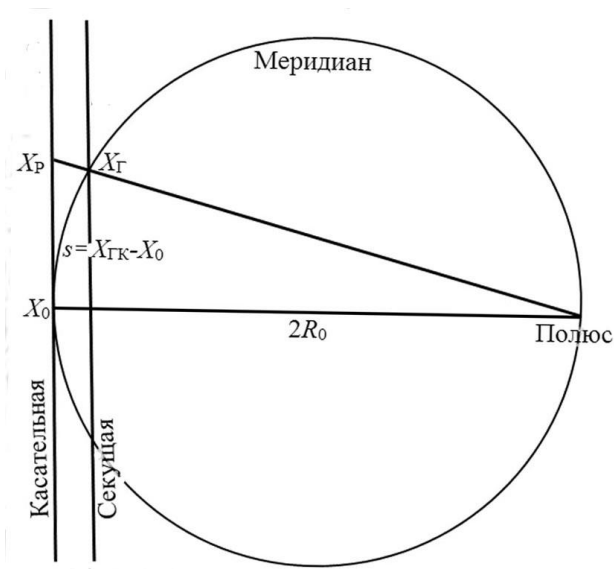


Рисунок 22 – Касательная и секущая плоскости

В работе [65] предложен модифицированный вариант реализации стереографической проекции Руссилья с проецированием на секущую плоскость, что предполагает уменьшение линейных искажений по сравнению с проекцией Гаусса-Крюгера.

Если совместить начало координат системы Гаусса-Крюгера и секущей проекции, достаточно просто осуществляется связь между абсциссами этих координат. Основой соотношения являются основные характеристические функции проекций на касательную плоскость формула (54) и секущую формула (55), геометрический смысл которых поясняет рисунок (рисунок 22).

$$x_p = 2R_0 \operatorname{tg} \frac{s}{2R_0}, \quad (54)$$

$$x_c = 2R_0 \sin \frac{s}{2R_0} = 2R_0 \sin \frac{X - X_0}{2R_0}. \quad (55)$$

В работе [65] обоснованы размеры территорий округлой формы (радиус 112 км и площадь 39 400 км²), для которых относительные линейные искажения с учетом рекомендаций [65]

$$\frac{\Delta d}{d} \leq \frac{1}{25000}.$$

Для вычислительного эксперимента была выбрана реально созданная около 200 лет назад триангуляционная сеть в Голландии (рисунок 23). Результаты наблюдений углов и их уравнивания приведены в [159].

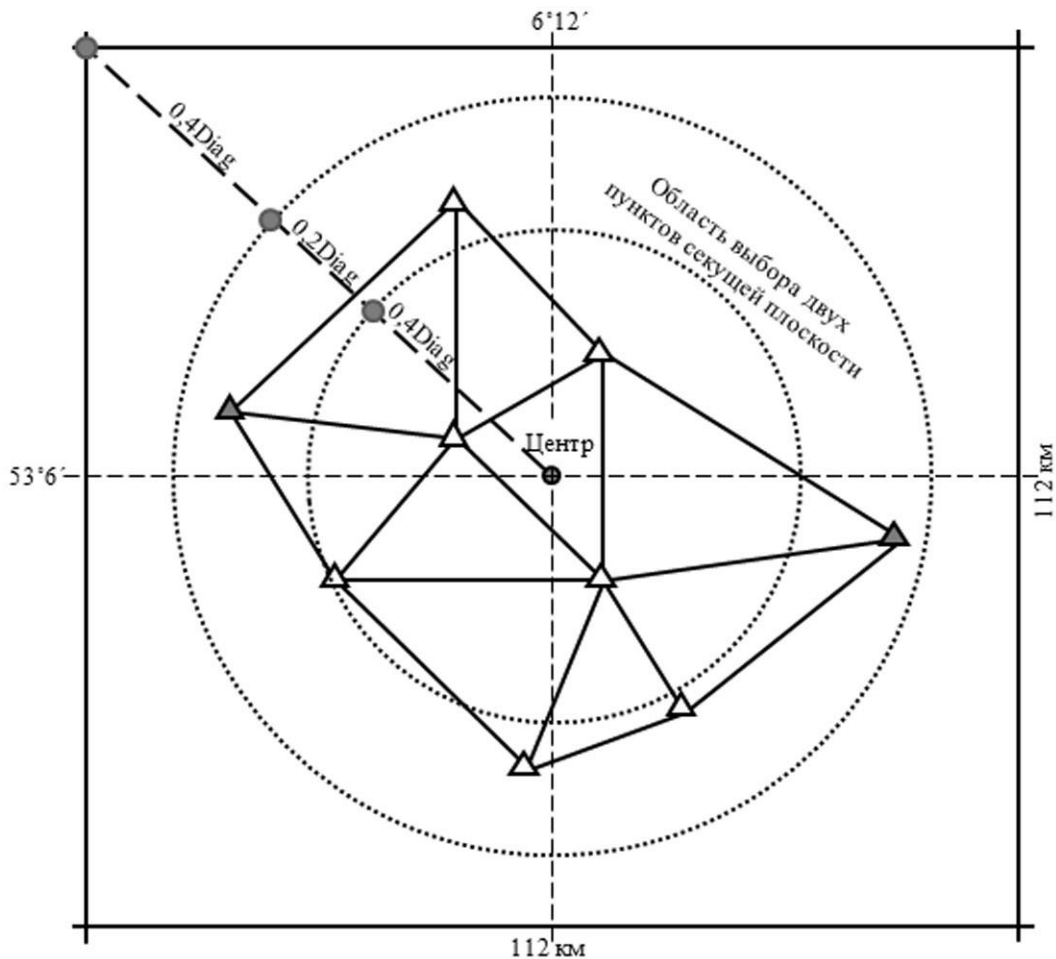


Рисунок 23 – Сеть триангуляции в Голландии

Методика перехода с проекции Гаусса-Крюгера на секущую плоскость была следующая:

– для сети как средние арифметические определяются координаты геометрического центра $B_0 = 53^\circ 6', L_0 = 6^\circ 12'$;

– начало системы координат Гаусса-Крюгера совмещается с началом системы координат стереографической проекции;

– выбираются два пункта сети, расположенные по разные стороны от центра в некотором удалении от него. На рисунке 23 – это пункты, обозначенные заполненными треугольниками;

– производится пересчет координат этих пунктов из местной системы координат Гаусса-Крюгера в систему координат секущей плоскости в соответствии с формулами (53), (54);

– по полученным координатам и измеренным углам выполняется расчет координат всех остальных пунктов сети. С использованием метода наименьших квадратов;

– использование для городских и инженерно-геодезических работ.

Далее был выполнен анализ линейных искажений для двух проекций по линии между пунктами, принятыми за опорные. Ее расстояние в пространстве $d=114\ 210,741$ м..

При использовании проекции Гаусса-Крюгера была вычислена длина между этими пунктами на плоскости $d=114\ 213,863$ м. Относительное искажение соответственно $\frac{\Delta d}{d} = \frac{1}{36583}$.

При использовании стереографической проекции длина между этими пунктами на плоскости $d=114\ 213,387$ м. Относительное искажение соответственно $\frac{\Delta d}{d} = \frac{1}{43159}$.

Результаты исследований позволяют сделать следующие выводы:

– для локальных территорий использование стереографических проекций позволяет уменьшить линейные искажения;

– использование проекций на секущую плоскость целесообразно для обеспечения городских и инженерно-геодезических работ в горной местности, а также в маркшейдерских работах.

4.3 Крупномасштабное картографирование для инженерно-геодезических работ в горной местности

Топографические съемки в масштабах 1 : 25 000; 1 : 10 000; 1 : 5 000; 1 : 2 000; 1 : 1 000; 1 : 500 выполняются с целью создания государственных топографических карт и планов, необходимых для изучения, использования и охраны природных ресурсов, для различных изысканий и выполнения других работ по экономическому развитию страны, а также для обеспечения обороны страны. Топографические съемки служат основой земельного, городского, лесного кадастра. Горизонтально-вертикальная съемка выполняется на территориях с капитальной застройкой в масштабах 1 : 500; 1 : 1 000. При создании топографических планов для инженерных изысканий руководствуются положениями [16].

Крупномасштабные съемки в городах и других населенных пунктах в масштабах 1 : 5 000–1 : 500 выполняются в местных системах координат. При выборе местной системы координат часто применяют трехградусные зоны проекции Гаусса. Осевой меридиан выбирается так, чтобы он проходил максимально близко к центру участка изысканий и строительства, населенного пункта, муниципального образования с таким расчетом, чтобы поправки при переходе линий на плоскость в 3 раза меньше погрешности измерений линий и меньше графической точности топопланов.

При строительстве или реконструкции объектов капитального строительства результатом инженерно-геодезических изысканий должны быть топографические карты масштабов 1 : 5000–1 : 200. Масштаб топографической съёмки и высоты сечения рельефа выбирается с учетом условий съемки и конечных целей [16].

Но, для высокогорных территорий возникают определенные методические вопросы учета рельефа. Методические и технологические предложения создания инженерных топографических планов в горных условиях описаны в [11–13]. Необходимость учета высот геодезических пунктов над эллипсоидом (вспомогательной поверхностью) при переходе на плоскость известна долгое время. Упомянутая вы-

ше и используемая во многих странах поперечно-цилиндрическая проекция UTM (рисунки 1 и 19) использует секущую плоскость для отображения шестиградусной зоны. На осевом меридиане масштаб изображения 0,9996. А западнее и восточнее центрального меридиана на угловом расстоянии примерно $1^{\circ} 37'$ меридианы (зеленые линии на рисунке 19) имеют масштаб 1 : 10000. Имеются другие примеры алгоритмических решений, достаточно простым образом достигающих повышения точности геодезических проекций за счет учета высоты рельефа [51, 65].

Существует необходимость учета средней высоты территории над эллипсоидом. Нужен выбор проекции для проецирования с эллипсоида на секущую плоскость. Которая может быть, как ниже касательной плоскости к эллипсоиду (маркшейдерские работы), так и выше – горные районы. Ориентация объекта картографирования для крупных масштабов не играет роли. Но, алгоритмы преобразования, их детальность в разложении рядов уже начинает в этих приложениях проявляться по мере перехода к крупным масштабам карт. Начиная с масштаба 1 : 10 000.

Для карт масштаба 1 : 50 000 и крупнее был выполнен вычислительный эксперимент по оценке точности перехода на плоскость расстояний с физической поверхности Земли на плоскость. Для примера, в лист масштаба 1 : 50 000 вписываются плотина Новосибирской гидроэлектростанции, оба железнодорожных моста через Обь и три автомобильных. А также сам город Новосибирск.

При исследованиях была выбрана реально существующая территория в Республике Кыргызстан. А именно, район высокогорного тоннеля Тоо-Ашуу (рисунок 15) трассы Бишкек-Ош. Сам тоннель располагается на высоте 3 125–3 400 м и имеет протяженность 2,6 км. Местная система координат была в эксперименте основана на центральном (осевом) меридиане $73^{\circ}50'$. Для конической проекции Ламберта (стандартная параллель) и центральной точки стереографической проекции Гаусса была назначена также широта параллели $42^{\circ}20'$. Соответственно, лист карты масштаба 1 : 50000 определен следующий (рисунок 24).

Заметим, что подписи на диаграмме (рисунок 25) отражают не масштаб изображения в самой удаленной точке от центра местной системы координат

(рисунок 24), а возникающие в ней линейные искажения в сантиметрах расстояния 1 000 м для трех конформных проекций. Геодезические проекции поперечно-цилиндрическая (местная), коническая Ламберта [48] и стереографическая Гаусса [157] использовались в двух вариантах: с секущей плоскостью (коричневый цвет) и без нее (синий цвет) (рисунок 25).

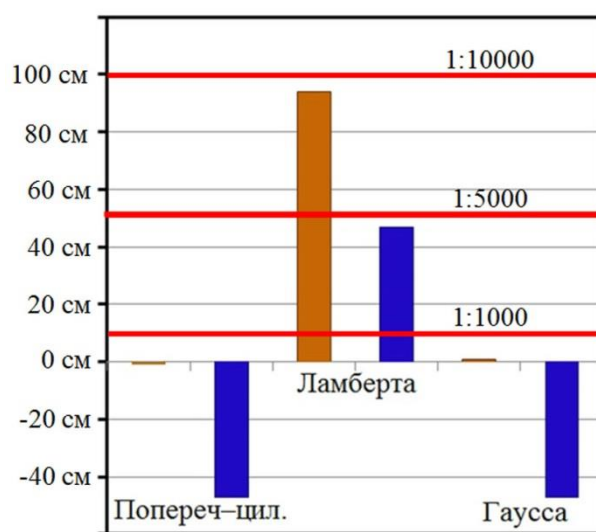
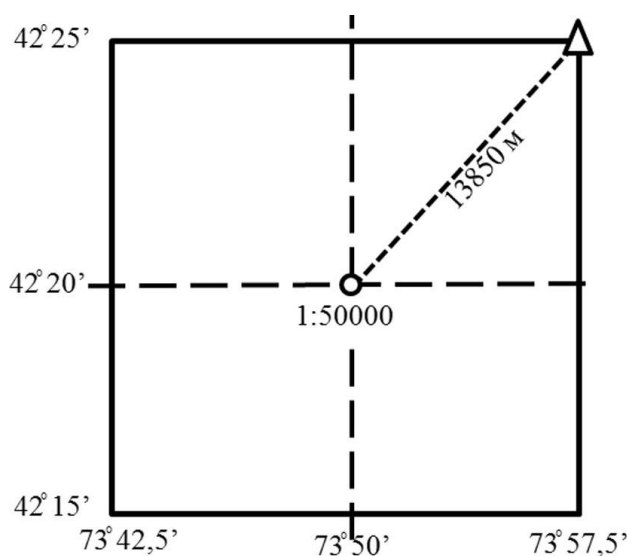


Рисунок 24 – Лист карты масштаба
1 : 50 000 для района Тоо-Ашуу

Рисунок 25 – Искажения длины 1 000 м
в углу трапеции

Оценка результатов вычислительного эксперимента далее выполнялась с учетом существующих требований к точности топографических карт и планов [1, 2, 8, 9]. Ее принято оценивать средними ошибками или среднеквадратическими погрешностями m . В соответствии с теорией математической обработки связь между ними следующая: $m = 1,25$. Предельные ошибки равны удвоенным значениям соответственно средним и среднеквадратическим ошибкам. Средние ошибки положения контуров на карте или плане относительно съемочного обоснования независимо от масштаба карты или плана не должны превышать 0,5 мм – при углах наклона местности до 6°; 0,7 мм – в горных и залесенных районах. Предельная ошибка взаимного положения контуров в капитальной застройке не должна

превышать 0,4 мм. Средние ошибки положения точек съемочного обоснования должны превышать 0,1 мм в плане и 0,1 мм высоты сечения рельефа. На рисунке 25 красные горизонтальные линии соответствуют самому жесткому требованию – 0.1 мм. Для масштаба 1 : 10 000 это 100 см, 1 : 5 000 – 50 см, 1 : 1 000 – 10 см.

