

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сибирский государственный университет геосистем и технологий»
(СГУГиТ)

На правах рукописи

Мареев Артем Владимирович



Совершенствование методики и алгоритмов
определения полной топографической редукции силы тяжести
по геодезическим данным

25.00.32 – Геодезия

Диссертация на соискание ученой степени кандидата
технических наук

Научный руководитель –
доктор технических наук,
старший научный сотрудник
Каленицкий Анатолий Иванович

Новосибирск – 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1 АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ ТОПОГРАФИЧЕСКОГО РЕДУЦИРОВАНИЯ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ	12
1.1 Редукции силы тяжести и их применение	12
1.2 Типы редукций силы тяжести	16
1.3 Редукция Буге	19
1.4 Изостатические редукции	21
1.5 Методы вычисления топографической редукции	25
1.6 Вычисление топографических редукций при помощи быстрого преобразования Фурье	36
1.7 Формы представления моделей поправок к аномалиям силы тяжести за рельеф	39
1.8 Цифровые модели рельефа	43
1.9 Выводы по первому разделу	46
2 РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ПОЛНОГО ТОПОГРАФИЧЕСКОГО РЕДУЦИРОВАНИЯ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ СПОСОБОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ	49
2.1 Определение условий для вычисления топографических поправок за влияние притяжения масс дальних областей	49
2.2 Линейная интерполяция в сфероидической трапеции	57
2.3 Оценка оптимальной конфигурации цифровой модели рельефа ЕТОРО 1 для определения интегральных параметров поправок к силе тяжести за влияние масс дальних областей	58
2.4 Определение формулы для вычисления топографической поправки к аномальному потенциалу силы тяжести за влияние притяжения масс дальних областей	61

2.5 Оптимизированная процедура вычисления топографических поправок к аномалии силы тяжести и аномальному потенциалу тяготения	68
2.6 Нормальное поле при полном топографическом редуцировании	69
2.7 Линейное интерполирование поправок к АСТ за рельеф внешней области способом интегральных параметров	73
2.8 Методика определения полной топографической редукции АСТ с помощью способа интегральных параметров	86
2.9 Выводы по второму разделу.	88
3 РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛНОЙ ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ	90
3.1 Программное обеспечение вычисления полной топографической редукции.....	90
3.2 Экспериментальные исследования разработанного программного обеспечения для полной топографической редукции силы тяжести	101
3.3 Выводы по третьему разделу	104
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	105
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	107
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	108
ПРИЛОЖЕНИЕ А (обязательное) ТОЧНОСТЬ ЛИНЕЙНОГО ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ПОПРАВOK К АНОМАЛИЯМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ЗА ВЛИЯНИЕ МАСС ПРОМЕЖУТОЧНОГО СЛОЯ ВНЕШНЕЙ ОБЛАСТИ СПОСОБОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ	119

ПРИЛОЖЕНИЕ Б (обязательное)	ТОЧНОСТЬ ЛИНЕЙНОГО ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ПОПРАВК К АНОМАЛИЯМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ЗА ВЛИЯНИЕ МАСС ПРОМЕЖУТОЧНОГО СЛОЯ ВНЕШНЕЙ ОБЛАСТИ	124
ПРИЛОЖЕНИЕ В (обязательное)	ТОЧНОСТЬ ЛИНЕЙНОГО ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ПОПРАВК К АНОМАЛИЯМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ЗА ВЛИЯНИЕ МАСС ПРОМЕЖУТОЧНОГО СЛОЯ ВНЕШНЕЙ ОБЛАСТИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ	128
ПРИЛОЖЕНИЕ Г (обязательное)	ТОЧНОСТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ПОПРАВК К АНОМАЛИЯМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ЗА ВЛИЯНИЕ МАСС ПРОМЕЖУТОЧНОГО СЛОЯ ВНЕШНЕЙ ОБЛАСТИ МОДИФИЦИРОВАННЫМ СПОСОБОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ	145

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Одной из важнейших современных научно-технических задач для обеспечения развития экономики и обороноспособности страны является разработка единой системы координатно-временного и навигационного обеспечения, предназначенной для определения геометрических и физических характеристик различных объектов на Земле и в околоземном пространстве. Фундаментальной составляющей координатно-временного навигационного обеспечения является государственная координатная основа, включающая геодезические сети (ФАГС, ВГС, СГС-1), нивелирные сети (I–IV классов) и гравиметрические сети (фундаментальная и I класса). Связующим звеном между компонентами государственной координатной основы является гравитационное поле Земли, без знания характеристик которого невозможно осуществить высокоточное определение координат и навигацию в пространстве сложного физического объекта, которым является планета Земля. Характеристики гравитационного поля определяются по данным гравиметрических и геодезических измерений путем сложного и многоступенчатого моделирования.

Наличие высокоточной модели гравитационного поля Земли позволяет расширить сферу применения спутниковой навигации и повысить эффективность геодезического производства за счет замены в ряде работ дорогостоящего геометрического нивелирования спутниковым, а также способствует решению многих научно-практических задач.

На решение задачи получения высокоточной модели гравитационного поля Земли направлены значительные усилия ученых и различные дорогостоящие проекты (Grace, GOCE, Lageos-1, Lageos-2, Гео-ИК), реализуемые в рамках государственных программ разных стран, а также масштабные аэрогравиметрические исследования и гравиметрические измерения на поверхности Земли.

Важное место в составе процедур моделирования гравитационного поля Земли занимает полное топографическое редуцирование аномалий силы тяжести.

Топографические массы, находящиеся в непосредственной близости от граничной поверхности, вносят значительный вклад в характер изменения аномалий. Однако и сильно отдаленные массы рельефа оказывают гравитационное влияние, которым нельзя пренебрегать при современном уровне точности измерений силы тяжести. Поэтому при обработке гравиметрических измерений необходимо выполнять полное топографическое редуцирование.

В процессе моделирования гравитационного поля Земли выполняется обработка больших массивов разнородной исходной гравиметрической информации, в состав которой входят как результаты новых измерений, так и данные архивных гравиметрических съемок. Для повышения качества моделирования, наряду с обработкой новых данных, требуется выполнять повторную обработку архивных измерений на основе непрерывно обновляющихся моделей рельефа. Также расчет поправок к аномалиям силы тяжести за рельеф может выполняться неоднократно с целью выбора оптимальных параметров топографического редуцирования. Эти обстоятельства приводят к увеличению трудоемкости процедуры вычисления топографической редукции. Поэтому разработка и исследование эффективных методик и алгоритмов определения полной топографической редукции силы тяжести является актуальной научной задачей.

Степень разработанности темы. Значительный вклад в развитие методов обработки гравиметрических измерений внесли ученые: Юркина М. И., Бровар В. В., Грушинский Н. П., Шимберев Б. П., Бузук В. В., Канушин В. Ф., Алексашина Г. А., Шокин П. Ф., Юзефович А. П., Огородова Л. В., Остач О. М., Ермеев Е. Ф., Вовк И. Г., Колмогоров В. Г., Мазурова Е. М., Непоклонов В. Б., Heiskanen W., Hofmann-Wellenhof B., Morits H., Kaula W. M., Tscherning C. C., Forsberg R., Pavlis E.

Задача учета влияния притяжения топографических масс при моделировании гравитационного поля Земли решалась различными исследователями, начиная со становления физической геодезии. В числе первых были крупные ученые, чьи имена носят до сих пор используемые и актуальные для практики методы

Буге П., Гельмерт Ф. Р., Веннинг-Мейнес Ф. А. В условиях сильных ограничений в вычислительных ресурсах, имевших место до 80-х гг. прошлого века, учеными Березкиным В. М., Пришивалко А. И., Маловичко А. К., Мудрецовой Е. А. были разработаны способы определения топографических поправок в гравиметрии, ставшие впоследствии классическими. Значительный прогресс в данном направлении достигнут в последние десятилетия. Вопросами топографических редукиций занимались советские и российские ученые Ремпель Г. Г., Долгаль А. С., Смирнов В. П., Дементьев Ю. В., Мазуров Б. Т., Пеллинен Л. П., Каленицкий А. И., а также зарубежные ученые Sideris M. G., Sjoberg L., Heck B., Seitz K., Li Y. C., Grombein T., Claessenens S., Grafarend E., Novak P., Peng M., Rummel R., Nagu D. и др. Однако в отечественной теории и практике вопросам определения топографической редукиции для решения задач геодезии всегда уделялось недостаточно внимания. Такая ситуация исторически сложилась в связи с тем, что большая часть работ по сбору и обработке гравиметрической информации проводится в целях геологоразведки и геофизических исследований и направлена на повышение качества интерпретации аномалий силы тяжести при поиске полезных ископаемых, но не на повышение качества моделирования гравитационного поля Земли.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационного исследования является разработка усовершенствованной методики и алгоритмов определения полной топографической редукиции аномалий силы тяжести, позволяющих повысить эффективность обработки гравиметрических измерений для определения параметров гравитационного поля Земли.