Выводы по результатам эксперимента.

Возможности использования специальных геодезических проекций для инженерно-геодезических работ объектов протяженностью порядка 25 км в горной местности следующие.

Без учета высокогорья местная поперечно-цилиндрическая проекция и стереографическая проекция Гаусса может быть использована от масштаба 1 : 5000 и мельче. Коническая проекция Ламберта 1 : 10000 и мельче. С учетом секущей плоскости проекция Ламберта может быть использована для создания карт масштаба 1 : 5000 и мельче.

С учетом секущей плоскости опять равные по точности результаты дают местная поперечно-цилиндрическая проекция и стереографическая проекция Гаусса. Все необходимые для инженерно-геодезических работ масштабы карт и планов (перечислены выше) могут быть достигнуты с использованием этих проекций с учетом высоты территории. Отметить необходимо в связи с этим вклад ученых-геодезистов Крюгера [132] и Зенина [65] в тщательную технологическую реализацию алгоритмов Гаусса.

Автор диссертации участвовал в практическом применении специальной геодезической проекции Гаусса для инженерно-геодезических и съемочных работ при опытно-производственных работах в районе строящегося по проекту "КИР-ГИЗГИПРОВОДХОЗ" Кировского водохранилища (рисунок 13) в Кыргызской Республике и для ряда других объектов [23–25].

Был выполнен вычислительный эксперимент по сравнению нескольких видов геодезических проекций для оценки возникающих при их использовании линейных искажений. Выбранные точки 1–5 (рисунок 26) с геодезическими координатами:

Т.1: $B_1 = 40^{\circ}0'0''$, $L_1 = 73^{\circ}30'0''$, $H_1 = 3000 \text{ м}$;

Т.2: $B_2 = 40^{\circ}1'0''$, $L_2 = 73^{\circ}30'0''$, $H_2 = 3000 \text{ м}$;

Т.3: $B_3 = 41^{\circ}0'10''$, $L_3 = 73^{\circ}30'0''$, $H_3 = 3000 \text{ м}$;

Т.4: $B_4 = 40^{\circ}0'0''$, $L_4 = 73^{\circ}31'0''$, $H_4 = 3000 \text{ м}$;

Т.5: $B_5 = 40^{\circ}0'0''$, $L_5 = 72^{\circ}30'0''$, $H_5 = 3000 \text{ м}$.

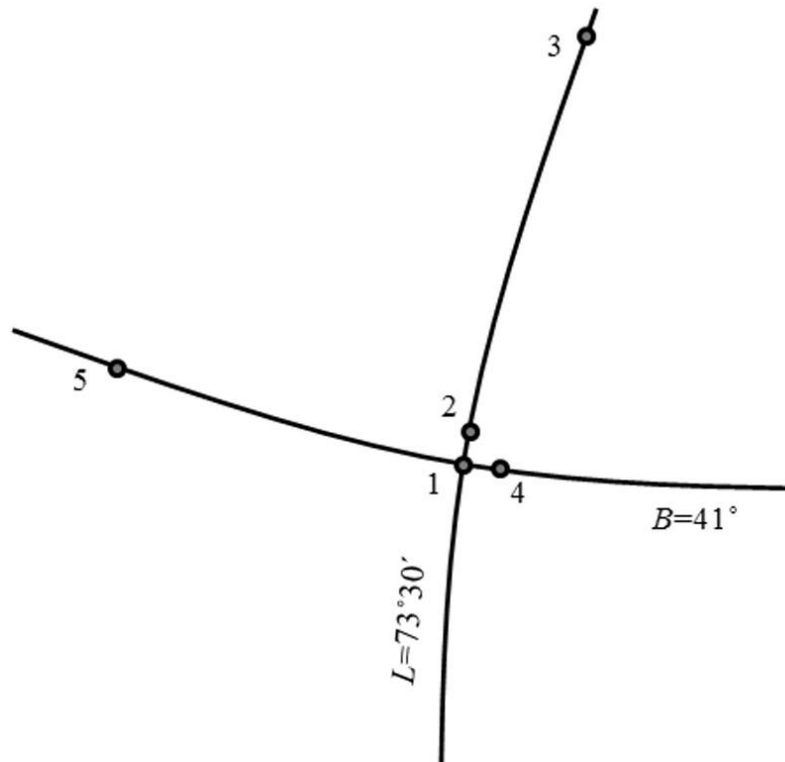


Рисунок 26 – Точки на параллели и меридиане

Разность координат пар точек и расстояния между ними:

1-2: $\Delta B_{12} = 1'$, $\Delta L_{12} = 0''$, $S_{12} = 1851,485 \text{ м}$; 1-3: $\Delta B_{13} = 1^{\circ}$, $\Delta L_{13} = 0''$, $\Delta S_{13} = 111097,131 \text{ м}$; 1-4: $\Delta B_{14} = 0''$, $\Delta L_{14} = 1'$, $S_{14} = 1423,923 \text{ м}$; 1-5: $\Delta B_{15} = 0''$, $\Delta L_{15} = 1^{\circ}$, $S_{15} = 85434,312 \text{ м}$.

Для пар точек 1–2, 1–3, 1–4, 1–5 выполнялось редуцирование на поверхность эллипсоида Красовского, а затем проецирование на плоскость по алгоритмам шести геодезических проекций: поперечно-цилиндрической Гаусса-Крюгера, конической эквивалентной Кыргызстана (КЕК), конической Ламберта, стереографической Руссиля, стереографической Гаусса, UTM. Результаты счета по программе GeodelS и KRproj приведены в приложении Б. Анализ проведенных вычислений отражен на

диаграммах (рисунки 27–30). На них подписи в метрах означают величины линейных искажений расстояний для выбранных пар точек.

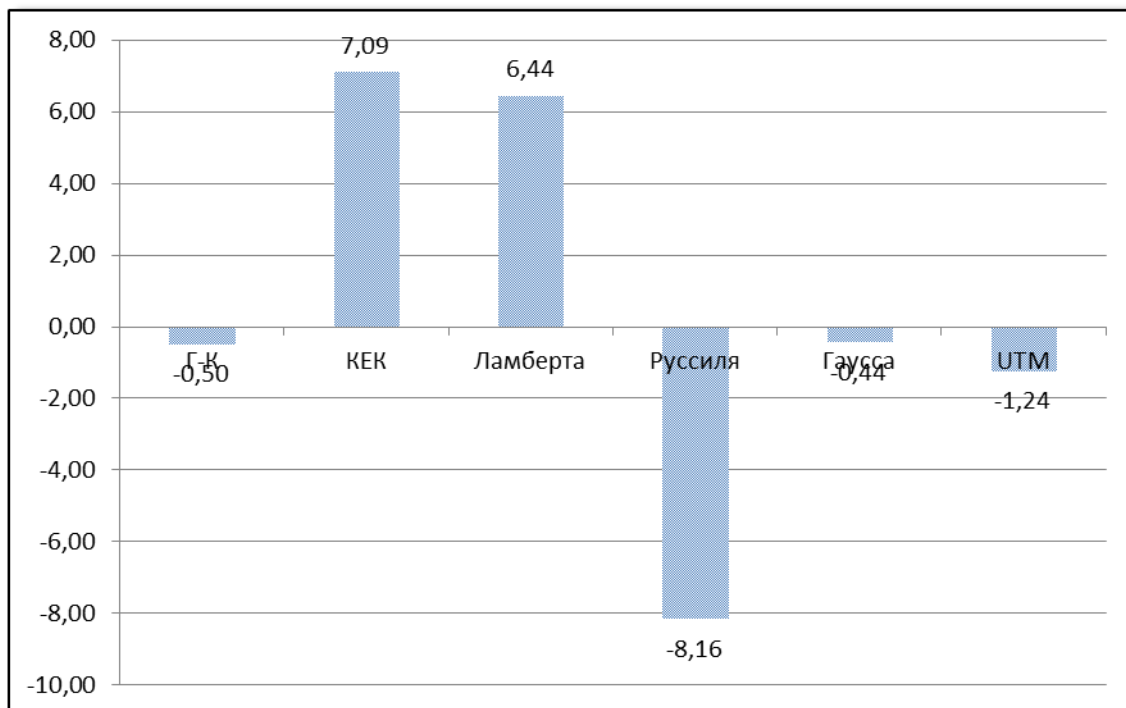


Рисунок 27 – Искажения расстояния 1–2 м для шести проекций

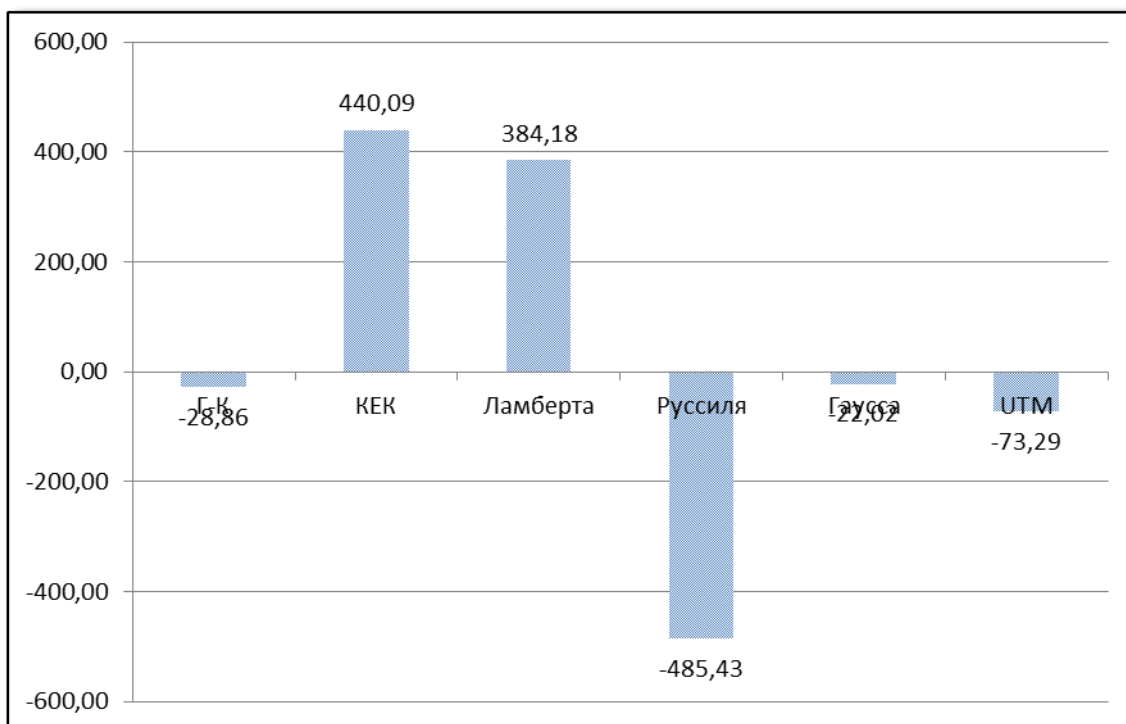


Рисунок 28 – Искажения расстояния 1–3 м для шести проекций

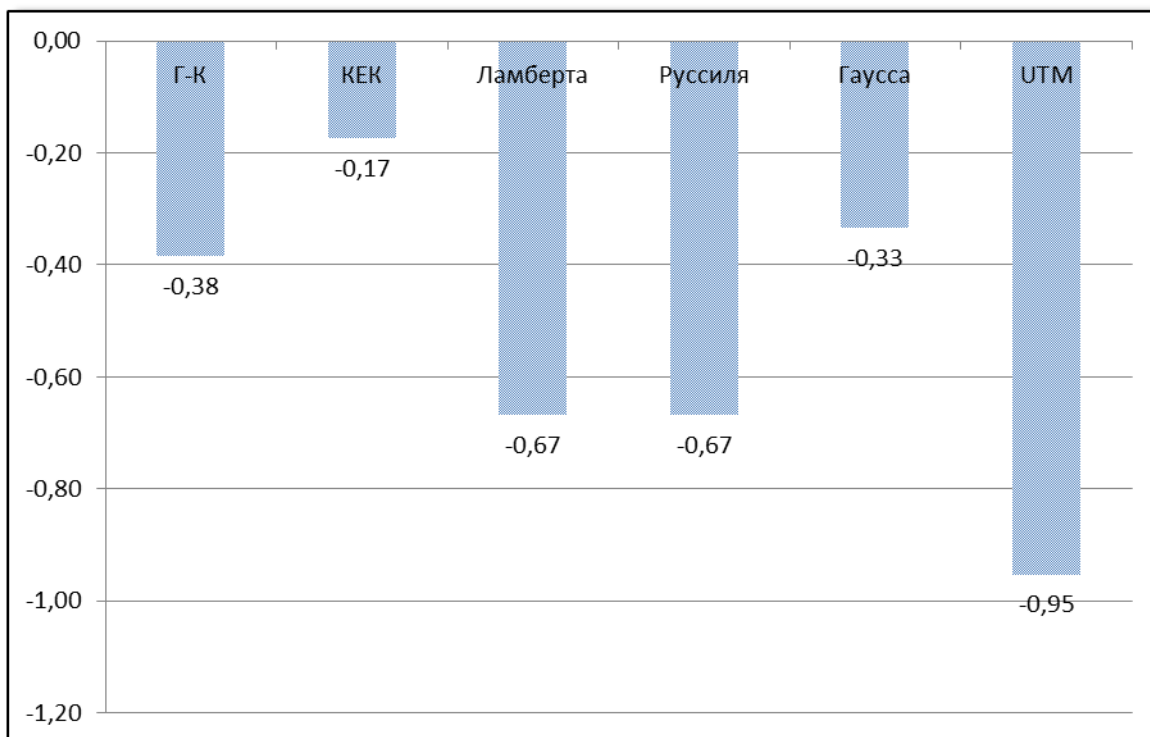


Рисунок 29 – Искажения расстояния 1–4 м для шести проекций

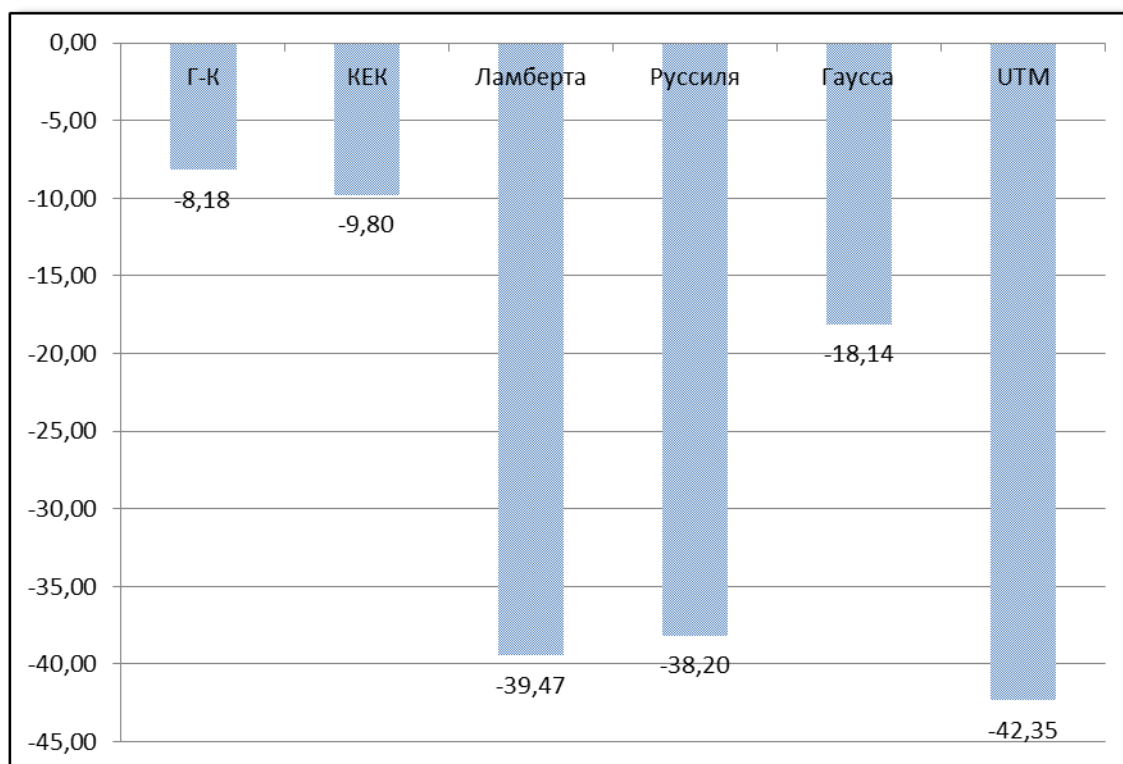


Рисунок 30 – Искажения расстояния 1–5 м для шести проекций.

Учет высоты территории был выполнен при проецировании на плоскость по алгоритму стереографической проекции Гаусса. Поэтому стабильно наименьшие

искажения соответствуют именно этой проекции. Проекция Гаусса-Крюгера также имеет хорошие качества проецирования, особенно в меридиональном направлении. Конические проекции Ламберта и КЕК не дают больших искажений вдоль касательной параллели. Проекция Ламберта и Руссиля вызывает большие искажения в общем случае. Что подтверждает возможности их использования для создания обзорных, тематических карт мелких масштабов ограниченных территорий. И говорят о недостатках имеющихся алгоритмов этих проекций при использовании карт для инженерно-геодезических работ.

4.4 Линейные искажения при переходе от эллипсоида Красовского на секущий эллипсоид

Общая теория изображения земной поверхности на плоскости предусматривает первоначально редуцирование на принятый эллипсоид, а затем использование необходимой и достаточной исходя из цели картографической проекции. Например, целью является создание удобных и имеющих необходимую точность топографических карт и планов. Они востребованы для геодезического обеспечения как на государственном, региональном, местном так и на локальном уровне. Карты 1 : 25 000 и крупнее востребованы при строительных изысканиях, геодинимических исследованиях и т. д. Развитие инженерно-геодезических работ определяет повышенные требования к минимальности искажений при создании картографических материалов об местности, где выполняется проектирование, изыскание, строительство и эксплуатация и о самом объекте строительства. Поэтому, в инженерно-геологических и геофизических работах, в гидро-энерго строительстве, в градостроительстве, в промышленном и гражданском строительстве, в горно-маркшейдерских работах востребованы специальные геодезические проекции и системы координат. Конечно, это должны быть конформные проекции, оптимально подходящие для решения инженерно-геодезических задач для конкретной территории. Вопрос выбора вида и характеристик геодезической проекции для многих инженерных объектов, городских работ и др. актуален. Кроме учета размеров картируемой территории, бывает важен учет ее средней высоты над эллипсоидом.

Поэтому, рассмотрим степень влияния введения секущего эллипсоида, выбранного для высокогорной территории, на результаты проецирования на плоскость.

Учитывая относительную малость высоты поверхности в сравнении с размерами Земли, принимаем сжатие эллипсоида за константу, равную сжатию эллипсоида Красовского (или любого другого). Соответственно, квадрат первого эксцентриситета не меняется $e^2 = 0,006\ 693\ 421\ 6$.

Для принятого эллипсоида радиус кривизны 1 вертикала

$$N_0 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_0}}. \quad (56)$$

И, соответственно

$$a = N_0 \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_0}. \quad (57)$$

Пусть введен секущий эллипсоид (под эллипсоидом с минусом, над эллипсоидом с плюсом). На рисунке 31 секущий эллипсоид – вариант отсчетной поверхности для высокогорной территории.

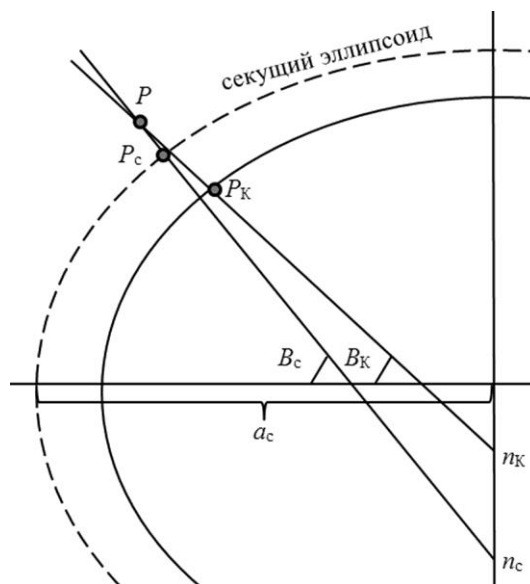


Рисунок 31 – Секущий эллипсоид

При последующих процедурах проецирования с эллипсоида на плоскость в большинстве случаев особенно важен радиус первого вертикала. Поэтому увеличиваем его значение в центре локальной области (т. P с широтой B_K на рисунке 31).

$$N_{сек} = N_P + H_{сек}. \quad (58)$$

И тогда получаем значение большой полуоси (рисунок 31) для секущего эллипсоида и радиус меридиана, средний радиус кривизны в точке P :

$$a_c = N_{сек} \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_P}; \quad (59)$$

$$M_{сек} = \frac{a_c}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 B_P)^3}}; \quad (60)$$

$$R_{сек} = \sqrt{M_{сек} N_{сек}}. \quad (61)$$

На рисунке 31 поясняются изменения при переходе на секущий эллипсоид направления нормальной линии и геодезической широты. Нормальная линия, проходящая через т. P , для эллипсоида Красовского обозначена как n_K , для секущего эллипсоида n_c . Соответственно, геодезические широты подписаны как B_K и B_c .

Пусть, т. P имеет широту $B_K = 40^\circ 0' 0''$. Геодезическая высота над эллипсоидом Красовского $PP_K = H_K = 3000$ м. Это значение также назначаем величине $H_{сек} = 3000$ м. В соответствии с формулой (57)–(58) измененный радиус первого вертикала и большая полуось усеченного эллипсоида будут

$$N_{сек} = 6387452,566 + 3000,000 = 6390452,566; \quad (62)$$

$$a_c = 6381240,84 \text{ м}, \quad a_c - a_K = 2995,849 \text{ м}. \quad (63)$$

После редуцирования т. P на секущий эллипсоид (т. P_c) по классическим алгоритмам сфероидической геодезии широта B_c и высота $PP_c = H_c$ будут иметь следующие значения: $B_c = 40^\circ 0' 0'',318$, $H_c = 8,262$ м. В метрической системе изменение

широты при переходе на секущий эллипсоид с приведенными выше параметрами соответствует примерно 9 м.

Вычислительный эксперимент продолжим для двух точек P и P' в одной меридианной плоскости (рисунок 32). Выбор именно меридианной, а не произвольной секущей плоскости объясняется тем, что согласно теории сфероидической геодезии [52,93, 87] в случае перехода на эллипсоид с другим значением большой полуоси геодезическая долгота не изменяется. Рисунок 32 является укрупнением рисунка 31 с добавлением второй точки P' . Проекция точки P на поверхность эллипсоида Красовского подписана как P_K , на поверхность секущего эллипсоида как P_C . Соответственно, для точки P' - это P'_K и P'_C . Другие подписи на рисунке 32 поясняются следующими ниже рисунка значениями исходных данных.

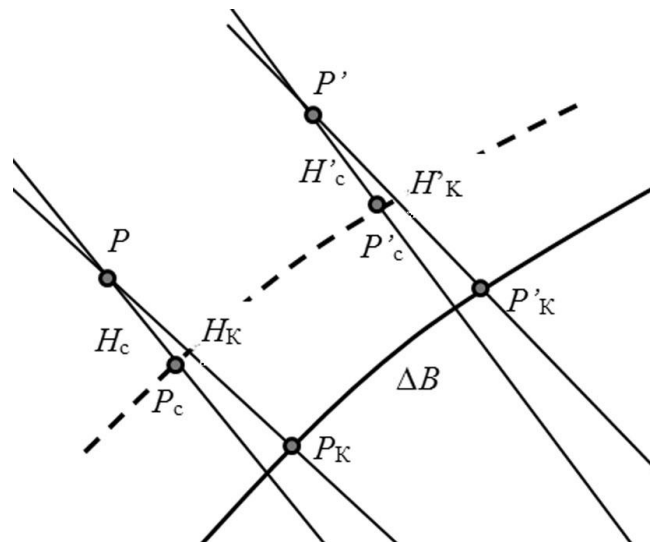


Рисунок 32 – Сравнение редуцирования на эллипсоид Красовского и секущего

Задача: оценить величины линейных искажений по меридиану при переходе от эллипсоида Красовского к секущему эллипсоиду.

Исходные данные для разности широт между P и P' , (P_K и P'_K) $\Delta B = 1'$:

т. P : $B_{P_K} = 40^\circ 0'0''$, $L_{P_K} = 73^\circ 30'0''$, $H_K = 3000\text{ м}$;

т. P' : $B_{P'_K} = 40^\circ 01'0''$, $L_{P'_K} = 73^\circ 30'0''$, $H'_K = 3000\text{ м}$.

Для секущего эллипсоида с $a_c = 6381240,84\text{ м}$ геодезические координаты будут следующие:

т. P_c : $B_{P_c} = 40^{\circ}0'0",31775439$, $L_{P_c} = 73^{\circ}30'0"$, $H_c = 8,262 м$;

т. P'_c : $B_{P'_c} = 40^{\circ}01'0",31778416$, $L_{P'_c} = 73^{\circ}30'0"$, $H'_c = 8,268 м$.

Исходное расстояние между точками P и P' $S_{PP'} = 1851,485 м$. После ее редуцирования на эллипсоид Красовского и на секущий эллипсоид были получены значения $1\ 850,612 м$ и $1\ 851,481 м$. На секущем эллипсоиде расстояние по меридиану стало больше, чем на эллипсоиде Красовского. Разность редуцированных расстояний $0,869 м$. В относительной мере это соответствует $1/2130$.

Исходные данные для разности широт между P и P' , (P_K и P'_K) $\Delta B = 1^{\circ}$:

т. P : $B_{P_K} = 40^{\circ}0'0"$, $L_{P_K} = 73^{\circ}30'0"$, $H_K = 3000 м$;

т. P' : $B_{P'_K} = 41^{\circ}0'0"$, $L_{P'_K} = 73^{\circ}30'0"$, $H'_K = 3000 м$.

Для секущего эллипсоида с $a_c = 6381240,849 м$ геодезические координаты будут следующие:

т. P_c : $B_{P_c} = 40^{\circ}0'0",31775439$, $L_{P_c} = 73^{\circ}0'0"$, $H_c = 8,262 м$;

т. P'_c : $B_{P'_c} = 41^{\circ}0'0",031934867$, $L_{P'_c} = 73^{\circ}0'0"$, $H'_c = 8,605 м$.

Исходное расстояние между точками P и P' $S_{PP'} = 111097,131 м$. После ее редуцирования на эллипсоид Красовского и на секущий эллипсоид были получены значения $111046,181 м$ и $111098,339 м$. Разность редуцированных расстояний $52,158 м$. В относительной мере это соответствует также $1/2\ 130$.

Заметим, что $3\ 000 м$ – это достаточно редкая (почти экстремальная) высота для территорий городских и инженерно-геодезических работ. Полученные результаты свидетельствуют, что ошибки редуцирования длин линий на секущий эллипсоид незначительны даже в условиях высокогорья. Они меньше в десятки, сотни раз ошибки проецирования с эллипсоида на плоскость в геодезических проекциях.

Подтверждением являются результаты вычислительного эксперимента по проецированию с эллипсоида на плоскость с использованием двух конформных проекций (таблицы 6, 7). Для тех же точек P и P' (рисунок 32), имеющих после редуцирования по нормальям на эллипсоиде Красовского точки P_K и P'_K , выполнялось проецирование на плоскость в поперечно-цилиндрической проекции Гаусса-

Крюгера [132] и в стереографической проекции Гаусса [157]. Для дуги меридиана $\Delta B = 1'$:

пункт 1 (P) $B_1 = 40^\circ 0' 0''$; $L_1 = 73^\circ 30' 0''$; $H_1 = 3\,000$ м;

пункт 2 (P') $B_2 = 40^\circ 1' 0''$; $L_2 = 73^\circ 30' 0''$; $H_2 = 3\,000$ м.

Координаты пунктов в пространственной прямоугольной системе координат:

$X_1 = 1\,390\,280,003$ м; $Y_1 = 4\,693\,506,605$ м; $Z_1 = 4\,079\,986,108$ м;

$X_2 = 1\,389\,941,934$ м; $Y_2 = 4\,692\,365,305$ м; $Z_2 = 4\,081\,404,254$ м.

Расстояние между пунктами 1 и 2 $S_{12} = 1\,851,485$ м.

Таблица 6 Результаты проецирования на плоскость дуги меридиана с $\Delta B = 1'$.