Для достижения поставленной цели требовалось решить следующие основные научно-технические задачи:

- выполнить анализ существующих методов редуцирования аномалий силы тяжести;
- усовершенствовать методику вычисления полной топографической редукиции силы тяжести;

- разработать алгоритмы вычисления поправок к аномалиям силы тяжести за влияние притяжения топографических масс дальних и внешней областей;
- разработать глобальную модель интегральных параметров на всю поверхность Земли для вычисления топографических поправок к аномалиям силы тяжести за влияние масс дальних областей;
- разработать алгоритм расчета потенциала топографических масс, совместимый с алгоритмом вычисления поправок к силе тяжести за влияние масс дальних областей;
- исследовать влияние масс промежуточного слоя Земли на изменение нормальной силы тяжести;
- выполнить экспериментальные исследования разработанной методики и алгоритмов полного топографического редуцирования.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования является топографическое редуцирование аномалий силы тяжести для моделирования гравитационного поля Земли.

Предметом исследования являются методика и алгоритмы вычисления полной топографической поправки к аномалиям силы тяжести.

Научная новизна диссертационного исследования заключается в следующем:

- усовершенствована методика полного топографического редуцирования силы тяжести с использованием способа интегральных параметров, отличающаяся от существующей тем, что поправки к аномалиям силы тяжести за рельеф внешней области вычисляются по локальной модели интегральных параметров, что позволяет значительно повысить производительность обработки данных и сократить трудоемкость расчета топографической редукиции;
- предложена глобальная модель интегральных параметров на всю поверхность Земли для расчета поправок к аномалиям силы тяжести за рельеф дальних областей, позволяющая реализовать технологию полного топографического редуцирования;

– разработан новый алгоритм расчета топографических поправок к потенциалу силы тяжести за влияние притяжения масс дальних областей, совместное использование которого с алгоритмом расчета топографических поправок к аномалиям силы тяжести за влияние притяжения масс дальних областей позволяет повысить точность моделирования гравитационного поля Земли.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Теоретическая значимость исследований заключается в том, что разработаны теоретические основы алгоритмов вычисления топографических поправок к аномалиям силы тяжести за влияние притяжения масс дальних и внешней областей с помощью способа интегральных параметров, обеспечивающих повышение производительности обработки гравиметрических измерений; установлены интервалы линейного интерполирования топографических поправок способом интегральных параметров, позволяющие вычислять поправки с заданной точностью.

Разработан алгоритм вычисления топографических поправок к потенциалу силы притяжения, позволяющий использовать алгоритм расчета поправок к аномалиям силы тяжести в составе известной процедуры «удаление-восстановление», что обеспечивает повышение качества построения модели гравитационного поля Земли.

Практическая значимость работы состоит в сокращении затрат времени на расчеты топографических поправок к аномалиям силы тяжести с сохранением необходимой точности их определения за счет интерполирования поправок способом интегральных параметров, что особенно актуально для обработки больших массивов гравиметрической информации при моделировании гравитационного поля Земли. Разработанные алгоритмы реализованы в программном комплексе «Gravitsara» на языке Turbo Pascal.

Разработана глобальная модель интегральных параметров для вычисления топографических поправок к аномалиям силы тяжести за влияние притяжения масс дальних областей, использование которой позволяет оперативно выполнять

полное топографическое редуцирование силы тяжести и повысить качество интерполирования аномалий.

Методология и методы исследования. В качестве методологической основы использованы методы математического моделирования и методы решения задач физической геодезии, в том числе применен метод «удаление-восстановление». В качестве математической основы для решения поставленных задач применены методы линейной алгебры и вычислительной математики. Эмпирической основой исследований служили высокодетализированные модели рельефа.

Положения, выносимые на защиту:

– методика и алгоритмы полного топографического редуцирования силы тяжести на основе интерполирования топографических поправок к аномалиям силы тяжести способом интегральных параметров;

– глобальная модель интегральных параметров на всю поверхность Земли для вычисления топографических поправок к аномалиям силы тяжести за влияние масс дальних областей.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности.

Диссертация соответствует областям исследования: 1 – Определение параметров земного эллипсоида, геоида и гравитационного поля Земли, изменение их в пространстве и во времени; 11 – Теория и практика математической обработки результатов геодезических измерений и информационное обеспечение геодезических работ. Автоматизированные технологии создания цифровых трехмерных моделей технологических объектов, процессов и явлений по геодезическим данным паспорта научной специальности 25.00.32 – Геодезия, разработанного экспертным советом ВАК Минобрнауки России.

Степень достоверности и апробация результатов. Результаты выполненных исследований представлены:

– на международных научных конгрессах «Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2014» (18–22 апреля 2014 г., Новосибирск) и «Интерэкспо ГЕО-Сибирь» (25–27 апреля 2018 г., Новосибирск);

– международных научных конференциях молодых ученых «Молодежь в науке-2014» (18–21 ноября 2014 г., Минск, Беларусь) и «Молодежь в науке-2015» (1–4 декабря 2015 г., Минск, Беларусь);

– Генеральной ассамблее Европейского геофизического союза «EGU-2015» (12–17 апреля 2015 г., Вена, Австрия).

Исследования выполнены в рамках гранта, поддержанного Российским научным фондом, 14-27-00068: «Разработка фундаментальной теории, методов и алгоритмов координатно-временного и навигационного обеспечения для решения приоритетных государственных задач геодезии и дистанционного зондирования с учетом классических и релятивистских эффектов гравитационного поля Земли и других массивных тел Солнечной системы». Результаты исследований внедрены в научную деятельность Института вулканологии и сейсмологии ДВО РАН и в учебный процесс Сибирского государственного университета геосистем и технологий (кафедра космической и физической геодезии) при обучении бакалавров направления подготовки 21.03.03 Геодезия и дистанционное зондирование, профиль «Геодезия».

Публикации по теме диссертации. Основные результаты исследований представлены в девяти научных работах, четыре из которых опубликованы в изданиях, входящих в перечень российских рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура диссертации. Общий объем диссертации составляет 146 страниц машинописного текста. Диссертация состоит из введения, трех разделов, заключения, списка литературы, включающего 97 наименований, содержит 9 таблиц, 16 рисунков и 4 приложения.

1 АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ ТОПОГРАФИЧЕСКОГО РЕДУЦИРОВАНИЯ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

1.1 Редукции силы тяжести и их применение

Результаты измерения величин характеризующих внешнее гравитационное поле Земли (ГПЗ) чрезвычайно требовательны к процедурам предварительной обработки перед использованием в различных научно-технических задачах. Важнейшей измеряемой величиной является приращение силы тяжести, с помощью которого определяется аномалия силы тяжести – эмпирическая основа для определения отсчетной уровенной поверхности. Отсчетная уровенная поверхность (геоида или квазигеоида) в свою очередь является необходимой составляющей для реализации координатно-временного и навигационного обеспечения (КВНО) страны.

Принято разделять аномалии силы тяжести на чистые и смешанные в зависимости от высоты, которая используется при вычислении значений нормальной силы тяжести. Чистые аномалии силы тяжести (АСТ) – это возмущения силы тяжести относительно уровенного эллипсоида, при вычислении которых используется эллипсоидальная (геодезическая) высота. Смешанные АСТ – это гравитационные аномалии, вычисляемые по нормальным и ортометрическим высотам. Вопросы взаимосвязи аномалий и перехода от чистых к смешанным рассмотрены в статье [16].

Предварительную обработку результатов гравиметрических измерений разделяют на учет различных возмущающих физических эффектов, оказывающих влияние на чувствительный элемент измерительного прибора, и подготовку измерений к дальнейшей обработке в зависимости от типа решаемых задач.

Существует множество возмущающих эффектов, связанных с изменениями гравитационного поля Земли во времени и с внутренней архитектурой измерительной системы. Состав возмущающих факторов гравитационного поля Земли, которые могут быть зафиксированы современными относительными гравиметрами следующий:

- искусственный микросейсмический шум (до 10 мкГал) [37];
- твердый прилив в теле Земли, возникающий за счет влияния притяжения Луны, Солнца и других планет Солнечной системы (до 280 мкГал) [37];
- приливные океанические нагрузки (до 10 мкГал) [1];
- неприливные океанические нагрузки (до 2 мкГал) [1];
- атмосферные нагрузки (до 20 мкГал) [8];
- притяжение масс атмосферы (до 5 мкГал) [7];
- изменение положения оси вращения Земли (до 10 мкГал) [5];
- изменение гидрологического режима (изменение уровня грунтовых вод, влияние атмосферных осадков).

Также присутствуют возмущения силы тяжести, которые имеют величину ниже предела чувствительности современных относительных гравиметров, но способные проявляться при измерениях прецизионными приборами, такими как сверхпроводниковый гравиметр. Для прецизионных гравиметрических измерений состав значимых возмущающих эффектов пополняется за счет: свободных оскуляций Земли, эффектов от техногенного переноса масс (значительные переносы масс вблизи результирующей точки могут оказывать заметное влияние и на относительные измерения), тектонического движения литосферных плит, эффекта от постледниковой отдачи, перемещения масс в нижней мантии и прочих малых эффектов [41, 93, 89, 47]. Подробное описание методики учета возмущений гравитационного поля в составе задачи моделирования ГПЗ приводится в работе [35].

Второй составляющей предварительной обработки гравиметрических измерений является редуцирование. Редукция аномалий силы тяжести применяется для решения следующих задач:

- определение отсчетной уровенной поверхности геоида и квазигеоида;
- интерполирование и экстраполирование аномалий силы тяжести;
- выявление изменений гравитационного поля во времени в целях геодинамического мониторинга среды на объектах интенсивной добычи полезных ископаемых;

- мониторинг изменений гравитационного поля Земли для изучения сейсмической и вулканической активности;
- комплексное изучение особенностей строения Земной коры в гравиразведке при поиске полезных ископаемых, а также в различных геофизических исследованиях [21, 34].