Результаты проецирования	Поперечно-цилиндрическая Гаусса-Крюгера ($L_0 = 75^\circ$)		Стереографическая Гаусса ($B_0 = 40^\circ$; $L_0 = 73^\circ 30'$)	
	0	3 000	0	3 000
x_1	4 430 677,254	4 432 761,218	-0,005	-0,005
y_1	-128095,270	-128 155,519	-0,007	-0,007
x_2	4432527,974	4 434 612,808	1 850,607	1 851,476
y_2	-128064,113	-128 124,348	-0,007	-0,007
d_{12}	1850,982	1851,853	1 850,612	1 851,481
$d_{12}-S_{12}$	-0,502	0,368	-0,873	-0,003
Относит. искажения	1/3685	1/5029	1/2122	1/543538

Для дуги меридиана $\Delta B = 1^\circ$:

пункт 1 (P) $B_1 = 40^\circ 0' 0''$; $L_1 = 73^\circ 30' 0''$; $H_1 = 3\,000$ м;

пункт 2 (P') $B_2 = 41^\circ 0' 0''$; $L_2 = 73^\circ 30' 0''$; $H_2 = 3\,000$ м.

Координаты пунктов в пространственной прямоугольной системе координат:

$X_1 = 1\,390\,280,003$ м; $Y_1 = 4\,693\,506,605$ м; $Z_1 = 4\,079\,986,108$ м;

$X_2 = 1\,369\,787,774$ м; $Y_2 = 4\,624\,326,001$ м; $Z_2 = 4\,164\,465,011$ м.

Расстояние между пунктами 1 и 2 S_{12} равно 111097,130 м.

Таблица 7 Результаты проецирования на плоскость дуги меридиана с $\Delta B = 1^\circ$.

Результаты проецирования	Поперечно-цилиндрическая Гаусса-Крюгера ($L_0 = 75^\circ$)		Стереографическая Гаусса ($B_0 = 40^\circ$; $L_0 = 73^\circ 30'$)	
	0	3 000	0	3 000
$H_{сек}, м$	0	3 000	0	3 000
x_1	4 430 677,254	4 432 761,218	-0,005	-0,005
y_1	-128 095,270	-128155,519	-0,007	-0,007
x_2	4 541 729,266	4 543 865,463	111 049,021	111 101,181
y_2	-126 206,696	-126 266,057	-0,007	-0,007
d_{12}	111 068,069	111 120,310	111 049,026	111 101,186
$d_{12}-S_{12}$	-29,061	23,180	-48,104	4,055
Относит. искажения	1/3 823	1/4 793	1/2 310	1/2 7397

Главное технологическое положительное решение по итогам проведенного исследования состоит в том, что имеющиеся алгоритмы по использованию геодезических проекций могут быть упрощенно реализованы без пересчета соответствующих коэффициентов. Для этого достаточно учитывать только соотношение (58). Далее следует определение коэффициента, умножение на который очень просто адаптирует имеющиеся формулы вычисления плоских координат, масштаба изображения используемой специальной геодезической проекции [65]. Подробнее этот алгоритм в диссертации изложен в подразделе 2.8.

Затем эти параметры точки на поверхности «секущего» эллипсоида могут быть использованы в традиционных алгоритмах конических и стереографических проекций, например. Для геодезического обеспечения маркшейдерских работ и в условиях высокогорья.

4.5 Алгоритм методики выбора вида и параметров специальной геодезической проекции для инженерно-геодезических работ

Методика выбора вида и параметров геодезической проекции для выполнения инженерно-геодезических работ следующая:

- оценить размер территории, для которой будут выполняться изыскательские, строительные, эксплуатационные работы; выбрать крайние точки территории в широтном и долготном направлениях;

- по координатам этих точек и средней высоте территории назначаются параметры геодезических проекций: долгота осевого меридиана, широты стандартных параллелей, широта и долгота центральной точки, высота секущей поверхности (вспомогательного) эллипсоида (рисунок 33);

- использовать компьютерную программу, реализующую проецирование пункта территории с известными геодезическими координатами с эллипсоида на плоскость для семи видов геодезических проекций;

- рассчитанные характеристики проецирования крайних точек (плоские координаты, масштаб изображения и др.) использовать для экспертной оценки качеств различных видов проекций. В основе выбора наилучшей проекции предлагается критерий минимальности линейных искажений в крайних точках и в середине территории с учетом нормативных документов $\frac{\Delta d}{d} \rightarrow \min$ при выполнении

$$\frac{\Delta d}{d} \leq \left(\frac{\Delta d}{d} \right)_{\text{норматив}} .$$

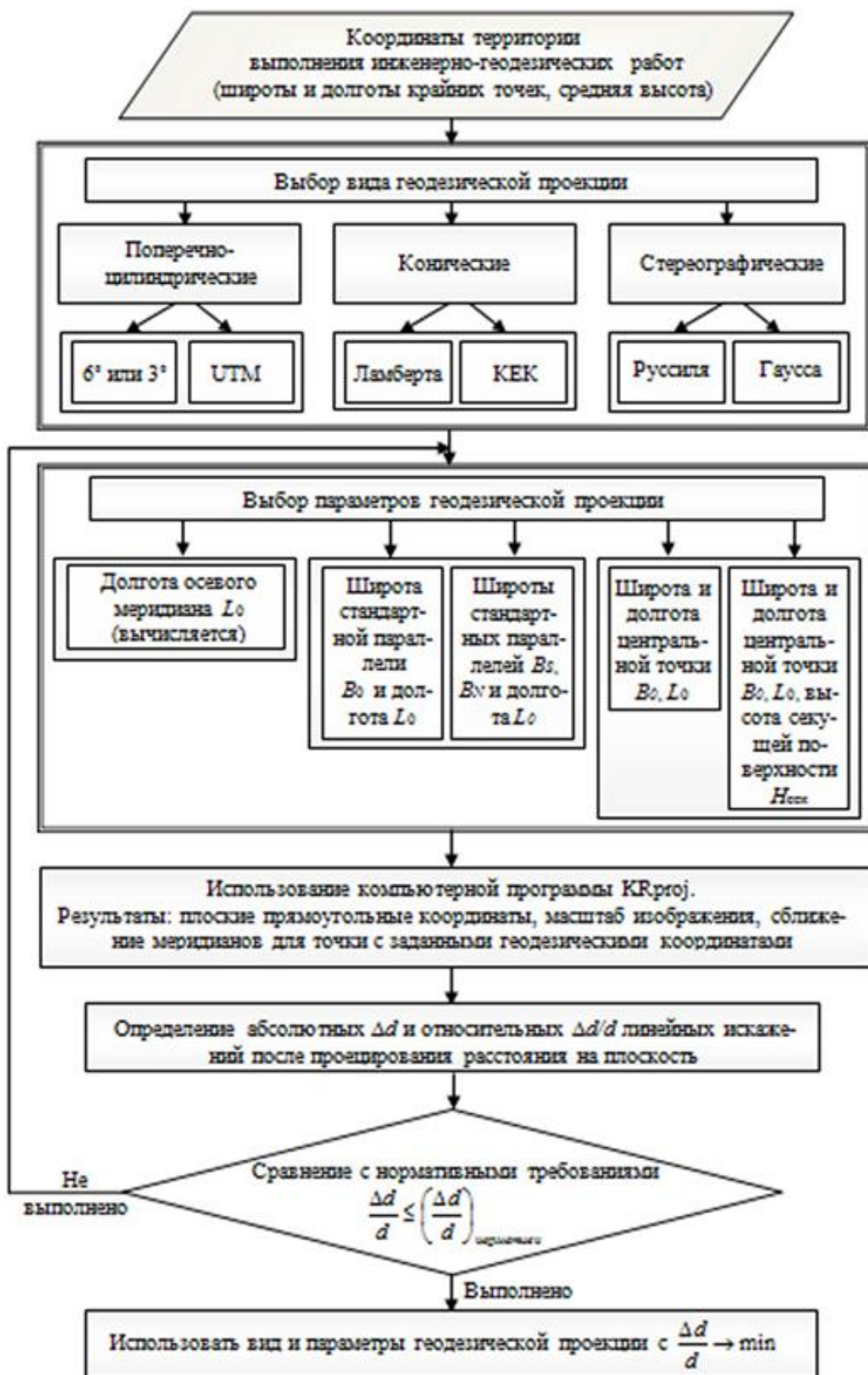


Рисунок 33 – Блок-схема методики выбора вида и параметров геодезической проекции

4.6 Программное обеспечение методики выбора вида и параметров специальной геодезической проекции для инженерно-геодезических работ

Вычислительные эксперименты выполнялись по разработанным компьютерным программам, зарегистрированным в виде свидетельства в государственной патентной службе Кыргызской Республики. Программы были написаны в среде Delphi7.

Программа KProj (рисунок 34) позволяет выполнять преобразования геодезических координат с поверхности эллипсоида Красовского в плоские. Это позволяет оценить и выбрать наиболее подходящую геодезическую проекцию (Приложение Б). Все предлагаемые проекции, кроме КЕК, конформные (без искажения углов). KProj может быть использована и уже используется при создании крупномасштабных карт и планов для городских и инженерно-геодезических работ. Есть возможность учета высокогорья. Через введение секущей плоскости, позволяющей уменьшить линейные искажения.



Рисунок 34 – Окно программы KProj

Алгоритм программы следующий:

– вводятся геодезические координаты пункта (B , L , H);

– выбираются необходимые для оценки конформные проекции (на рис. 34 панель слева) и для некоторых добавляются необходимые параметры:

– КЕК (коническая эквивалентная, равноплощадная Кыргызстана): широты южной и северной стандартной параллелей B_S и B_N , долгота осевого меридиана;

– конической Ламберта и стереографической Руссиля широта и долгота центральной точки проекции B_0 и L_0 ;

– стереографической Гаусса широта и долгота центральной точки проекции B_0 и L_0 и высота секущей плоскости;

– выполняется преобразование с учетом этих параметров и классических формул высшей геодезии. Для стереографической проекции Гаусса учитывается высота секущей плоскости;

– счет, изучение результатов и экспертная оценка исследованных проекций для выбранного района городских или инженерно-геодезических работ.

Была также создана и использована программа GeodelS, позволяющая вычислить характеристики геодезических проекций, которые могут быть использованы для создания крупномасштабных карт и планов. В программе определяются плоские координаты в местной поперечно-цилиндрической, конической Ламберта, стереографических Руссиля и Гаусса. Оцениваются линейные искажения. Результаты вычислений позволяют дополнительно оценить выбранную в смысле минимальности линейных искажений специальную геодезическую проекцию.

Программа может быть использована для геодезического обеспечения проектирования, строительства и эксплуатации инженерных объектов, территорий городов. В том числе, с учетом высокогорья. Вычисления по этой программе подтвердили количественно значимое уменьшение линейных искажений путем введения секущей плоскости в стереографической проекции.

Выводы по четвертому разделу:

– приведены результаты вычислительных экспериментов по сравнению нескольких геодезических проекций. Для масштаба 1 : 1 000 000 исследовались линейные искажения при использовании поперечно-цилиндрической проекции Гаусса-Крюгера, UTM, конической Ламберта и стереографической Гаусса. Подобные

расчеты выполнялись для более крупных масштабов 1 : 50 000 и крупнее. Наилучшими в смысле величины линейных искажений были определены местная поперечно-цилиндрическая и стереографическая Гаусса. Подтверждена необходимость проецирования на секущую плоскость для горных районов. Даны рекомендации по выбору оптимальной специальной геодезической проекции.

– для локальных территорий использование стереографических проекций позволяет уменьшить линейные искажения местности и геометрических элементов сооружений.

– использование проекций на секущую плоскость целесообразно для обеспечения городских и инженерно-геодезических работ в горной местности, а также в маркшейдерских работах.

– без учета высокогорья местная поперечно-цилиндрическая проекция и стереографическая проекция Гаусса может быть использована от масштаба 1/5000 и мельче. Коническая проекция Ламберта 1 : 10000 и мельче. С учетом секущей плоскости проекция Ламберта может быть использована для создания карт масштаба 1 : 5000 и мельче.

– с учетом секущей плоскости опять равные по точности результаты дают местная поперечно-цилиндрическая проекция и стереографическая проекция Гаусса. Все необходимые для инженерно-геодезических работ масштабы карт и планов (перечислены выше) могут быть достигнуты с использованием этих проекций с учетом высоты территории.

– автор выполнял вычислительные эксперименты по собственным компьютерным программам, зарегистрированным в виде свидетельства в Министерствах образования КР и РФ. Именно эти программы являются технологическим инструментом выбора вида и параметров специальной геодезической проекции.

– главное технологическое положительное решение по итогам проведенного исследования состоит в том, что имеющиеся алгоритмы по использованию геодезических проекций могут быть упрощенно реализованы без пересчета соответствующих коэффициентов в рядах разложения математических формул.

– далее эти параметры точки на поверхности «секущего» эллипсоида могут быть использованы в традиционных алгоритмах конических и стереографических проекций, например. Для геодезического обеспечения маркшейдерских работ и в условиях высокогорья.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного диссертационного исследования достигнута поставленная цель – разработана методика выбора вида и параметров специальных геодезических проекций при выполнении инженерно-геодезических работ, обеспечивающая уменьшение линейных искажений и удобство в практическом использовании.

Итоги диссертационного исследования заключаются в следующем:

– выполнен информационно-аналитический анализ предметной области использования геодезических проекций, в результате которого установлено, что для инженерно-геодезических работ, проведенных в горной местности, необходима специальная проекция, которая обеспечивает минимальные искажения линейных элементов местности, пространственного и взаимного положения строящихся зданий и сооружений;

– разработана методика выбора вида и параметров секущей плоскости в специальной геодезической проекции, обеспечивающая существенное уменьшение линейных искажений при переносе измеренных величин на плоскость при выполнении инженерно-геодезических работ для картографирования территорий строительства и геодезического контроля геометрических параметров инженерных объектов;

– теоретически обосновано значимое влияние высоты территории на точность редуцирования геодезических измерений при инженерных работах и предложен алгоритм использования секущего (вспомогательного) эллипсоида для исключения этого влияния;

– разработаны алгоритмы и программное обеспечение, являющиеся частью методики, для сравнения различных специальных проекций, которые обеспечивают минимальность линейных искажений элементов местности, пространственного и взаимного положения строящихся зданий и сооружений;

– выполнены вычислительные эксперименты на модельных и реальных объектах инженерной геодезии, которые подтвердили правильность и эффективность разработанной методики и алгоритмов.

Результаты диссертационного исследования могут быть использованы при проведении государственных или отраслевых работ по развитию инженерной инфраструктуры, в городах, на объектах горнодобывающей промышленности, энергетических объектах, для целей прогноза геодинамических и экологических событий. Результаты внедрены в учебный процесс университетов Российской Федерации и Кыргызской Республики. Практическая реализация разработанной методики мониторинга выполнена в Госкартографии Кыргызской Республики. Проверка результатов диссертационного исследования была проведена на реальных объектах – инженерных объектах, расположенных на территории Кыргызской Республики.