Первые четыре задачи входят в круг научно-технических задач геодезии.

Необходимость редуцирования АСТ для решения первой задачи обусловлена тем, что аномалии должны удовлетворять граничным условиям классической краевой задачи физической геодезии. В классическом подходе определения внешнего гравитационного поля Земли АСТ должны представлять значения на поверхности геоида (Gd) [95]:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial R} + 2 \frac{T}{R} \right)_{Gd} = -(g - \gamma - \delta g_R), \quad (1)$$

где T – возмущающий потенциал;

R – радиус земной сферы;

g – измеренная АСТ на поверхности Земли;

γ – сила тяжести уровенного эллипсоида на геоиде;

δg_R – редукция на геоид.

Аномальный гравитационный потенциал, определяемый при помощи функции Стокса в классической задаче (1) физической геодезии, получает простой физический смысл. Однако для получения АСТ на уровенной поверхности требуется проведение сложной математической процедуры «пересчета» аномалий на геоид и удаление масс выше геоида. Такая процедура исторически именуется *редукцией силы тяжести*. Главный недостаток классического подхода к определению внешнего гравитационного поля Земли заключается в необходимости учета влияния фактической плотности распределения топографических масс вдоль линии редуцирования. Для вычисления аномалий силы тяжести на геоиде без значительной потери точности требуется недостижимая в настоящее время точность и детальность моделей распределения масс в земной коре.

Теория, развитая в 50-е гг. прошлого века Молоденским М. С. [29], была направлена на устранение главного недостатка классического способа определения внешнего гравитационного поля Земли. Идея подхода Молоденского заключается в использовании в качестве краевой поверхности физической поверхности Земли. Такой выбор граничной поверхности освобождает от необходимости редуцировать аномалии силы тяжести внутрь масс промежуточного слоя. Дифференциальное уравнение краевой задачи Молоденского имеет вид:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial R} - \frac{T}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial R} \right)_S = -(g - \gamma), \quad (2)$$

где S – физическая поверхность Земли;

γ – сила тяжести уровенного эллипсоида на поверхности Земли.

Решение задачи Молоденского выполняется последовательными приближениями. Теоретически точность определения аномального потенциала по методу Молоденского зависит только от общего количества гравиметрических измерений и плотности их распределения по физической поверхности Земли. Однако организация масштабных гравиметрических съемок и обеспечение высокой плотности измерений сопряжены со значительными материальными затратами. Кроме того, высокая точность моделирования гравитационного поля Земли в глобальном масштабе по меркам даже современных вычислительных средств является непростой задачей. С учетом таких обстоятельств редукция силы тяжести приобретает новый смысл в задаче Молоденского. Целью топографического редуцирования становится сглаживание АСТ. Топографическое редуцирование имеет «сглаживающее» свойство благодаря тому, что топографические массы находятся вблизи краевой поверхности и создают наиболее существенный гравитационный эффект [51].

Кроме того, масса промежуточного слоя доступна для изучения, как с точки зрения геометрии, так и плотности распределения масс. Поэтому высокоточное моделирование масс промежуточного слоя имеет большой практический интерес для геодезии.

Вторая задача редуцирования АСТ возникает при необходимости интерполирования аномалий силы тяжести в места, где сложно, либо невозможно выполнить гравиметрические измерения. Эта задача становится актуальной при решении задачи построения модели гравитационного поля, где требуется осреднение аномалий силы тяжести по регулярным трапециям.

Третья и четвертая задачи возникают в составе работ по геодинамическому мониторингу среды. При решении этих задач требуется выполнять детальное и точное моделирование влияния притяжения характерных объектов локального рельефа (вулканы), крупных инженерных сооружений (плотины ГЭС), карьерных отвалов и т. д. Подробное описание методов высокоточного моделирования локального рельефа приведено в работах [23, 24].

1.2 Типы редукиций силы тяжести

Редукиции аномалий силы тяжести – статические поправки за влияние притяжения масс промежуточного слоя. *Промежуточный слой* – это слой постоянной или переменной толщины, имеющий постоянную либо переменную плотность, заключенный между физической поверхностью Земли и поверхностью относимости нормального гравитационного поля [19]. В некоторых типах редуцирования под промежуточным слоем можно понимать слой ограниченный сверху физической поверхностью Земли и поверхностями геоида или изостатической компенсации снизу.

Для переменного по толщине промежуточного слоя, ограниченного сверху физической поверхностью Земли, процедура редукиции силы тяжести сводится к введению топографической поправки, которая вычисляется в результирующей точке P при помощи общеизвестного объемного интеграла:

$$\delta g(x_P, y_P, z_P) = G \int \int \int_{\tau} \frac{\sigma(x, y, z)}{S^2} d\tau, \quad (3)$$

где $\sigma(x, y, z)$ – объемная функция плотности;

S – линейное расстояние между результирующей и текущей точками интегрирования;

$d\tau$ – элемент объема масс промежуточного слоя.

Существуют следующие типы редуцирования аномалий силы тяжести:

– редукция Буге: (Простая редукция Буге, Редукция Буге с поправкой за сферический параллельный слой, редукция Буге с поправками за рельеф);

– изостатические редукции: Пратта – Хейворда, Эйри – Хейскайнена, редукция региональной изостатической компенсации Венинг-Мейнеса.

– редукции для аномалий, полученных внутри Земных масс: Пуанкаре, Прея.

Условно в данную классификацию можно ввести прямую редукцию Гельмерта [80], метод конденсации Гельмерта (вычисление косвенного эффекта) [64] и инверсионную редукцию Рудзского [43]. Данные типы топографических редукций используются при решении классической задачи физической геодезии для компенсации возникающего косвенного гравитационного эффекта при переносе масс промежуточного слоя под поверхность геоида. В рамках данной диссертационной работы упомянутые топографические редукции рассматриваться не будут.

Редукция Буге представляет собой процедуру учета влияния притяжения промежуточного слоя в виде параллельной пластины, исправленной поправками за рельеф. Наибольшее применение такие редукции находят в геофизической практике. В геодезии данный тип редукции используется в основном для интерполирования аномалий силы тяжести

Изостатические редукции направлены на учет влияния изостатически скомпенсированных масс, находящихся на глубине значительно ниже видимой топографии, по некоторым принятым моделям изостатического равновесия. В настоящее время они применяются для редуцирования гравиметрических измерений не только в геофизике но и в геодезии [61]. При этом наилучшие результаты моделирования гравитационного поля с применением изостатической редукции достигаются в горных областях.

Следует также классифицировать топографические редукции по типу представления объемного элемента dt :

- материальная точка;
- прямоугольная призма;
- сфероидическая трапециевидная призма (тессероид);
- материальная нить;
- призма с криволинейной поверхностью верхних граней.

Вычисление топографической редукции сопряжено с разделением зоны учета влияния промежуточного слоя по областям, в зависимости от удаленности относительно результирующей точки (точка в которой выполняется расчет поправки к АСТ). Области принято разделять следующим образом:

- ближняя область, радиус зоны учета в которой зависит от сложности рельефа местности вокруг результирующей точки. Размер области может варьироваться от сотен метров до десятка километров;
- внешняя область, ограниченная снаружи зоной 200-километрового радиуса и внутренним радиусом ближней области;
- дальняя область, которая охватывает всю поверхность Земли, за пределами зоны 200-километрового радиуса.

Следует отметить, что в российской гравиметрической практике учет топографических масс часто выполняется лишь до 200-километровой зоны, согласно действующим инструкциям. Значимость учета влияния промежуточного слоя всей земли для обработки современных гравиметрических измерений показана в работах Дементьева Ю. В. [13, 19] и подтверждается высокой ошибкой интерполирования аномалий силы тяжести в горизонтальной плоскости при неполном топографическом редуцировании. Так ошибка интерполирования АСТ, при учете влияния рельефа по стандартным рекомендациям (до 200 км) может достигать до 0,8 мГал вблизи горных областей.

Разделение зоны учета влияния рельефа на области возникло из-за того, что при вычислении поправок к АСТ в различных областях (учета влияния рельефа) предъяв-

ляются существенно разные требования к объему и точности исходной информации о рельефе местности. Поскольку сила притяжения масс промежуточного слоя убывает с увеличением расстояния от результирующей точки, то для экономии вычислительных ресурсов можно использовать менее детальные ЦМР для отдаленных областей и менее точные, но более производительные, алгоритмы обработки [59]. Вычисление поправки за рельеф к АСТ часто производится комбинацией различных алгоритмов, каждый из которых применяется в определенной области. Так при вычислении топографической поправки в ближней области используются алгоритмы разделения зоны учета влияния рельефа на подобласти, в каждой из которых методом Рунге вычисляется размер элементарного объемного элемента, а для аппроксимации рельефа местности используются различные аналитические модели, в целях определения высоты элементарного объемного элемента переменного размера.

1.3 Редукция Буге

В геофизической практике для изучения особенностей плотности распределения масс в земной коре невозможно использовать нередуцированные аномалии силы тяжести. Поэтому требуется на стадии предварительной обработки измерений определить и исключить влияние массы выше уровня точки измерений и дефицита массы ниже этого уровня. Достигается это путем различных редукций АСТ, в числе которых находится редукция Буге.