Перспективы дальнейших исследований должны быть направлены на совершенствование разработанной методики в направлении автоматизации процесса выбора специальных проекций для локальных территорий и удобства их использования потенциальными пользователями в соответствующих проектных, изыскательских и геодезических организациях. Важным направлением развития разработанной методики является уточнение алгоритмов преобразований некоторых специальных проекций путем продления аппроксимационных рядов, что позволит расширить класс выбираемых специальных проекций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 ГКИНП-05-029-84. Основные положения по содержанию топографических карт масштабов 1 : 25000, 1 : 50000, 1 : 100000, 1 : 200000, 1 : 500000, 1 : 1000000 [Текст]. – М. : РИО ВТС, 1984.

2 ГКИНП-02-033-82. Инструкция по топографической съемке в масштабах 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500 [Электронный ресурс]. – Введ. 01.01.1983. – М. : Недра, 1982 // КонсультантПлюс.

3 ГОСТ Р 51794-2008. Глобальные навигационные спутниковые системы. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек [Текст]. – М. : Стандартиформ, 2009. – 16 с.

4 ГОСТ Р 52572-2006. Географические информационные системы. Координатная основа. Общие требования [Текст]. – М. : Стандартиформ, 2006. – 19 с.

5 Государственная геодезическая сеть Республики Беларусь. Основные положения. СТБ 1653-2006 [Текст]. – Минск : Госстандарт Республики Беларусь, 2006. – 8 с.

6 Инструкция о построении государственной геодезической сети СССР [Текст]. – М. : Недра, 1966. – 340 с.

7 Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. ГКИНП (ГНТА) - 03-010-03 [Текст]. – М. : ЦНИИГАиК, 2004. – 226 с.

8 Инструкция по развитию съемочного обоснования и съемке ситуации и рельефа с применением глобальных навигационных систем ГЛОНАСС и GPS. ГКИНП (ОНТА)-02-262-02 [Текст]. – М. : ЦНИИГАиК, 2002. – 55 с.

9 Основные положения о государственной геодезической сети Российской Федерации. ГКИНП (ГНТА)-01-006-03 [Текст]. – М. : ЦНИИГАиК, 2004. – 14 с.

10 Об утверждении правил установления местных систем координат [Электронный ресурс] : Постановление Правительства РФ № 139 от 3 марта 2007 г. – Режим доступа:

<http://www.government.ru/government/governmentactivity/rfgovernmentdecisions/archive/2007/03/07/2295344.htm>.

11 О введении местных систем координат [Электронный ресурс] : приказ Федеральной службы земельного кадастра России № П/256 от 28 марта 2002 г. – Режим доступа: <http://www.inpravo.ru/data/base637/text637v656i758.htm>

12 Основные положения об опорно-межевой сети [Электронный ресурс] : приказ Федеральной службы земельного кадастра России № П/261 от 15 апреля 2002 г. – Режим доступа: <http://www.kadastr.ru/documents/docs/3174/>

13 Правила установления местных систем координат (утв. постановлением Правительства Российской Федерации от 3 марта 2007 г. № 139) [Электронный ресурс] // КонсультантПлюс.

14 Руководство по созданию и реконструкции городских геодезических сетей с использованием спутниковых систем ГЛОНАСС / GPS. ГКИНП (ОНТА)-01-271-03 [Текст]. – М. : ЦНИИГАиК, 2003. – 65 с.

15 Руководство по топографическим съемкам в масштабах 5000, 1:2000, 1:1000, 1:500. Фототеодолитная съемка [Текст]. – М. : Недра, 1979.– 135 с.

16 СП 47.13330.2012. Инженерные изыскания для строительства. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 11-02-96 [Электронный ресурс].– Введ. 01.07.2013. – М. : Минрегион России, 2013 // КонсультантПлюс.

17 СП 14.13330.2014. Свод правил. Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7-81* [Электронный ресурс]. – Введ. 01.06.2014. – М., 2014 // КонсультантПлюс.

18 СП 126.13330.2012. Свод правил. Геодезические работы в строительстве. Актуализированная редакция СНиП 3.01.03-84 [Электронный ресурс]. – Введ. 01.01.2013. – М., 2012 // КонсультантПлюс.

19 Абжапарова, Д. А. Основная характеристическая функция оптимальной стереографической проекции Гаусса - для инженерно-геодезических работ [Текст] / Д. А. Абжапарова // Вестник ОшГУ.– 2012. – № 3. – С.164–167.

20 Абжапарова, Д. А. Разработка оптимальной геодезической проекции для новой системы координат в условиях Кыргызстана [Текст] // Вестник Кыргызско-Рос. Славянского Ун-та.– 2017. – Т. 17, № 8. – С. 79–85.

21 Абжапарова, Д. А. Разработка оптимальной проекции и системы координат для инженерно-геодезических работ Кыргызстана // Вестник ОшГУ. – 2012. – Вып. 3. – С. 209–213.

22 Абжапарова, Д. А. Геодезические сети спутниковых систем ГЛОНАСС, GPS стереографической проекции Гаусса [Текст] / Д. А. Абжапарова // Вестник ОшГУ. – 2013. – № 3. – С. 205–208.

23 Абжапарова, Д. А. Разработка теоретических основ оптимальной секущей конформной стереографической проекции в определении Гаусса [Текст] / Д. А. Абжапарова // Вестник ОшГУ. – 2013. – № 3. – С. 208–213.

24 Абжапарова, Д. А. Применение стереографических конформных проекций Гаусса-Крюгера в инженерно-геодезических работах Кыргызской Республики. Микробиология, биохимия, биотехнология, физиология, почвоведение, геодезия [Текст] // Актуальные проблемы сохранения биоразнообразия : материалы докл. Междунар. науч. конф. – Ош : Изд-во ОшГУ, 2014. – С. 223–227.

25 Абжапарова, Д. А. Применение стереографических проекций и координат Гаусса в инженерно-геодезических работах в условиях Кыргызстана [Текст] / Д. А. Абжапарова // Вестник ОшГУ. – 2014. – № 2. – С. 185–190.

26 Абжапарова, Д. А. Разработка результатов численных съемок при перевычислении инженерно - геодезических сетей из стереографических проекций в систему координат Гаусса-Крюгера на юге Кыргызстана [Текст] / Д. А. Абжапарова // Вестник ОшГУ. – 2014. № 2. – С . 190–193.

27 Абжапарова, Д. А. Математическая обработка инженерно- геодезических сетей в стереографической проекции Гаусса [Текст] / Д. А. Абжапарова // Вестник СГГА. – 2014. – Вып. 2(26). – С. 27–32.

28 Абжапарова, Д. А. Инженерные основы применения проекции и координат Гаусса-Крюгера в инженерно-геодезических работах в Кыргызской Республике [Текст] / Д. А. Абжапарова // Известия вузов Кыргызстана. – 2014. – № 3. – С. 3–6.

29 Абжапарова, Д. А. Математическая обработка результатов численных съемок при перевычислении инженерно - геодезических сетей из стереографиче-

ских проекции в систему координат Гаусса-Крюгера [Текст] / Д. А. Абжапарова // Поиск (Алматы). – 2014. – № 3. – С.135–140.

30 Абжапарова, Д. А. Вычисление сближения меридианов конформной стереографической проекции в определении Гаусса. Математическое моделирование и компьютерный анализ [Текст] / Д. А. Абжапарова // Инновационные технологии и передовые решения : труды II междунар. межвуз. научно-практ. конференции-конкурса науч. докл. студентов и молодых ученых, Бишкек, 15-17 мая, 2014 г. – Бишкек : Изд-во Национальной акад. наук КР, 2014. – С.42–44.

31 Абжапарова, Д. А. Математическая обработка инженерно-геодезической конформной секущей проекции Гаусса-Крюгера [Текст] / Д. А. Абжапарова // Известия вузов Кыргызстана. – 2014. – № 1. – С. 36–39.

32 Абжапарова, Д. А. Математическая обработка инженерных геодезических сетей в стереографической проекции Гаусса [Текст] Д. А. / Абжапарова // Вестник СГГА.– 2014. – Вып. 2 (26). – С. 27–32.

33 Абжапарова, Д. А. Разработка специальной конформной геодезической проекции для маркшейдерских работ в условиях Кыргызстана [Текст] / Д. А. Абжапарова // Вестник Евразийского нац. ун-та им. Л. Н. Гумилева. – 2015. – № 4(107).– С. 91–99.

34 Абжапарова, Д. А. Разработка формулы связи между системами плоских прямоугольных координат секущей проекции Гаусса-Крюгера [Текст] / Д. А. Абжапарова // Наука, новые технологии и инновации. – 2015. – № 1. — С. 66–70.

35 Абжапарова, Д. А. Исследование формулы связи в местной системе прямоугольных стереографических координат с координатами Гаусса-Крюгера [Текст] / Д. А. Абжапарова // Вестник ОшГУ. – 2015. – № 2. – С. 140–144.

36 Абжапарова, Д. А. Разработка специального варианта проекции Гаусса-Крюгера для инженерных и городских работ в условиях Кыргызстана [Текст] / Д. А. Абжапарова // Вестник ОшГУ.– 2015. – № 1. – С. 144–148.

37 Абжапарова, Д. А. Инженерные основы применения проекции и координат Гаусса-Крюгера в инженерно-геодезических работах в Кыргызской Республике [Текст] / Д. А. Абжапарова // Роль науки и образования в современных усло-

виях глобализации : материалы докл. Междунар. научно-практ. конф., Ош, 12 дек. 2015 г. – Ош : Изд-во ОшГУ, 2015. – С. 89–94.

38 Абжапарова, Д. А. Разработка оптимальной геодезической проекции для новой системы координат в условиях Кыргызстана [Текст] / Д. А. Абжапарова // Инновации в областях строительства транспортных сооружений становление, проблемы, перспективы», секция-2. Проблемы строительства зданий и сооружений // материалы докл. Междунар. научно-практ. конф., Бишкек, 2-3 марта 2016 г. – Бишкек : Изд-во КГУСТА, 2016. – С. 6–10.

39 Абжапарова, Д. А. Обработка специальной геодезической сети в проекции на секущую плоскость (на примере Кировского водохранилища в Кыргызской республике) [Текст] // Вестник СГУГиТ. – 2016. – Вып. 2(34).– С.14–23.

40 Абжапарова, Д. А. Разработка специального варианта проекции Гаусса-Крюгера для инженерных городских геодезических работ в условиях Кыргызстана [Текст] / Д. А. Абжапарова // Вестник СГУГиТ. – 2016. – Вып. 3 (35). – С.14–23.

41 Абжапарова, Д. А. Разработка оптимальной геодезической проекции для новой системы координат в условиях Кыргызстана [Текст] / Д. А. Абжапарова // Вестник КРСУ. – 2017. – Т.17, № 8. – С. 79–84.

42 Антонович, К. М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии [Текст] / К. М. Антонович. Т. 1. – М. : Картгеодезцентр, 2005 – 334 с. ; Т. 2. – М. : Картгеодезцентр, 2006. – 360 с.

43 Афонин, К. Ф. Преобразование плоских прямоугольных координат Гаусса-Крюгера из МСК-54 в СК НСО [Текст] / К. Ф. Афонин // Вестник СГГА. – 2010. – Вып. 1(12). – С. 57–62.

44 Афонин, К. Ф. Технология редуцирования измеренных величин на плоскость для расширенных зон проекции Гаусса-Крюгера [Текст] / К. Ф. Афонин // ГЕО-Сибирь-2011: VII Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 6 т., Новосибирск, 19-29 апр. 2011 г. – Новосибирск : СГГА. – 2011. – Т. 1, ч. 1. – С. 92–196.

45 Багратуни, Г. В. Курс сферической геодезии [Текст] / Г. В. Багратуни. – М. : Геодезиздат, 1962. – 250 с.

46 Алгоритм вычисления геодезической высоты по пространственным прямоугольным координатам [Текст] / В. Н. Баландин, М. Я. Брынь, С. П. Имшенецкий и др. // Геодезия и картография. – 2006. – № 6. – С. 15–16.

47 Вычисление плоских прямоугольных координат, сближения меридианов и масштаба проекции Гаусса в 6-градусной зоне по геодезическим координатам [Текст] / В. Н. Баландин, М. Я. Брынь, И. В. Меньшиков, Ю. Г. Фирсов // Геодезия и картография. – 2014. – № 2. – С. 11–13.

48 Боголюбова, Н. С. Преобразование прямоугольных координат некоторых равноугольных проекций [Текст] / Н. С. Боголюбова // Труды Омского с.-х. ин-та им. С. М. Кирова. – 1964. – Т. 55, вып. 2.

49 Бугаевский, Л. М. Математическая картография [Текст] / Л. М. Бугаевский. – М. : Златоуст, 1998.

50 Виноградов, А. В. Об установлении единой координатной системы в геодезических работах [Текст] / А. В. Виноградов // Геодезия и картография. – 2010. – № 5. – С. 16–18.

51 Витковский, В. В. Топография [Текст] / В. В. Витковский. – М. : Изд-во IV Управления ВТС Генштаба РККА, 1940.

52 Виноградов, А. В. Повышение точности вычисления площади участков застроенных территорий [Текст] / А. В. Виноградов // Геодезия и картография. – 2010. – № 9. – С. 10–13.

53 Ганьшин, В. Н. Переход от пространственных прямоугольных координат к геодезическим [Текст] / В. Н. Ганьшин // Геодезия и картография. – 1970. – № 1. – С. 17–19.

54 Гаусс, К. Ф. Избранные геодезические сочинения [Текст] / К. Ф. Гаусс ; под ред. с введ. и коммент. Г. В. Багратуни. – М. : Геодиздат, 1958. – 1 т.

55 Гельмерт, Ф. Р. Математические и физические теории высшей геодезии [Текст] / Ф. Р. Гельмерт ; под ред. Г. В. Багратуни. – М. : Геодиздат, 1962. – 1 т.

56 Герасимов, А. П. Спутниковые геодезические сети [Текст] / А. П. Герасимов. – М. : Проспект. 2012. – 176 с.

57 Герасимов, А. П. Местные системы координат [Текст] / А. П. Герасимов, В. Г. Назаров. – М. : Проспект, 2010. – 64 с.

58 Герасимов, А. П. Уравнивание государственной геодезической сети [Текст] / А. П. Герасимов. – М. : Картгеоцентр-Геоиздат, 1996. – 216 с.