Введение простой классической поправки Буге представляет собой учет влияния притяжения масс промежуточного слоя постоянной толщины при аппроксимации топографических масс плоскопараллельной пластиной бесконечной протяженности [32]:

$$\delta g_{\text{Буге}} = 2\pi G\sigma H, \quad (4)$$

где σ – принятая плотность пластины;

H – толщина пластины Буге, равная нормальной высоте точки измерения силы тяжести.

Следует отметить, что применение классической редукции Буге целесообразно лишь для рельефа, характеризующегося слабой изрезанностью, так как при значительных перепадах высот в области учета влияния рельефа возникают сильные искажения редуцируемых аномалий. Поэтому широкое распространение получила редукция Буге с поправками за рельеф, которая в иностранной литературе именуется как «улучшенная» редукция Буге. В линейной аппроксимации поправка за рельеф к формуле (4) имеет вид [60]:

$$\delta g(x_P, y_P) = \frac{1}{2} G \iint_E \frac{\sigma(x, y) [H(x_P, y_P) - H(x, y)]^2}{[(x_P - x)^2 + (y_P - y)^2]^{3/2}} dx dy, \quad (5)$$

где E – область интегрирования (учета влияния рельефа);

x, y – координаты текущей точки интегрирования (текущей элементарной массы).

Широкое распространение за рубежом получил метод RTM [59], аналитическое представление которого имеет вид:

$$\Delta \delta_{RTM} = 2\pi G \sigma (H_P - H_{ref}) - G \iint_E \int_{H_{ref}} \sigma \frac{(H_P - z) dx dy dz}{S^3}, \quad (6)$$

где H_{ref} – высота средней элевационной поверхности RTM;

H – высота текущей точки интегрирования рельефа;

H_P – высота результирующей точки;

z – высота текущей точки интегрирования.

В ходе вычисления редукции по методу RTM определяется средняя элевационная поверхность с постоянной высотой, равной средней интегральной высоте ЦМР в области учета гравитационного влияния рельефа. После определения высоты средней элевационной поверхности RTM по формуле (6) определяется гравитационное влияние эксцессов и пустот рельефа местности относительно пластины Буге с высотой H_{ref} [58].

Метод RTM показывает высокую эффективность обработки данных при определении уровенной поверхности в областях со сложным рельефом [55]. Реализован метод RTM в составе известного программного комплекса «Gravsoft», предназначенного для моделирования гравитационного поля [58]. Преимущество метода, по мнению разработчиков, состоит в его высокой «сглаживающей» способности, позволяющей улучшить интерполирование аномалий силы тяжести. Главный недостаток метода RTM заключается в том, что находящиеся ниже средней элевационной поверхности функции топографических поправок не являются гармоническими [59].

Важным аспектом применения редукции Буге для моделирования гравитационного поля Земли является форма отсчетной поверхности [9]. В классической редукции Буге отсчетной поверхностью является плоскость. Однако плоская аппроксимация отсчетной поверхности вносит значительные ошибки в определяемые АСТ. Согласно оценкам, редукция Буге без поправок за кривизну отсчетной поверхности может вносить ошибку в АСТ порядка 19 мГал в горных областях [71]. Это обстоятельство делает плоскую аппроксимацию Буге (4) недопустимой при моделировании гравитационного поля Земли.

1.4 Изостатические редукции

Редукции Буге позволяют учитывать гравитационное влияние небольшого объема промежуточного слоя и не всегда способны удовлетворительно сгладить аномальное гравитационное поле. Вычисленные отклонения отвеса с учетом топографических поправок, оказываются значительно меньше реальных, которые получены астрономогеодезическими методами. Это происходит из-за того, что значительная часть спектра гравитационного поля создается массами, которые находятся значительно глубже масс видимого рельефа местности и особенно сильно этот эффект проявляется в горной местности. Поэтому для сглаживания аномального гравитационного поля требуется выполнить учет притяжения масс ниже уровня относимости нормального поля по моделям распределения масс в земной коре. Такими моделями являются модели изостатической компенсации.

Существует три метода изостатических редуций, соответствующих основным моделям изостатической компенсации: Эйри – Хейскайнена, Пратта – Хейворда и Веннинг-Мейнеса. Согласно геофизическим исследованиям, Земная кора приблизительно на 90 % изостатически скомпенсирована. При этом считается, что в большей части изостатическая компенсация соответствует модели Эйри – Хескайнена (80 %) и в значительно меньшей – схеме Пратта [3, 31].

В геодезической и геофизической практике стандартной моделью для учета влияния притяжения изостатически скомпенсированных масс является модель Эйри – Хескайнена. Данная модель предполагает выполнять разделение Земной коры на набор элементарных блоков с постоянной плотностью, которые в свою очередь погружены в вязкую верхнюю мантию. Согласно распространенной методике изостатического редуцирования плотность блоков принимается равной плотности гранита $\sigma_0 = 2,67 \text{ г/см}^3$, а плотность масс верхней мантии $\sigma_M = 3,27 \text{ г/см}^3$. Для учета блоков акваторий плотность масс воды принимают равной плотности соленой воды $\sigma_w = 1,027 \text{ г/см}^3$. Условие изостатического равновесия Эйри – Хейскайнена имеет следующий вид [4]:

$$\begin{aligned}(\sigma_M - \sigma_0)d &= \sigma_0 H, \\ d &= 4,45H,\end{aligned}\tag{7}$$

где d – глубина погружения блока в верхнюю мантию относительно уровня компенсации (30 км);

H – высота блока относительно уровня мирового океана.

Для акваторий условие равновесия имеет вид:

$$\begin{aligned}(\sigma_M - \sigma_0)d' &= (\sigma_0 - \sigma_w)H', \\ d' &= 2,73H',\end{aligned}\tag{8}$$

где d' – глубина «анти-корня» (высота основания блока относительно уровня компенсации);

H' – глубина коры.

Топографо-изостатическая поправка к АСТ по модели Эйри – Хескайнена имеет вид [92]:

$$\delta g_{AH} = \delta g_{top} - \delta g_{comp/AH}, \quad (9)$$

$$\delta g_{comp/AH} = G \iint_E \int_{-T_0-d-H_p}^{-T_0-H_0} \frac{\sigma(x, y, z)(H_p - z) dx dy dz}{[(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 + (H_p - z)^2]^{3/2}},$$

где δg_{top} – топографическая поправка;

T_0 – глубина компенсации.

В горных областях точность интерполирования АСТ в топографо-изостатической редукции значительно превосходит точность интерполирования аномалий в редукции Буге. Результаты практического применения топографо-изостатической редукции к моделированию гравитационного поля можно найти в работах [86, 92].

В модели изостатической компенсации Пратта – Хейфорда предлагается выполнять разделение земной коры на блоки разной плотности, которая зависит от высоты блока над уровнем компенсации. Блоки, чья высота равна нулю при глубине компенсации $T = 100$ км имеют плотность $2,67 \text{ г/см}^3$. И чем выше плотность блока, тем меньше он выдается над отсчетной поверхностью компенсации. Уравнение изостатического равновесия Пратта – Хейфорда имеет вид:

$$(d + H)\sigma = d\sigma_0, \quad (10)$$

$$(d - H')\sigma + H\sigma_w = d\sigma_0.$$

При этом согласно методике изостатического редуцирования по модели Пратта – Хейфорда необходимо выполнять учет влияния притяжения блоков по всей поверхности Земли.

Важно отметить, что модели изостатической компенсации Пратта – Хейфорда и Эйри – Хескайнена являются сильно упрощенными. Более строгой является модель региональной изостатической компенсации Веннинг-Мейнеса, в ко-

торой рельеф рассматривается как нагрузка на деформируемую упругую кору. Однако из-за сложности вычислений данная схема практически не используется в геодезической практике.

Представленные в 1.4 формулы для вычисления топографо-изостатических редукций даны в плоской аппроксимации. Формулы сферической аппроксимации топографо-изостатических редукций можно найти в работе [76]. В работе [75] можно найти формулы и алгоритм расчета изостатических поправок для обработки градиентометрических измерений.

Одной из главных характеристик, позволяющих оценить качество редуцирования АСТ тем или иным способом, является малая величина разности аномалий высот, полученных из модели ГПЗ (разработанной с применением топографического редуцирования) с аномалиями высот, вычисленным по разности спутниковых и нормальных высот [22]. Анализ качества моделирования гравитационного поля Земли с использованием различных типов топографической редуции приводится в большом количестве научных работ [44, 45, 82, 87]. Результаты этих исследований позволяют сделать вывод, что различные типы редуцирования АСТ хоть и дают достаточно близкие модели уровенных поверхностей, но в определенных участках Земли эти модели могут различаться в пределах нескольких сантиметров. В областях со сложным рельефом местности, нередко наблюдаются значительные отклонения моделей до нескольких десятков сантиметров. Это позволяет сделать вывод, что не существует общепризнанно лучшей методики топографического редуцирования АСТ. Эти обстоятельства осложняют задачу предварительной обработки данных при моделировании гравитационного поля Земли, заставляя исследователей использовать при вычислениях топографических поправок к АСТ различные типы редукций, как в целях контроля вычислений, так и для оценки наиболее эффективных методик на определенных участках Земли.

1.5 Методы вычисления топографической редукции

При обработке больших массивов разнородной гравиметрической информации для разработки современных глобальных ультрарастепенных моделей гравитационного поля Земли, требуются одновременно точные и быстрые алгоритмы топографического редуцирования АСТ. Все перечисленные в 1.2 и 1.3 способы учета влияния притяжения масс промежуточного слоя могут быть определены при помощи:

- численного интегрирования;
- быстрого дискретного преобразования Фурье (Хартли);
- сферических гармонических функций;
- системы точечных масс или материальных нитей.

Опорным способом вычисления поправок за рельеф является численное интегрирование. Второй способ является интегральным преобразованием первого. В третьем и четвертом способах предполагается выполнение численного интегрирования на одном из этапов.

Способ численного интегрирования является самым трудоемким из перечисленных, но его точность ограничена только типом объемного элемента интегрирования и качеством исходной информации в ЦМР. Приведем наиболее распространенные способы вычисления поправок за рельеф численным интегрированием.

При реализации численного способа в строгой формуле вычисления поправок за рельеф (3) интегрирование по всему объему промежуточного слоя заменяется суммированием по элементарным притягивающим объемам:

$$\delta g(x_P, y_P) = -G\sigma \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \int_{x_n - \Delta x/2}^{x_n + \Delta x/2} \int_{y_n - \Delta y/2}^{y_n + \Delta y/2} \int_{H_P}^{H_n} \frac{(H_P - z)}{S^3(x_P - x, y_P - y, H_P - z)} dx dy dz, \quad (11)$$

где $\Delta x, \Delta y$ – размеры элементарного притягивающего тела;

N, M – количество притягивающих тел в области интегрирования;

x_n, y_n – координаты центра симметрии притягивающего тела;

H_n – высота притягивающего тела.

Как уже отмечалось, при численном интегрировании используются следующие представления объемного элемента для аппроксимации промежуточного слоя:

- прямоугольная призма;
- материальная точка;
- призма с криволинейными гранями;
- материальная нить;
- тессероид.

Представление масс промежуточного слоя набором прямоугольных призм было широко распространено в алгоритмах вычисления поправок за рельеф до 2000 г. Формула расчета топографической поправки к АСТ при помощи объемного элемента в виде прямоугольной призмы, внутри которой плотность масс постоянна, имеет вид [63]:

$$\begin{aligned} \delta g(x_p, y_p) = & -G\sigma \{ x \ln[y + S(x, y, z)] + y \ln[x + S(x, y, z)] - \\ & - z \arctan \frac{xy}{zS(x, y, z)} \} \Big|_{x_p-(x_n-\Delta x/2)}^{x_p-(x_n+\Delta x/2)} \Big|_{y_p-(y_n-\Delta y/2)}^{y_p-(y_n+\Delta y/2)} \Big|_{H_p-H_{nm}}^0, \end{aligned} \quad (12)$$

где $S(x, y, z)$ – функция расстояния между притягиваемой точкой и притягивающей призмой.

Существенно упростить формулу (12) можно путем концентрирования массы всей призмы в одной точке:

$$\delta g(x_p, y_p) = \frac{-G\sigma \Delta x \Delta y \Delta z}{S} [1 + O(\Delta^2)], \quad (13)$$

где $O(\Delta^2)$ – символ Ландау;

$\Delta x \Delta y \Delta z$ – объем призмы, сконцентрированный в точке.

Методика вычисления топографической редукции АСТ по формуле (13) именуется расчетом по системе точечных масс.

В работе [91] представлен алгоритм вычисления топографических поправок при помощи призмы, в которой верхняя и нижняя грани не являются перпендикулярными боковым граням, а являются наклонными в соответствии с данными о рельефе местности по ЦМР, что позволяет повысить качество аппроксимации промежуточного слоя.

Вычисления поправки к АСТ за рельеф при помощи вертикальной материальной нити позволяет существенно повысить скорость обработки данных относительно алгоритмов вычисления поправок по прямоугольным призмам. Формула вычисления поправки к АСТ за рельеф по материальным нитям имеет вид [73]:

$$\delta g(x_p, y_p) = -G\sigma \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \left[\frac{1}{S(x_p - x_n, y_p - y_m, 0)} - \frac{1}{S(x_p - x_n, y_p - y_m, H_p - H_{mn})} \right]. \quad (14)$$

Однако чем больше размер ячейки сетки ЦМР, тем сильнее отличаются результаты вычислений поправок к АСТ по формуле (14) от результатов, полученных по формуле (12). В исследовании [73] показано, что разница поправок, вычисленных по формулам (14) и (12) достигает величины 4,5 мГал, при среднеквадратическом отклонении в 0,6 мГал (размер области учета влияния рельефа 100×100 км, количество точек в ЦМР – 600×600). Но при этом представление объемного элемента материальной нитью увеличивает скорость обработки более чем в 10 раз, что может быть полезно для обработки гравиметрических измерений, характеризующихся низкой точностью. Аналог формулы (14), но для сферической отчетной поверхности представлен в работе [39].

Особый интерес представляет обработка данных аэрогравиметрии, где требуется вводить поправки к АСТ за рельеф в градиентометрические измерения. Так как аэрогравиметрические измерения характеризуются низкой точностью

по сравнению с наземными, то становится оправданным использовать приближенные формулы для предварительной обработки данных [96]:

$$\begin{aligned} \delta M_{zz}(x_P, y_P) = & -G\sigma \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \left[\frac{x_P - x}{(y_P - y) + S} - \frac{y_P - y}{(y_P - y) + S} \right] \frac{z_0 - z}{S} - \\ & - \arctan \frac{(x_P - x)(y_P - y)}{(z_0 - z) + S} + \\ & + \frac{(x_P - x)(y_P - y)(z_0 - z)[r^2 + (z_0 - z)^2]}{(z_0 - z)^2 S^3 + S(x_P - x)^2 (y_P - y)} \Big|_{x_P - (x_n - \Delta x / 2)}^{x_P - (x_n + \Delta x / 2)} \Big|_{y_P - (y_n - \Delta y / 2)}^{y_P - (y_n + \Delta y / 2)} \Big|_0^{H(x, y)}, \end{aligned} \quad (15)$$

где δM_{zz} – поправка в компоненту тензора Марусси в вторую производную от потенциала силы тяжести по высоте.

В статье [68] приводится сравнение двух форм представления объемного элемента при вычислении поправки к спутниковым градиентометрическим измерениям. В первом варианте использовалась классическая прямоугольная призма, а во втором – треугольная призма. Ожидаемо большие разности были получены на профилях в горных областях ($< 0,35$ Э), и меньшие на равнинных ($< 0,05$ Э). Однако с практической точки зрения приведенные значения разностей следует считать малыми в обоих случаях.

В России при геофизических исследованиях, для расчета поправок к АСТ за влияние масс промежуточного слоя в ближней и внешней областях, применяют формулу Г. Г. Ремпеля [30]. Объемный элемент в формуле Ремпеля представляет собой вертикальную призму, которая требует подготовки информации ЦМР в виде средних значений высот по сферическим секторам, разбитым на зоны (аналогично классическим способам расчета поправок по палеткам). Точная формула для топографической поправки к АСТ за влияние притяжения масс промежуточного слоя для i -го сферического сектора имеет вид:

$$\delta g_A^i = 2\pi G\sigma \left\{ \frac{1}{3R_A^2} [R_H^3 - R_0^3 + p_H c_H - p_0 c_0] + R_A x (1 - x^2) \ln \frac{R_0 - R_A x + p_0}{R_H - R_A x + p_H} \right\}, \quad (16)$$

где

$$p_j = \sqrt{R_A^2 + R_j^2 - 2R_A R_j x}, \quad c_j = R_j^2 + R_A R_j x + 3R_A^2 x - 2R_A^2,$$

$$j = 0, H, \quad x = \cos \frac{\rho}{R_0}, \quad R_A = R_0 + H_A, \quad R_H = R_0 + H_i,$$

где R_0 – средний радиус Земли;

H_A – высота результирующей точки над сферической Землей.

Глубокий анализ способов и алгоритмов вычисления поправок к АСТ за рельеф при помощи вертикальных призм, а также подходы к преодолению различных практических сложностей, возникающих при реализации алгоритмов, можно найти в работах одного из пионеров в области автоматизации вычислений топографических поправок D. Nagy [78, 79].

В последние десятилетия, большое распространение получили способы вычисления поправок к АСТ за влияние притяжения масс промежуточного слоя, где объемный элемент представляется сфероидической трапецевидной призмой – тессероидом (рисунок 1).