59 Глушков, В. В. Космическая геодезия: методы и перспективы [Текст] / В. В. Глушков, К. К. Насретдинов, А. А. Шаравин. – М. : Ин-т полит. и военного анализа, 2002. – 448 с.

60 Современное состояние и направления развития геодезического обеспечения РФ. Системы координат [Текст] / В. П. Горобец, Г. В. Демьянов, А. Н. Майоров, Г. Г. Побединский // Геопрофи. – 2013. – № 6.– С. 4–9.

61 Горобец, В. П. Опыт Российской Федерации по установлению государственной системы координат 2011 года [Текст] / В. П. Горобец, Г. Н. Ефимов, И. А. Столяров // Вестник СГУГиТ. – 2015. – Вып. 2 (30). – С. 24–37.

62 Голякова, Ю. Е. Анализ установления единых государственных систем координат [Текст] / Ю. Е. Голякова, Ю. В. Касаткин, В. Н. Щукина // Вестник СГУГиТ. – 2015. – Вып. 2 (30). – С. 55–61.

63 Закатов, П. С. Курс высшей геодезии [Текст] / П. С. Закатов. – М. : Недра, 1976. – 511 с.

64 Высшая геодезия [Текст] / В. Г. Зданович, А. Н. Белоликов, Н. А. Гусев, К. А. Звонарев ; под ред. В. Г. Здановича. – М. : Недра, 1970. – 512 с.

65 Зенин, В. Н. О выборе картографических материалов для проектирования и строительства инженерных сооружений [Текст] // Труды Фрунз. политехн. ин-та. – 1968.– Вып. 30. Строительство.

66 Зенин, В. Н. Разработка специальной геодезической проекции для инженерных и городских геодезических работ [Текст] : дис. канд. техн. наук : 05.500 / Зенин Владимир Николаевич. – М.: 1970. – 152 с.

67 Зенин, В. Н. К вопросу о выборе геодезической проекции для инженерно-геодезических работ [Текст] / В. Н. Зенин // Известия Вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1968. – № 6. – С. 63–67.

- 68 Зенин, О. В. Специфика геодезических изысканий в строительстве [Текст] / О. В. Зенин, Д. А. Абжапарова // Вестник КРСУ. – 2014. – №. 2.– С.15–24.
- 69 Зенин, В. Н. О связи между некоторыми системами плоских прямоугольных конформных координат, применяемых в геодезических работах [Текст] / В. Н. Зенин // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка.– 1968. – № 5. – С. 60–64.
- 70 Зенцов, А. С. О выборе рациональной условной системы координат при проектировании и строительстве крупных гидроэлектростанций [Текст] / А. С. Зенцов // Гидротехническое строительство. – 1958. – № 7.
- 71 Инженерная геодезия [Текст] / под ред. Д. Ш. Михелева. – М. : Высшая школа, 2000. – 464 с.
- 72 Система региональных плоских прямоугольных координат Новосибирской области [Текст] / А. П. Карпик, К. Ф. Афонин, Н. А. Телеганов и др. // ГЕО-Сибирь-2008 : IV Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 5 т., Новосибирск, 22-24 апр. 2008 г. – Новосибирск : СГГА, 2008. – Т. 1, ч. 1. – С. 20–31.
- 73 Приложение к положению о местной (региональной) системе координат (СК НСО), устанавливаемой на территории Новосибирской области [Текст] / А. П. Карпик, К. Ф. Афонин, Н. А. Телеганов и др. – Новосибирск : СГГА, 2008.
- 74 Кёниг Р. Математические основы высшей геодезии и картографии [Текст] / Р. Кёниг, К. Вейзе. – М. : Изд-во иностр. лит., 1954. – 416 с.
- 75 Ключин, Е. Б. Спутниковые методы измерений в геодезии [Текст] / Е. Б. Ключин, А. О. Куприянов, В. В. Шлапак. – М. : МИИГАиК, 2006. – 60 с. – 1 ч.
- 76 Космическая геодезия [Текст] / В. Н. Баранов, Е. Г. Бойко, И. И. Краснорылов, М. М. Машимов, Ю. В. Плахов, М. С. Урмаев, С. Н. Яшкин. – М. : Недра, 1986.– 407 с.
- 77 Краснорылов, И. И. Основы космической геодезии [Текст] / И. И. Краснорылов. – М. : Недра, 1991.– 155 с.
- 78 Красовский, Ф. Н. Руководство по высшей геодезии [Текст] / Ф. Н. Красовский. – Часть II, М. : Геодезиздат, 1942. – 560 с. – II ч.

79 Кузнецов, П. Н. Геодезическое инструментоведение [Текст] / П. Н. Кузнецов, И. Ю. Васютинский, Х. К. Ямбаев. – М. : Недра, 1984.– 364 с.

80 Куштин, В. И. Инженерная геодезия [Текст] / В. И. Куштин, И. Ф. Куштин. – Ростов н/Д : Феникс, 2002.– 416 с.

81 Анализ состояния государственной геодезической сети России с учетом существующих и перспективных требований [Текст] / Е. М. Мазурова, К. М. Антонович, Е. К. Лагутина, Л. А. Липатников // Вестник СГУГиТ. – 2014. – Вып. 3(27). – С. 84–89.

82 Мазуров, Б. Т. Леонард Эйлер - вклад для астрономии, небесной механики, геодезии, картографии, геодинамики [Текст] / Б. Т. Мазуров, П. А. Медведев // Международная научная конференция «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия»: сб. материалов в 2 т. – Новосибирск: СГГА, 2014. – Т. 1. – С. 186–191.

83 Мазуров, Б. Т. Изучение геодинамики Центральной Азии геодезическими методами [Текст] / Б. Т. Мазуров, Д. А. Абжапарова // XII Международная выставка и научный конгресс «Интерэкспо ГЕО-Сибирь - 2016», 20-22 апр. 2016 г. – Новосибирск : СГУГиТ, 2016.

84 Маркузе, Ю. И. Объединение спутниковых и наземных геодезических сетей, расположенных в разных координатных зонах [Текст] / Ю. И. Маркузе, Н. П. Лашков, Гудето Гетачеу Брхане Мескел // Известия вузов. Геодезия и аэрофото-съемка.– 2006 – № 1.– С. 20–28.

85 Макаров, А. П. Расследование шкалы формулой Гаусса – Крюгера projection для 12 класса координатных зон [Текст] / А. П. Макаров // Геодезии и картографии. – 2014. – № 9. – С. 2–4.

86 Макаренко, Н. Л. Построение высокоточной системы геодезических координат на территории Российской Федерации [Текст] / Н. Л. Макаренко, Г. В. Демьянов // Автоматизированные технологии изысканий и проектирования. – 2007.– № 3(26). – С. 68–71.

87 Макаренко, Н. Л. Система координат СК-95 и пути дальнейшего развития государственной геодезической сети [Электронный ресурс] / Н. Л. Макаренко, Г. В. Демьянов. – Режим доступа: www.gisa.ru/12933.html

88 Машимов, М. М. Геодезия. Теоретическая геодезия [Текст] / М. М. Машимов. – М. : Недра, 1991. – 268 с.

89 Мещеряков, Г. А. Теоретические основы математической картографии [Текст] / Г. А. Мещеряков. – М. : Недра, 1968. – 160 с.

90 Минько, В. Определение параметров связи между государственной и местными системами координат в населенных пунктах [Текст] / В. Минько // Земля Беларуси. – 2004. – № 3. – С. 26–30.

91 Михелев, Д. Ш. Анализ современных методов создания крупномасштабных топографических планов застроенной территории [Текст] / Д. Ш. Михелев, А. А. Лобанов // Геодезия и аэрофотосъемка. – 2002. – № 6. – С. 3–12.

92 Михелев, Ю. Д. О точности топографической съемки в масштабе 1:200 [Текст] / Ю. Д. Михелев, А. А. Лобанов // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2004. – №2. – С. 21–28.

93 Мкртычян, В. Спутниковые системы позиционирования: основные принципы и возможности [Текст] / В. Мкртычян // Земля Беларуси. – 2004. – № 1. – С. 22–26 ; № 2. – С. 20–23.

94 Морозов, В. П. Курс сфероидической геодезии [Текст] / В. П. Морозов. – М. : Недра, 1979. – 260 с.

95 Неумывакин, Ю. К. Обоснование точности топографических съемок для проектирования [Текст] / Ю. К. Неумывакин. – М. : Недра, 1976. – 185 с.

96 Ордобаев, Б. С. Математическая обработка инженерно геодезических сетей в стереографической проекции Гаусса для Республики Кыргызстана [Текст] / Б. С. Ордобаев, Д. А. Абжапарова // Материалы за X междунар. научна практична конф. и «Найновите научни постижения – 2014» 17-25 март 2014 година. – София : Изд-во «БялГРАД-БГ»ООД, 2014. – Т. 28. – С. 63–70.

97 Паця, А. М. Выбор проекции для территории субъекта Российской Федерации [Текст] / А. М. Паця // Геодезия и картография. – 2008. – № 7. – С. 25–28.

98 Пимшина, Т. М. Электронно-блочная тахеометрия, средства измерений и технологии [Текст] / Т. М. Пимшина // Прикладная геодезия : сб. науч. тр.– Ростов н/Д : РГСУ, 1997. – С. 23–32.

99 Подшивалов, В. П. Теория изыскания наилучших геодезических проекций [Текст] : дис. ... д-ра техн. наук : 05.24.01 / Подшивалов Владимир Павлович. – Новополюк, 1998. – 183 с.: ил.

100 Подшивалов, В. П. Теоретические основы формирования координатной основы для геоинформационных систем [Текст] / В. П. Подшивалов. – Новополюк, ПГУ, 1998. – 125 с.

101 Подшивалов, В. П. Композиционные геодезические проекции [Текст] / В. П. Подшивалов // Геодезия и картография. – 2000. – № 8.– С. 39–43.

102 Подшивалов, В. П. Системы плоских прямоугольных координат для линейных объектов [Текст] / В. П. Подшивалов, С. В. Маковский // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2000.– № 4.– С. 32–38.

103 Пошивайло, Я. Г. Создание топографо-информационной системы для целей проектирования инженерных сооружений в горных условиях [Текст] / Я. Г. Пошивайло, А. П. Чахлова, Г. А. Уставич // Геодезия и картография. –2013. – № 3. – С.17–21.

104 Пыско, Т. В. Основные направления модернизации государственной геодезической сети Республики Беларусь [Текст] // Автоматизированные технологии изысканий и проектирования. – 2008.– № 1 (28).

105 Серапинас, Б. Б. Практикум по геодезическим основам карт [Текст] : учеб. пособие / Б. Б. Серапинас. – М. : Геогр. фак. МГУ, 2008. – 146 с.

106 Серапинас, Б. Б. Геодезические основы карт [Текст] : учеб. пособие / Б. Б. Серапинас. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 2001. – 132 с.

107 Справочник геодезиста [Текст] : в 2 кн. / под ред. В. Д. Большакова, Г. П. Левчука.– М. : Недра, 1985.

108 Справочное пособие по прикладной геодезии [Текст] / под ред. В. Д. Большакова.– М. : Недра, 1987. – 542 с.

109 Тешаев, Э. А. Роль кадастра 2014 для суверенного Кыргызстана [Текст] / Э. А.Тешаев, Д. А. Абжапарова // Известия ОшГУ, 2005. – С. 66–68.

110 Топографо- геодезические термины [Текст] : справочник / Б. С. Кузьмин, Ф. Я. Герасимов, В. М. Молоканов и др.– М. : Недра, 1989. – 261 с.

111 Трефилова, Н. В. О возможности применения GPS-приемников для крупномасштабных топографических съемок [Текст] / Н. В. Трефилова, О. В. Евстафьева // Геодезия и картография. – 2002. – № 3. – С. 23–24.

112 Уставич, Г. А. Комбинированный способ создания виртуальных карт и планов инфраструктуры населенных пунктов [Текст] / Г. А. Уставич, И. П. Каретина, А. А. Кутубаева // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2012. – № 2.– С. 80–84.

113 Уставич, Г. А. Технологическая схема создания и оценки качества цифровой векторной карты масштаба 1:10 000 [Текст] / Г. А. Уставич, С. А. Бабасов, Д. Ж. Бастаубаева // Интерэкспо ГЕО-СИБИРЬ. – Новосибирск : СГГА, 2013. – Т. 1, № 1. – С. 34–38.

114 Уставич, Г. А. Создание инженерных топографических планов для проектирования объектов в горной местности [Текст] / Г. А. Уставич, А. П. Чахлова, Я. Г. Пошивайло // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2015 : XI Междунар. науч. конгр., 13–25 апр. 2015 г., Новосибирск : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 2 т. – Новосибирск : СГУГиТ, 2015. – Т. 1.– С. 52–59.

115 Уставич, Г. А. Создание инженерных топографических планов для проектирования объектов в горной местности [Текст] / Г. А. Уставич, А. П. Чахлова, Я. Г. Пошивайло // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. –2015.– № 5. – С.183–188.

116 Уставич, Г. А. О необходимости создания топографических планов масштабов 1:250, 1:200 и 1:100 [Текст] / Г.А. Уставич, Я. Г. Пошивайло // Геодезия и картография. – 2006. – № 3. – С. 25–28.

- 117 Хаимов, З. С. Основы высшей геодезии [Текст] / З. С. Хаимов. – М. : Недра, 1984.– 360 с.
- 118 Христов, В. К. Координаты Гаусса-Крюгера на эллипсоиде вращения [Текст] / В. К. Христов. – М. :Геодезиздат, 1957. – 264 с.
- 119 Чан Куанг Хок. Разработка методики создания опорных сетей при строительстве мостов большой протяженности в горных районах [Текст] : автореф. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук / Чан Куанг Хок. – М., 2012.– 24 с. : ил.
- 120 Чугреев, И. Г. К вопросу о выборе методики проведения тахеометрических съемок в современных условиях [Текст] / И. Г. Чугреев, М. Р. Владимирова, Ф. С. Бахарев // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2012. – № 2.– С. 20–24.
- 121 Яковлев, Н. В. Высшая геодезия [Текст] / Н. В. Яковлев. – М. : Недра, 1989.– 445 с.
- 122 Adams, O. S., (1921), Latitude Developments Connected with Geodesy and Cartography [Text], Special Publication No. 67, U.S. Coast and Geodetic Survey, Department of Commerce, Washington.
- 123 Bowring, B. R., 1985. The accuracy of geodetic latitude and height equations [Text]. Surv. Rev., 28, 202–206.
- 124 Burtch R., 2006. A comparison of methods used in rectangular to geodetic coordinate transformations [Text]. Proceedings of the American Congress on Surveying and Mapping (ACSM) Annual Conference and Technology Exhibition, Orlando, April 21–26,
- 125 Bromwich, T.J.I.A., (1991), An Introduction to the Theory of Infinite Series [Text], 3rd edition, Chelsea Publishing Company, New York.
- 126 Bugayevskiy, L. M., Snyder, J. P., (1995), Map Projections: A Reference Manual [Text], Taylor & Francis, London.
- 127 Deakin, R. E., Hunter, M. N., (2010a), Geometric Geodesy Part A, School of Mathematical and Geospatial Sciences [Text], RMIT University, Melbourne, Australia, January 2010.