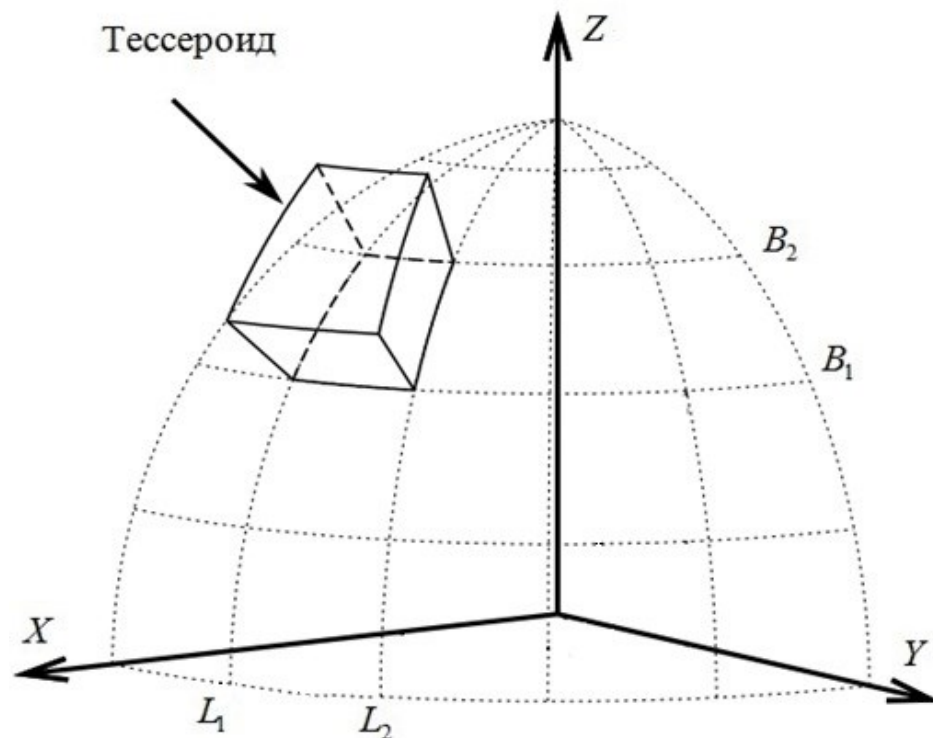


Рисунок 1 – Геометрия тессероида

Так как цифровые модели рельефа часто заданы в виде матриц с высотами, усредненными по регулярным трапециям, то представление объемного элемента тессероидом лучшим образом аппроксимирует массы промежуточного слоя. Кроме того вычисление поправок к АСТ по тессероидам позволяет увеличить скорость обработки гравиметрических измерений. Алгоритм, представленный в работе [65], позволяет повысить скорость вычислений в 10 раз по сравнению с алгоритмами расчета поправки по прямоугольным призмам. Также представление объемного элемента тессероидом позволяет выполнять расчеты топографических поправок к АСТ сразу с учетом сферичности Земли.

Формулу для учета гравитационного влияния притяжения тессероида в сферических координатах (r, φ, λ) можно также найти в работе [65]:

$$\delta g(x_P, y_P) = G\sigma\Delta r\Delta\varphi\Delta\lambda[L_{000} + \frac{1}{24}(L_{200}\Delta r^2 + L_{020}\Delta\varphi^2 + L_{002}\Delta\lambda^2) + O(\Delta^4)], \quad (17)$$

где коэффициенты L_{ijk} вычисляются по формулам:

$$L_{ijk} = \frac{1}{(i+j+k)!} \frac{\partial^{i+j+k} L(r', \varphi', \lambda')}{\partial r'^i \partial \varphi'^j \partial \lambda'^k} \Bigg|_{\substack{r'=r_0 \\ \varphi'=\varphi_0 \\ \lambda'=\lambda_0}}, \quad (18)$$

$$L(r', \varphi', \lambda') = \frac{r_0^2 (r - r_0 \cos \varphi_0)}{S_0^3},$$

где $(r_0, \varphi_0, \lambda_0)$ – сферические координаты результирующей точки.

Для определения топографической поправки к АСТ по формуле (18) требуется выполнить численное интегрирование по всей области учета влияния промежуточного слоя.

Улучшенные формулы определения топографической редукции АСТ, оптимизированные под процедуру «удаление-восстановление» приводятся в статье [62]. Вместо того чтобы отдельно вычислять по интегральным формулам поправку к потенциалу, поправку к силе тяжести и поправку ко второй производ-

ной от потенциала силы тяжести, авторы предложили свести данные формулы в единый интеграл. Этот способ также позволяет увеличить скорость обработки данных. Оптимизация достигается за счет представления (18) в прямоугольных координатах:

$$\begin{pmatrix} V(r, \varphi, \lambda) \\ g_i(r, \varphi, \lambda) \\ M_{ij}(r, \varphi, \lambda) \end{pmatrix} = G\sigma \iiint_{\tau} \frac{1}{S^3} \begin{pmatrix} \Delta x_i \Delta x_j \\ \Delta x_i \\ \frac{3\Delta x_i \Delta x_j}{S^2} - \delta_{ij} \end{pmatrix} d\tau, \quad (19)$$

$$g_i = \frac{\partial V(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_i}, \quad (20)$$

$$M_{ij} = \frac{\partial^2 V(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= r'(\cos \varphi \sin \varphi' - \sin \varphi \cos \varphi' \cos \delta \lambda), \\ \Delta x_2 &= r' \cos \varphi' \sin \delta \lambda, \\ \Delta x_3 &= r' \cos \varphi - r, \end{aligned} \quad (22)$$

$$S(x, y, z) = \sqrt{(\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2)} = \sqrt{\Delta x_i \Delta x_j}, \quad (23)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера;

$\Delta x_i \Delta x_j$ – использовано правило суммирования Эйнштейна;

$V(r, \varphi, \lambda)$ – функция топографического потенциала;

M_{ij} – тензор Марусси.

Аналогичные интегральные формулы для вычисления поправки к силе тяжести и потенциалу в тессероидальном представлении объемного элемента и с учетом эллипсоидальной отчетной поверхности можно найти в работах [52, 81].

Упрощенная формула для высокопроизводительного расчета топографической поправки к АСТ по объемам тессероидов в эллипсоидальных координатах

тах (B, L, H) также представлена в работе [12]. Она также как и в работе [81] учитывает кривизну уровенного эллипсоида:

$$\delta g(x_P, y_P) = -G\sigma \sum_{i=0}^{I-1} \frac{V_i}{S_i^2} \cos(\mathbf{S}_i, \mathbf{R}_P), \quad (24)$$

где

$$\cos(\mathbf{S}_i, \mathbf{R}_P) = \frac{\mathbf{S}_i \mathbf{R}_P}{S_i R_P},$$

$$V_i = M_i \Delta B N_i \cos B_C \Delta L H_C,$$

$$\Delta B = B_2 - B_1; \quad \Delta L = L_2 - L_1,$$

$$\mathbf{R}_P = \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N_P + H_P) \cos B_P \cos L_P \\ (N_P + H_P) \cos B_P \sin L_P \\ [(1 - e^2) N_P + H_P] \sin B_P \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_C = \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N_i + H_C/2) \cos B_C \cos L_C \\ (N_i + H_C/2) \cos B_C \sin L_C \\ [(1 - e^2) N_i + H_C/2] \sin B_C \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{S}_i = (\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_P), \quad S_i = |\mathbf{S}_i|, \quad R_P = |\mathbf{R}_P|.$$

В формуле (24) обозначено:

G – гравитационная постоянная;

σ – средняя плотность топографических масс;

V_i – объем текущего тессероида – сфероидической трапецевидной призмы, ограниченной меридианами с долготами L_1 , L_2 и параллелями с широтами B_1 и B_2 (рисунок 2);

I – количество тессероидов в области учета влияния рельефа;

$\mathbf{S}_i \mathbf{R}_p$ – скалярное произведение векторов \mathbf{S}_i и \mathbf{R}_p ;

M_i, N_i – средние радиусы кривизны меридиана и первого вертикала нижней грани текущего тессероида;

B_p, L_p, H_p, N_p – геодезическая широта, долгота, высота и радиус кривизны первого вертикала результирующей точки, для которой выполняется расчет топографической поправки;

H_C – геодезическая высота верхней грани тессероида;

e^2 – квадрат первого эксцентриситета земного эллипсоида.

На рисунке 2 обозначены:

C – точка на верхней грани тессероида, определяемая координатами:

$$B_C = \frac{B_1 + B_2}{2}; \quad L_C = \frac{L_1 + L_2}{2};$$

r – расстояние от результирующей точки P до текущей точки A интегрирования в теле тессероида;

ρ – расстояние от точки C до текущей точки интегрирования в теле тессероида;

\mathbf{S}_i – вектор, соединяющий результирующую точку и точку C ;

\mathbf{R}_p – геоцентрический радиус-вектор результирующей точки;

\mathbf{R}_A – геоцентрический радиус-вектор текущей точки интегрирования в теле тессероида;

\mathbf{R}_C – геоцентрический радиус-вектор точки C .

Формула (24) применима только к учету влияния притяжения масс промежуточного слоя для дальних областей, на расстояниях свыше 150 км от результирующей точки вычислений, но позволяет повысить скорость обработки гравиметрических измерений. Это не позволяет применить алгоритм [12] к процедуре удаления-восстановления.

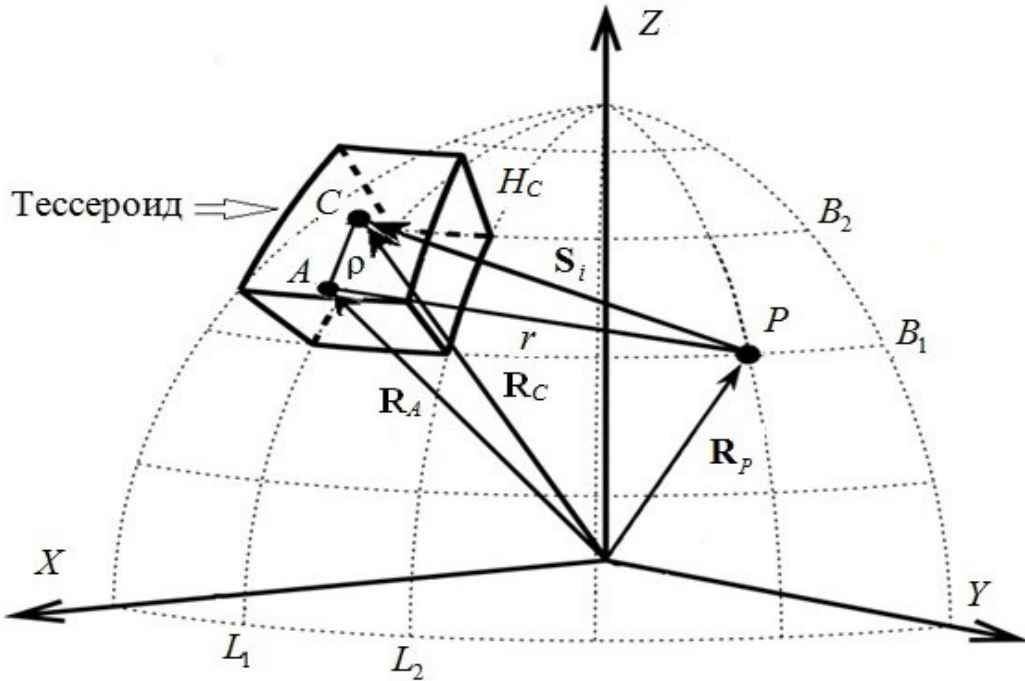


Рисунок 2 – Геометрия расположения тессероида и результирующей точки

С одной стороны, тессероид хорошо подходит для аппроксимации промежуточного слоя как с физической, так и с вычислительной точек зрения. Но с другой, интеграл (3) по тессероиду не может быть выражен точной аналитической формулой, что накладывает ограничения на его применение. В работе [41] для обхода этого ограничения предлагается первоначально производить преобразование тессероида в цилиндрическую проекцию, после чего в проекции выполнять расчет по строгим замкнутым аналитическим формулам. Однако данный подход требует дополнительного изучения.

Во всех вышеупомянутых способах определения топографической поправки к АСТ плотность масс промежуточного слоя полагалась постоянной. Согласно современной оценке значение средней плотности пород топографических масс известно с ошибкой 10 %, что сказывается на точности вычисления поправок к АСТ. Также следует отметить, что массы промежуточного слоя распределены крайне неоднородно, что также приводит к искажению результатов определения топографической редукции. Поэтому существуют множество предложений по улучшению процедуры редуцирования АСТ за счет подключения моделей плотностей.

Одним из таких предложений является способ RET (rock-equivalent topography) [72], в котором предлагается представлять аномальные массы, находящиеся выше коренных пород, в виде эквивалентного по толщине слоя коренных пород (рисунок 3).

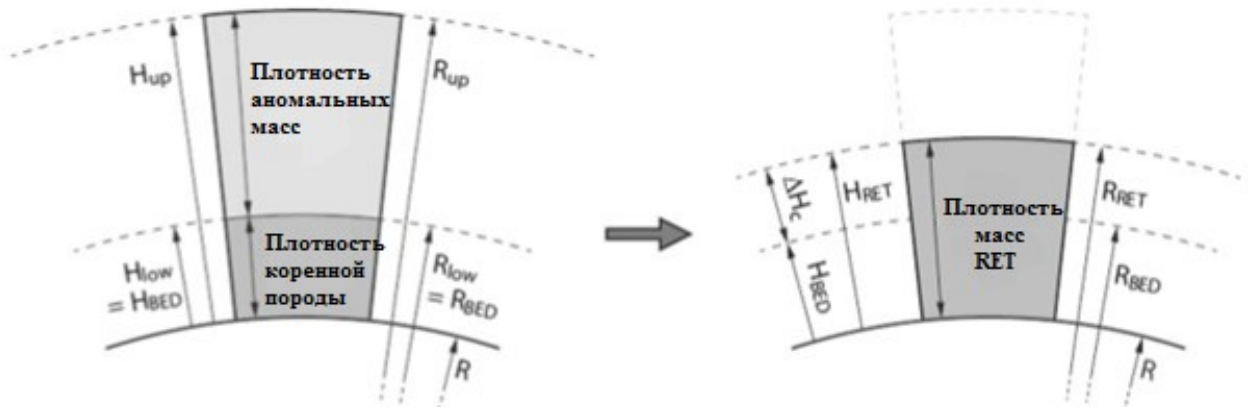


Рисунок 3 – Принцип RET

Цифровые модели рельефа, такие как Earth 2014 [67] или ETOPO1 [40], содержат данные о рельефе морского дна и ледяного покрова. Эта информация позволяет выполнять интегрирование (3) с учетом разделения плотностей масс льда, морской и пресной вод [6]. Однако вычисленные данным способом поправки могут использоваться только при выполнении редукции АСТ, измеренных на больших расстояниях от земной поверхности.

Использование более точных моделей плотностей позволяет существенно повысить качество топографического редуцирования АСТ. Так в работе [97] при моделировании топографической составляющей аномального гравитационного поля использовалась примитивная модель плотностей. Однако полученная модель ГПЗ, с учетом влияния плотности распределения масс промежуточного слоя, показала улучшение в сравнении с моделью ГПЗ, в которой при вычислении поправок за рельеф плотность топографических масс была постоянной. Улучшение точности моделирования геоида составило порядка 10 % (2–3 см). В аналогичной работе [94] отклонения в плотности распределения масс от среднего значения на 14 % приводили к ошибкам в определении аномалий высот порядка 10 см.

Аналогичные исследования также проводились в разных уголках земного шара [42, 70, 85], и все они указывают однозначно на невозможность достижения сантиметрового уровня точности в моделировании гравитационного поля Земли без использования высокоточных моделей плотностей.

1.6 Вычисление топографических редукций при помощи быстрого преобразования Фурье

Быстрое преобразование Фурье (БПФ) широко применяется на практике при вычислениях топографических редукций. Внедрение БПФ в геодезическую практику произошло сравнительно недавно. Благодаря способности многократно увеличивать скорость обработки информации в сравнении с методами численного интегрирования этот способ получил широкое распространение [53, 73]. Большая часть работ по применению БПФ в геодезии приходится на 90-е гг. прошлого столетия. Пионерской работой по применению БПФ для расчета топографических поправок можно считать работу [57].

Интегральное преобразование Фурье переводит непрерывные функции в частотную область, таким образом, что исходная функция $x(t)$ преобразуется к интегралу синусоид разных частот, амплитуд и фаз $X(f)$:

$$X(f) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} (x(nT) \exp(-2jk\pi nT)), \quad (25)$$

где T – интервал дискретизации;

$x(nT)$ – функция от аргумента t .

В целях сокращения объемов записи приняты следующие обозначения для прямого и обратного преобразований Фурье соответственно:

$$\begin{aligned} X(f) &= F[x(t)], \\ x(t) &= F^{-1}[X(f)]. \end{aligned} \quad (26)$$

Одной из центральных теорем, относящихся к интегральному преобразованию Фурье является теорема свертки: пусть имеются две функции $x(t)$ и $h(t)$ и если и Фурье-образы (интегральные преобразования) $X(f)$ и $H(f)$ существуют, то свертка $y(t)$ функций $x(t)$ и $h(t)$ определяется как:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau \quad \text{или} \quad y(t) = x(t) * h(t). \quad (27)$$

При этом БПФ интегральной свертки выглядит следующим образом:

$$F\{y(t)\} = Y(f) = X(f) * H(f). \quad (28)$$

Практически все интегралы, фигурирующие в физической геодезии – интегралы типа свертки. Не оказался в стороне и интеграл для расчета топографической поправки Молоденского за рельеф [25]:

$$\delta g(x, y) = \frac{1}{2} G\sigma \{t(x, y) * l(x, y) - 2h(x, y)[h(x, y) * l(x, y)] + L_{00}t(x, y)\}, \quad (29)$$

где $l(x, y) = (x^2 + y^2)^{-3/2}$;

$$t(x, y) = h^2(x, y).$$

Формула (29) после применения теоремы о свертке имеет вид:

$$\delta g(x, y) = \frac{1}{2} G\sigma [F^{-1}\{T(u, v)L(u, v)\} - 2h(x, y)F^{-1}\{H(u, v)L(u, v)\} + L(0, 0)T(u, v)], \quad (30)$$

где $T(u, v), L(u, v), H(u, v)$ – Фурье образы функций $t(x, y), l(x, y), h(x, y)$.

Такое преобразование позволяет увеличить скорость вычислений более чем в сотни раз, в сравнении с методами численного интегрирования.

Поправка к АСТ за рельеф, определяемая на основе БПФ применяется в основном при обработке данных рельефа дальней и внешней областей, где

при обработке данных используется большое количество высотной информации [66]:

$$\delta g(x, y) = c_0(x_P, y_P) + c_1(x_P, y_P) + c_2(x_P, y_P) + c_3(x_P, y_P) + \dots, \quad (31)$$

где c_0 – топографическая поправка, вычисленная по приближенной формуле методом численного интегрирования;

c_i – добавочные члены, рассчитываемые БПФ.

Формула для вычисления первого поправочного члена имеет вид:

$$c_1(x_P, y_P) = \frac{1}{2} G \sigma [(h^2_P - a^2) F^{-1} \{H_0 F_1\} - 2h(x_P, y_P) F^{-1} \{H_1 F_1\} + F^{-1} \{H_2 F_1\}], \quad (32)$$

где $H_k = F\{H^k\}, k = 0, 1, 2, 3 \dots$ – Фурье – образы функции; $H^k(x, y)$ – функции от расстояния между притягивающей и притягиваемой точками;

h_P – высота результирующей точки.