128 Engsager, K., Poder, K., (2007), 'A highly accurate world wide algorithm for the transverse Mercator mapping (almost)'[Text], Proceedings of XXIII International Cartographic Conference (ICC2007), 4-10 August, Moscow.

129 GDAV2.3 (2009), Geocentric Datum of Australia - Technical Manual, Version 2.3 [Электронный ресурс], Amendment 1, Intergovernmental Committee on Surveying and Mapping, July 2009. URL/ – Режим доступа: <http://www.icsm.gov.au/gda/gdatm/index.html>

130 GeoTrans, (2010), The Geographic Translator [Электронный ресурс], Edition 3, National Geospatial-Intelligence Agency, URL. – Режим доступа: <http://earth-info.nima.mil/GandG/geotrans>

131 Helmert, F. R., (1880), Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie [Text], Vol. 1, Die mathematischen Theorien, Leipzig.

132 Karney, C.F.F., (2011), 'Transverse Mercator projection with an accuracy of a few nanometres' [Text] // Journal of Geodesy (in press).

133 Krueger, L., (1912), Konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene [Text], New Series 52, Royal Prussian Geodetic Institute, Potsdam. DOI 10.2312/GFZ.b103-krueger28

134 Lambert, J. H., (1772), Beytragezum Gebrauche der Mathematik und der en AnwendungIII [Электронный ресурс], Part VI: Anmerkungen und Zusatze-zurEntwurfung der Land-und Himmelscharten, pp.105-199, URL. – Режим доступа: <http://books.google.com/books?id=sf82AAAAMAAJ>

135 Lauf, G. B., (1983), Geodesy and Map Projections [Text], Tafe Publications, Collingwood, Australia.

136 Lee, L. P., (1976), Conformal projections based on Jacobian elliptic functions, Cartographica [Text], Monograph 16, supplement 1 to Canadian Cartographer, Vol. 13, 128 pages.

137 Huryeu Y., Padshyvalau U. Automated design of coordinate system for long linear objects [Электронный ресурс]. Proceedings of the 11th Scandinavian Research Conference on Geographical Information Science, 5th–7th September 2007, As, Norway. PP. 147–155. Available.– Режим доступа: <http://www.scangis.org/scangis2007/papers/>

- 138 Huryeu Y., Padshyvalau U. How to create the best suitable map projection [Text], Proceedings of the FIG conference 'Integrating the Generations', 14–18 June Stockholm, 2008. Pick M., 1985. Closed formulas for the transformation of the Cartesian coordinate system into a system of geodetic coordinates. *Stud. Geophys. Geod.*, 29, 112–119.
- 139 Redfearn, J.C.B., (1948), 'Transverse Mercator formulae' [Text], *Empire Survey Review*, Vol. 9, No. 69, pp. 318-322, July 1948.
- 140 Schreiber, O., (1866), *Theorie der Projektions methode der hannoverschen Landsvermessung* [Text], Hannover: Hahnsche Hofbuchhandlung.
- 141 Schreiber, O., (1897), *Die konforme Doppelprojektion der trigonometrischen Abteilung der Konigl* [Text], Preussichen Landesaufnahme, Berlin.
- 142 Snyder, J. P., (1987), *Map Projections-A Working Manual* [Text], Professional Paper 1395, U.S. Geological Survey, Government Printing Office , Washington.
- 143 Snyder, J. P., (1993), *Flattening The Earth - Two Thousand Years of Map Projections* [Text], The University of Chicago Press, Chicago.
- 144 Vermeille H., 2004. Computing geodetic coordinates from geocentric coordinates [Text]. *J. Geodesy*, 78, 94–95, doi:10.1007/s00190-004-0375-4.
- 145 Yang, Q., Snyder, J. P., Tobler, W., (2000), *Map Projection Transformation* [Text], Taylor & Francis, London.
- 146 Bugayevskiy, L. M., J. P. Snyder, 1995, *Map Projections* [Электронный ресурс]: A Reference Manual (Taylor & Francis, London). – Режим доступа: <http://www.worldcat.org/oclc/31737484>.
- 147 Bulirsch, R. 1965, Numerical calculation of elliptic integrals and elliptic functions [Text], *Num. Math.*, 7(1), 78–90, doi: 10.1007/BF01397975.
- 148 Clenshaw, C. W. 1955, A note on the summation of Chebyshev series [Электронный ресурс], *Math. TablesAidsComput.*, 9(51), 118–120/ – Режим доступа: <http://www.jstor.org/stable/2002068>.
- 149 J. Dozier, 1980, Improved algorithm for calculation of UTM and geodetic coordinates [Электронный ресурс], Technical Report NESS 81, NOAA/– Режим доступа: <http://fiesta.bren.ucsb.edu/~dozier/Pubs/DozierUTM1980.pdf>.

150 K. E. Engsager, K. Poder, 2007, A highly accurate world wide algorithm for the transverse Mercator mapping (almost) [Text], in Proc. XXIII Intl. Cartographic Conf. (ICC2007), Moscow, p. 2.1.2.

151 Geotrans, 2010, Geographic translator [Электронный ресурс], version 3.0. – Режим доступа: <http://earth-info.nga.mil/GandG/geotrans/>.

152 J. W. Hager, J. F. Behensky, B. W. Drew, 1989, The universal grids: Universal Transverse Mercator (UTM) and Universal Polar Stereographic (UPS) [Электронный ресурс], Technical Report TM 8358.2, Defense Mapping Agency. – Режим доступа: http://earth-info.nga.mil/GandG/publications/tm8358.2/TM8358_2.pdf.

153 C. F. F. Karney, 2010, Geographic Lib [Электронный ресурс], version 1.7. – Режим доступа: <http://geographiclib.sf.net>.

154 J. H. L. Kruger, 1912, Konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene [Text], New Series 52, Royal Prussian Geodetic Institute, Potsdam, doi:10.2312/GFZ.b103-krueger28.

155 R. Kuittinen, T. Sarjakoski, M. Ollikainen, M. Poutanen, R. Nuuros, P. Tatilea, J. Peltola, R. Ruotsalainen, and M. Ollikainen, 2006, ETRS89—järjestelmään liittyvät karttaprojektiot, tasokoordinaatit ja karttalehtijako [Электронный ресурс], Technical Report JHS 154, Finnish Geodetic Institute, Appendix 1, Projektiokaavart. – Режим доступа: http://docs.jhs-suositukset.fi/jhs-suositukset/JHS154/JHS154_liite1.pdf.

156 J. L. Lagrange, 1770, Nouvelle methode pour resoudre les equations litterales par le moyen des series, in Oeuvres [Электронный ресурс], volume 3, pp. 5–73 (Gauthier-Villars, Paris, 1869), reprint of Mem. del'Acad. Roy. des Sciences de Berlin 24, 251–326. – Режим доступа: <http://books.google.com/books?id=YuwPAAAAIAAJ&pg=PA5>.

157 J. H. Lambert, 1772, Anmerkungen und Zusätze zur Entwerfung der Land- und Himmelscharten, number 54 in Klassiker ex. [Электронный ресурс], Wiss. (Engelmann, Leipzig, 1894), translated into English by W. R. Tobler as Notes and Comments on the Composition of Terrestrial and Celestial Maps, Univ. of Michigan (1972). – Режим доступа: <http://books.google.com/books?id=oS MR3NUD4C>.

158 Gauss C F - Werke, Band 09 [Text]. – Geodasie, Fortsetzung von Band 4 (Teubner 1903) (533s)

159 F. W. J. Olver, D. W. Lozier, R. F. Boisvert, and C. W. Clark, editors, 2010, NIST Handbook of Mathematical Functions [Электронный ресурс], (Cambridge Univ. Press).– Режим доступа: <http://dlmf.nist.gov>.

160 Gauss, C. F. - Werke, Band 04 [Text]. – Wahrscheinlichkeitsrechnung un Geometrie (Göttingen 1873)(493s)

161 P. D. Thomas, 1952, Conformal projections in geodesy and cartography [Электронный ресурс], Special Publication 251, U.S. Coast and Geodetic Survey.– Режим доступа: http://docs.lib.noaa.gov/rescue/cgs_specpubs/QB275U35no2511952.pdf.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

(обязательное)

АЛГОРИТМ СТЕРЕОГРАФИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ ГАУССА К. Ф.

STEREOGRAPHISCHE DARSTELLUNG DES SPHÄROIDS
[IN DER EBENE].

a Grosse Halbaxe
 ε Excentricität
 $90^\circ - W$ Polhöhe des ersten Centralorts
 $90^\circ - w$ Polhöhe eines unbestimmten Orts
 λ dessen westliche Länge
 $x + iy = t$... [ebene] Coordinaten jenes Orts

$$\left(\frac{1 + \varepsilon \cos w}{1 - \varepsilon \cos w}\right)^{\frac{1}{2}\varepsilon} = f(w), \quad \frac{2a}{\sqrt{1 - \varepsilon \varepsilon \cos w^2}} = F(w).$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} w = b$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} W = B$$

$$\frac{e^{i\lambda} f(w)}{f(W)} = h$$

$$1) \quad t = \frac{bh - B}{1 + bhB} \cdot F(W).$$

$x' + iy' = t'$ Coordinaten desselben Orts in Beziehung auf den zweiten Centralort;

b°, h° Bedeutung wie vorher, aber jetzt in Beziehung auf den zweiten Centralort $[(90^\circ - w^\circ, \lambda^\circ)$; also $b^\circ = \operatorname{tang} \frac{1}{2} w^\circ, h^\circ = \frac{e^{i\lambda^\circ} f(w^\circ)}{f(W)}$].

$$2) \quad t' = \left[F(w^\circ) \frac{\frac{bh}{h^\circ} - b^\circ}{1 + \frac{bh}{h^\circ}} \right] F(w^\circ) \frac{1 + b^\circ B h^\circ}{b^\circ - B h^\circ} \cdot \frac{t - \frac{b^\circ h^\circ - B}{1 + b^\circ B h^\circ} F(W)}{t + \frac{h^\circ + b^\circ B}{b^\circ - B h^\circ} F(W)}.$$

Vergrößerungsverhältniss:

$$\sqrt{\frac{1 - \varepsilon \varepsilon \cos w^2}{1 - \varepsilon \varepsilon \cos W^2}} \cdot \frac{1 + \frac{xx + yy}{(F(W))^2}}{\cos \frac{1}{2} w^2 \cdot \frac{F(W)}{f(w)} + \sin \frac{1}{2} w^2 \cdot \frac{F(w)}{f(W)}}.$$

NB. Es ist nicht nöthig hiebei, d. i. wenn man doch endlich stereographisch in plano darstellen will, die Übertragung des Sphäroids auf die Kugel nach p. 22 zu machen, wo man

$$x = A \operatorname{tang} \frac{1}{2}(W-U)$$

hat; man hat dann nemlich die Unbequemlichkeit, keine allgemeine Tafel für U anwenden zu können, sondern es reicht zu, sie nach pag. 21 zu machen, wo dann x die Form erhält

$$x = A' + B' \operatorname{tang} \frac{1}{2}(W^* - U).$$

Hier kann dann die allgemeine Tafel für U gebraucht werden.

BEMERKUNGEN.

Die oben angeführten Seitenzahlen (21 und 22) beziehen sich auf die, 1825 im Heft 3 der von H. C. SCHUMACHER herausgegebenen »Astronomischen Abhandlungen« erschienene »Allgemeine Auflösung der Aufgabe: Die Theile einer gegebenen Fläche etc.« Gemeint ist der Art. 13 derselben, Bd. IV, S. 207 u. f. Die obige Notiz selbst, die einem einzelnen Blatte entnommen ist, schliesst sich an den Art. 12, Bd. IV, S. 206, an. Nach dieser wird die conforme Darstellung der Oberfläche des Sphäroids in der Ebene durch die Gleichung

$$x + iy = f\left(\lambda + i \log \left\{ \cotang \frac{1}{2} w \left(\frac{1 - \varepsilon \cos w}{1 + \varepsilon \cos w} \right)^{\frac{1}{2} \varepsilon} \right\}\right) = f(v)$$

vermittelt. Für die stereographische Projection ist aber

$$f(v) = k \operatorname{tang} (\operatorname{arc} \operatorname{tang} e^{i v} - \frac{1}{2} W) = k \frac{e^{i v} - \operatorname{tang} \frac{1}{2} W}{1 + e^{i v} \operatorname{tang} \frac{1}{2} W}$$

zu setzen, wo $90^\circ - W$ die Breite des dem Augenpunkte diametral gegenüber liegenden Punktes, also des Anfangspunktes der Coordinaten, bedeutet. Für die Kugel ist, vergl. Notiz [3] auf S. 121, wenn $2q$ und $2p$ die Complementary Breiten des Centralorts und eines beliebigen Punktes sind,

$$x + iy = k \frac{e^{i v} - \operatorname{tang} q}{1 + e^{i v} \operatorname{tang} q}, \quad e^{i v} = e^{i \lambda} \operatorname{tang} p.$$

KRÜGER, BÖRSCH.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

(обязательное)

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА (см. стр. 99)

Дата и время вычислений: 11.04.2017 8:21:42

Пункт 1 1 В = 40 0 0 L = 73 30 0 Н = 3000 м

Пункт 2 2 В = 40 0 0 L = 73 31 0 Н = 3000 м

Координаты пунктов в пространственной прямоугольной системе координат:

X1 = 1390280,003 м; Y1 = 4693506,605 м; Z1 = 4079986,108 м

X2 = 1388914,658 м; Y2 = 4693910,822 м; Z2 = 4079986,108 м

Расстояние между пунктами 1 и 2 S12 = 1423,923 м

В местной поперечно-цилиндрической проекции

Высота секущей плоскости Нсек. = 0 м

Координаты пункта 1 x1 = 4430677,254 м; y1 = -128095,270 м

Координаты пункта 2 x2 = 4430653,429 м; y2 = -126671,933 м

Расстояние на плоскости d12 = 1423,536 м. d12/S12 = 0,99972829

d12-S12 = -0,387 м. Относительное искажение = 1/3680

В стереографической проекции Гаусса

Высота секущей плоскости Нсек. = 0 м

x1 = -0,005 м; y1 = -0,007 м

gamma = 0 0 0,00 m = 1,0000000000

x2 = 0,128 м; y2 = 1423,248 м

gamma = 0 0 0,00 m = 1,0000000000

Расстояние на плоскости d12 = 1423,255 м. d12/S12 = 0,99953053

d12-S12 = -0,668 м. Относительное искажение = 1/2130

Дата и время вычислений: 11.04.2017 8:25:07

Пункт 1 1 В = 40 0 0 L = 73 30 0 Н = 3000 м

Пункт 2 2 В = 40 0 0 L = 73 31 0 Н = 3000 м

Координаты пунктов в пространственной прямоугольной системе координат:

$X_1 = 1390280,003$ м; $Y_1 = 4693506,605$ м; $Z_1 = 4079986,108$ м

$X_2 = 1388914,658$ м; $Y_2 = 4693910,822$ м; $Z_2 = 4079986,108$ м

Расстояние между пунктами 1 и 2 $S_{12} = 1423,923$ м

В местной поперечно-цилиндрической проекции

Высота секущей плоскости $H_{сек.} = 3000$ м

Координаты пункта 1 $x_1 = 4432761,218$ м; $y_1 = -128155,519$ м

Координаты пункта 2 $x_2 = 4432737,382$ м; $y_2 = -126731,513$ м

Расстояние на плоскости $d_{12} = 1424,206$ м. $d_{12}/S_{12} = 1,00019851$

$d_{12}-S_{12} = 0,283$ м. Относительное искажение = $1/5037$

В стереографической проекции Гаусса

Высота секущей плоскости $H_{сек.} = 3000$ м

$x_1 = -0,005$ м; $y_1 = -0,007$ м

$\gamma = 0 \ 0 \ 0,00$ м = $1,0004696980$

$x_2 = 0,128$ м; $y_2 = 1423,916$ м

$\gamma = 0 \ 0 \ 0,00$ м = $1,0004696980$

Расстояние на плоскости $d_{12} = 1423,923$ м. $d_{12}/S_{12} = 1,00000001$

$d_{12}-S_{12} = 0,000$ м. Относительное искажение = $1/160388055$

Дата и время вычислений: 11.04.2017 8:31:14

Пункт 1 $B = 40 \ 0 \ 0$ $L = 73 \ 30 \ 0$ $H = 3000$ м

Пункт 2 $B = 40 \ 0 \ 0$ $L = 72 \ 30 \ 0$ $H = 3000$ м

Координаты пунктов в пространственной прямоугольной системе координат:

$X_1 = 1390280,003$ м; $Y_1 = 4693506,605$ м; $Z_1 = 4079986,108$ м

$X_2 = 1471981,241$ м; $Y_2 = 4668528,030$ м; $Z_2 = 4079986,108$ м

Расстояние между пунктами 1 и 2 $S_{12} = 85434,312$ м

В местной поперечно-цилиндрической проекции

Высота секущей плоскости $H_{сек.} = 0$ м

Координаты пункта 1 $x_1 = 4430677,254$ м; $y_1 = -128095,270$ м

Координаты пункта 2 $x_2 = 4432594,360$ м; $y_2 = -213499,731$ м

Расстояние на плоскости $d_{12} = 85425,976$ м. $d_{12}/S_{12} = 0,99990243$

$d_{12}-S_{12} = -8,336$ м. Относительное искажение = $1/10249$

В стереографической проекции Гаусса

Высота секущей плоскости $H_{сек.} = 0$ м

$x_1 = -0,005$ м; $y_1 = -0,007$ м

$\gamma = 0 \ 0 \ 0,00$ м = $1,0000000000$

$x_2 = 479,010$ м; $y_2 = -85394,779$ м

$\gamma = 0 \ 0 \ 0,05$ м = $1,0000000000$

Расстояние на плоскости $d_{12} = 85396,115$ м. $d_{12}/S_{12} = 0,99955292$

$d_{12}-S_{12} = -38,196$ м. Относительное искажение = $1/2237$

Дата и время вычислений: 11.04.2017 8:32:17

Пункт 1 $B = 40 \ 0 \ 0$ $L = 73 \ 30 \ 0$ $H = 3000$ м

Пункт 2 $B = 40 \ 0 \ 0$ $L = 72 \ 30 \ 0$ $H = 3000$ м

Координаты пунктов в пространственной прямоугольной системе координат:

$X_1 = 1390280,003$ м; $Y_1 = 4693506,605$ м; $Z_1 = 4079986,108$ м

$X_2 = 1471981,241$ м; $Y_2 = 4668528,030$ м; $Z_2 = 4079986,108$ м

Расстояние между пунктами 1 и 2 $S_{12} = 85434,312$ м

В местной поперечно-цилиндрической проекции

Высота секущей плоскости $H_{сек.} = 3000$ м

Координаты пункта 1 $x_1 = 4432761,218$ м; $y_1 = -128155,519$ м

Координаты пункта 2 $x_2 = 4434679,225$ м; $y_2 = -213600,151$ м

Расстояние на плоскости $d_{12} = 85466,156$ м. $d_{12}/S_{12} = 1,00037273$

$d_{12}-S_{12} = 31,844$ м. Относительное искажение = $1/2683$

В стереографической проекции Гаусса

Высота секущей плоскости $H_{сек.} = 3000$ м

$$x_1 = -0,005 \text{ м}; y_1 = -0,007 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 0 \ 0,00 \text{ м} = 1,0004696980$$

$$x_2 = 479,235 \text{ м}; y_2 = -85434,889 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 0 \ 0,05 \text{ м} = 1,0004696980$$

$$\text{Расстояние на плоскости } d_{12} = 85436,226 \text{ м. } d_{12}/S_{12} = 1,00002240$$

$$d_{12}-S_{12} = 1,914 \text{ м. Относительное искажение} = 1/44635$$

Дата и время вычислений: 11.04.2017 9:12:40

$$1 \text{ В} = 40 \ 0 \ 0 \ L = 73 \ 30 \ 0 \ H = 3000 \text{ м}$$

В проекции Гаусса-Крюгера 6-гр.

Зона 13 Осевой меридиан $L_0 = 75$

$$x = 4430685,303 \text{ м}; y = -128095,502 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 57 \ 51,50 \text{ м} = 1,0002019116$$

В проекции Гаусса-Крюгера 3-гр.

Зона 25 Осевой меридиан $L_0 = 75$

$$x = 4430685,303 \text{ м}; y = -128095,502 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 57 \ 51,50 \text{ м} = 1,0002019116$$

В конической проекции КЕК

$$x = 112558,494 \text{ м}; y = -128131,619 \text{ м}$$

В конической проекции Ламберта

Широта нулевой параллели $B_0 = 40$ Долгота начального меридиана $L_0 = 73,5$

$$x = -0,005 \text{ м}; y = -0,007 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 0 \ 0,00 \text{ м} = 1,0000000000$$

В стереографической проекции Руссиля

$$x = -0,005 \text{ м}; y = -0,007 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 0 \ 0,00 \text{ м} = 1,0000000000$$

В стереографической проекции Гаусса

Высота секущей плоскости $H_{\text{сек.}} = 3000 \text{ м}$

$$x = -0,005 \text{ м}; y = -0,007 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 0 \ 0,00 \text{ м} = 1,0002348490$$

В проекции (UTM) Гаусса-Боага 6-гр.

Зона 13 Осевой меридиан $L_0 = 75$ Меридианы с $m = 1$ $L_w = 73 \ 22$ $L_o = 76 \ 37$

$$x = 4428913,028 \text{ м}; y = -128044,264 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 57 \ 51,50 \text{ м} = 0,9998016694$$

Дата и время вычислений: 11.04.2017 9:14:29

$$1 \ B = 40 \ 0 \ 0 \ L = 73 \ 31 \ 0 \ H = 3000 \text{ м}$$

В проекции Гаусса-Крюгера 6-гр.

Зона 13 Осевой меридиан $L_0 = 75$

$$x = 4430661,478 \text{ м}; y = -126672,163 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 57 \ 12,90 \text{ м} = 1,0001974493$$

В проекции Гаусса-Крюгера 3-гр.

Зона 25 Осевой меридиан $L_0 = 75$

$$x = 4430661,478 \text{ м}; y = -126672,163 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 57 \ 12,90 \text{ м} = 1,0001974493$$

В конической проекции КЕК

$$x = 112535,168 \text{ м}; y = -126708,061 \text{ м}$$

В конической проекции Ламберта

Широта нулевой параллели $B_0 = 40$ Долгота начального меридиана $L_0 = 73,5$

$$x = 0,128 \text{ м}; y = 1423,248 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 0 \ 38,60 \text{ м} = 1,0000000000$$

В стереографической проекции Руссиля

$$x = 0,128 \text{ м}; y = 1423,248 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 0 \ 38,60 \text{ м} = 1,0000000125$$

В стереографической проекции Гаусса

Высота секущей плоскости $H_{\text{сек.}} = 3000 \text{ м}$

$$x = 0,128 \text{ м}; y = 1423,582 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 0 \ 38,60 \text{ м} = 1,0002348490$$

В проекции (UTM) Гаусса-Боага 6-гр.

Зона 13 Осевой меридиан $L_0 = 75$ Меридианы с $m = 1$ $L_w = 73 \ 22$ $L_o = 76 \ 37$

$$x = 4428889,213 \text{ м}; y = -126621,494 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 57 \ 12,90 \text{ м} = 0,9997972124$$

Дата и время вычислений: 11.04.2017 9:15:25

$$1 \ B = 40 \ 0 \ 0 \ L = 72 \ 30 \ 0 \ H = 3000 \text{ м}$$

В проекции Гаусса-Крюгера 6-гр.

Зона 13 Осевой меридиан $L_0 = 75$

$$x = 4432602,412 \text{ м}; y = -213500,119 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = -1 \ 36 \ 27,30 \text{ м} = 1,0005609390$$

В проекции Гаусса-Крюгера 3-гр.

Зона 24 Осевой меридиан $L_0 = 72$

$$x = 4429727,165 \text{ м}; y = 42697,738 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 19 \ 17,00 \text{ м} = 1,0000224331$$

В конической проекции КЕК

$$x = 114434,899 \text{ м}; y = -213535,517 \text{ м}$$

В конической проекции Ламберта

Широта нулевой параллели $B_0 = 40$ Долгота начального меридиана $L_0 = 73,5$

$$x = 479,005 \text{ м}; y = -85393,502 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 38 \ 34,00 \text{ м} = 1,0000000029$$

В стереографической проекции Руссиля

$$x = 479,019 \text{ м}; y = -85394,779 \text{ м}$$

$$\text{gamma} = 0 \ 38 \ 34,10 \text{ м} = 1,0000448668$$

В стереографической проекции Гаусса

Высота секущей плоскости $H_{\text{сек.}} = 3000 \text{ м}$

$x = 479,122$ м; $y = -85414,834$ м

$\gamma = 0\ 38\ 34,60$ м = 1,0002348493

В проекции (UTM) Гаусса-Боага 6-гр.

Зона 13 Осевой меридиан $L_0 = 75$ Меридианы с $m = 1$ $L_w = 73\ 22$ $L_o = 76\ 37$

$x = 4430829,371$ м; $y = -213414,719$ м

$\gamma = -1\ 36\ 27,30$ м = 1,0001602662

по меридиану

Дата и время вычислений: 11.04.2017 9:27:30

1 В = 40 1 0 L = 73 30 0 Н = 3000 м

В проекции Гаусса-Крюгера 6-гр.

Зона 13 Осевой меридиан $L_0 = 75$

$x = 4432536,026$ м; $y = -128064,346$ м

$\gamma = 0\ 57\ 52,70$ м = 1,0002018126

В проекции Гаусса-Крюгера 3-гр.

Зона 25 Осевой меридиан $L_0 = 75$

$x = 4432536,026$ м; $y = -128064,346$ м

$\gamma = 0\ 57\ 52,70$ м = 1,0002018126

В конической проекции КЕК

$x = 114416,818$ $y = -128100,999$

В конической проекции Ламберта

Широта нулевой параллели $B_0 = 40$ Долгота начального меридиана $L_0 = 73,5$

$x = 1857,922$ м; $y = -0,007$ м

$\gamma = 0\ 0\ 0,00$ м = 1,0000000426

В стереографической проекции Руссиля

$x = 1843,318$ м; $y = -0,007$ м

$\gamma = 0\ 0\ 0,00$ м = 1,0000000209

В стереографической проекции Гаусса

Высота секущей плоскости Нсек. = 3000 м

$x = 1851,041$ м; $y = -0,007$ м

$\gamma = 0\ 0\ 0,00$ м = 1,0002348543

В проекции (UTM) Гаусса-Боага 6-гр.

Зона 13 Осевой меридиан $L_0 = 75$ Меридианы с $m = 1$ $L_w = 73\ 22$ $L_o = 76\ 37$

$x = 4430763,011$ м; $y = -128013,120$ м

$\gamma = 0\ 57\ 52,70$ м = 0,9998015705

Дата и время вычислений: 11.04.2017 9:29:09

1 В = 41 0 0 L= 73 30 0 Н = 3000 м

В проекции Гаусса-Крюгера 6-гр.

Зона 13 Осевой меридиан $L_0 = 75$

$x = 4541737,516$ м; $y = -126206,925$ м

$\gamma = 0\ 59\ 3,19$ м = 1,0001959561

В проекции Гаусса-Крюгера 3-гр.

Зона 25 Осевой меридиан $L_0 = 75$

$x = 4541737,516$ м; $y = -126206,925$ м

$\gamma = 0\ 59\ 3,19$ м = 1,0001959561

В конической проекции КЕК

$x = 224080,572$ $y = -126294,062$

В конической проекции Ламберта

Широта нулевой параллели $B_0 = 40$ Долгота начального меридиана $L_0 = 73,5$

$x = 111481,304$ м; $y = -0,007$ м

$\gamma = 0\ 0\ 0,00$ м = 1,0001542690

В стереографической проекции Руссиля

$x = 110611,691$ м; $y = -0,007$ м

$\gamma = 0\ 0\ 0,00$ м = 1,0000752750

В стереографической проекции Гаусса

Высота секущей плоскости Нсек. = 3000 м

$x = 111075,101$ м; $y = -0,007$ м

$\gamma = 0\ 0\ 0,00$ м = 1,0002538963

В проекции (UTM) Гаусса-Боага 6-гр.

Зона 13 Осевой меридиан $L_0 = 75$ Меридианы с $m = 1$ $L_w = 73\ 22$ $L_o = 76\ 37$

$x = 4539920,821$ м; $y = -126156,442$ м

$\gamma = 0\ 59\ 3,19$ м = 0,9997957211