Функция F_1 имеет вид:

$$F_1 = F\{f_{11}(x, y, \alpha) + f_{11}(x, y, \alpha) - f_{12}(x, y, \alpha)\}, \quad (33)$$

где

$$f_{11}(x, y, \alpha) = \frac{-x}{[y + r(x, y, \alpha)]r(x, y, \alpha)} \Bigg|_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} \Bigg|_{y-\Delta y/2}^{y+\Delta y/2},$$

$$f_{12}(x, y, \alpha) = \frac{xy(r^2 + \alpha^2)}{[x^2 y^2 + \alpha^2 r^2]r} - \frac{1}{\alpha} \arctan\left(\frac{xy}{\alpha r}\right) \Bigg|_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} \Bigg|_{y-\Delta y/2}^{y+\Delta y/2},$$

где α – параметр, обеспечивающий увеличение скорости сходимости ряда (42) и равный размеру ячейки матрицы высот в ЦМР при аппроксимации рельефа вещественными прямоугольными призмами.

Приведенные в 1.6 формулы для расчета топографических поправок даны в двухмерном варианте быстрого преобразования Фурье. Более строгое определе-

ние топографических поправок по трехмерному преобразованию БПФ не дает столь же значительного, как в двухмерном, увеличения скорости обработки информации. Но при этом он также может использоваться на практике [59].

Следует отметить, что все представленные в 1.3 интегральные формулы для вычисления редукции силы тяжести могут быть выражены через преобразование Фурье. При этом многие авторы новых интегральных формул для вычисления поправок за рельеф сразу приводят их в терминах Фурье образов. Более подробное описание методики БПФ преобразования интегральных формул для расчета топографических поправок приводится в работах [84] и [85].

1.7 Формы представления моделей поправок к аномалиям силы тяжести за рельеф

Оптимизировать процесс вычисления топографических поправок к АСТ можно за счет аппроксимации потенциала промежуточного слоя различными аналитическими моделями. При этом предполагается, что значения топографического потенциала и поправок к силе тяжести первоначально вычисляются каким-либо интегральным способом, а затем раскладываются в ряд по сферическим функциям или по эквивалентной системе элементарных масс (в основном точечных). Интегрирование по меньшему количеству элементарных объемных элементов, для системы точечных масс, или суммирование сферического полинома позволяет экономить значительные вычислительные средства, что актуально при обработке больших массивов измерений. Однако при необходимости изменения каких-либо параметров топографического редуцирования, таких как изменение модели ЦМР или моделей плотностей, модели топографического потенциала требуют перерасчета.

Формулы определения потенциала промежуточного слоя по сферическим гармоническим функциям имеют вид [48]:

$$\delta V(P) = \frac{GM}{R} \sum_{n,m} \left(\frac{R}{R_p} \right)^{n+1} \bar{V}_{nm}^R \bar{Y}_{mn}(P), \quad (34)$$

где R – радиус сферы;

R_p – расстояние от центра сферы до результирующей точки;

n, m – степень и порядок гармонического коэффициента;

\bar{Y}_{nm}^R – нормализованные сферические функции.

Коэффициенты в (34) рассчитываются следующим образом:

$$\bar{V}_{nm}^R = \frac{1}{M(2n+1)} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{r_{\Sigma}(\theta,\lambda)} \left(\frac{r}{R}\right)^n \sigma \bar{Y}_{nm} r^2 \sin \theta d\theta d\lambda dr, \quad (35)$$

где r – радиус-вектор текущей точки интегрирования;

$r_{\Sigma}(\theta,\lambda)$ – геоцентрическое расстояние до поверхности притягивающего тела;

θ – дополнение широты ($90-\varphi$).

Потенциал силы тяжести, заданный сферическим полиномом не всегда удобен в практическом применении, например в случае моделирования гравитационного поля с использованием эллипсоидальных гармонических функций. Способы определения коэффициентов разложения потенциала промежуточного слоя по сферическим функциям, совместимых с моделями ГПЗ в эллипсоидальной аппроксимации приводятся в работе [49].

В работе [15] приводится оптимизированный алгоритм для определения топографических поправок за влияние регионального рельефа местности с помощью системы элементарных материальных нитей. В способе [15] предполагается первоначально выполнить численным методом расчет поправок к АСТ в узлах регулярной сетки определенного размера. Затем методом последовательных приближений, через решение системы алгебраических линейных уравнений, определить плотности масс материальных нитей, располагающихся под узлами регулярной сетки:

$$\sigma \mathbf{F} = \delta \mathbf{g}_p, \quad (36)$$

$$F(x_0, y_0, z_0) = \frac{G}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}}, \quad (37)$$

где σ – вектор неизвестных плотностей материальных нитей;

F – матрица коэффициентов вида (37);

δg_p – вектор значений поправок в узлах регулярной сетки.

В формуле (37) координаты с нулевым индексом обозначают координаты результирующих точек, без индекса – текущие координаты материальных нитей.

В результирующей точке поправка к АСТ рассчитывается путем интегрирования по полученной системе материальных нитей.

В работе [20] представлен способ оптимизации вычислений топографических поправок к АСТ с помощью интегральных параметров (ИП). Предложенный способ [20] позволяет не только повысить скорость обработки данных, но и оптимизировать процедуру переобработки архивных гравиметрических карт аномалий Буге. Вопрос переобработки гравиметрических карт актуален для России, так как подавляющая часть гравиметрической информации на территорию РФ и сопредельных государств была собрана и по-прежнему собирается в целях гравиразведки. Тогда как аномалии силы тяжести в редукции Буге имеют ограниченное применение в геодезии.

В работе [20] приведены формулы преобразования простой редукции Буге к редукции за топографический промежуточный слой, необходимой для моделирования гравитационного поля. В данном методе область учета рельефа представляется в виде n круговых зон, поделенных на m секторов.

$$\left[\begin{array}{l} \delta g_{сф.нр.сл.}(\rho_n, \rho_k) = a(2H_P H_0 - \bar{H}^2) + F(\rho_n, \rho_k) \tilde{H} \\ \delta g_{сф.}(\rho_n, \rho_k) = a(H_P^2 - 2H_P H_0 + \bar{H}^2) + F(\rho_n, \rho_k) (H_P - \tilde{H}) \\ \delta g_{сф.нар.сл.}(\rho_n, \rho_k) = aH_P^2 + F(\rho_n, \rho_k) H_P \end{array} \right], \quad (38)$$

где

$$H_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\rho_{i_2} - \rho_{i_1}}{\rho_{i_2} \rho_{i_1}} H_{i,j}}{\frac{\rho_k - \rho_n}{\rho_k \rho_n}}, \quad \bar{H}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\rho_{i_2} - \rho_{i_1}}{\rho_{i_2} \rho_{i_1}} H_{i,j}^2}{m \frac{\rho_k - \rho_n}{\rho_k \rho_n}},$$

$$\tilde{H} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m F(\rho_{i_1}, \rho_{i_2}) H_{i,j}}{m \sum_{i=1}^n F(\rho_{i_1}, \rho_{i_2})},$$

$$a = \pi G \sigma \frac{\rho_k - \rho_n}{\rho_n \rho_k}, \quad F(\rho_n, \rho_k) = 2\pi G \sigma \left(\sin \frac{\rho_k}{2R} - \sin \frac{\rho_n}{2R} \right),$$

ρ_{i_1}, ρ_{i_2} – величины внутреннего и внешнего радиусов i -й зоны;

$H_{i,j}$ – высота рельефа в j -м секторе;

R – среднее значение радиуса Земли.

Величины $H_0(\rho_n, \rho_k)$, $\bar{H}^2(\rho_n, \rho_k)$, $\tilde{H}(\rho_n, \rho_k)$ изменяются линейно в пределах интервалов определенных размеров, и поэтому могут быть вычислены однократно, а затем использоваться для обработки последующих гравиметрических измерений. Такая форма представления модели поправок за рельеф к АСТ имеет значительное преимущество перед представлением в виде коэффициентов разложения по сферическим функциям, за счет того, что результаты вычисления поправок к АСТ путем интерполирования ИП будут менее сглаженными, если размер ячейки сетки задания интегральных параметров будет обеспечивать требующуюся точность вычисления поправок к АСТ. Аналогичный способ преобразования АСТ, изначально определенных в редукции Буге, в аномалии силы тяжести с поправками за топографический промежуточный слой представлен в зарубежной работе [54].

В работе [12] также предложен способ представления модели для вычисления топографических поправок к АСТ в виде интегральных параметров. Также как и в способе [20] интегральные параметры можно интерполировать в горизонтальной и вертикальной плоскостях, что позволяет вычислять поправки в произвольной результирующей точке внутри ячейки сети ИП. Интегральные параметры в способе [12] определяются на основе поправок за рельеф, вычисленных на поверхности отсчетного эллипсоида и поверхности, задаваемой ЦМР. Данный спо-

соб в отличие от [20] универсален относительно выбора способа вычисления интегральных параметров.

Способы [12] и [20] имеют следующий недостаток: чем ближе находится область учета влияния рельефа к результативной точке вычисления топографической поправки, тем меньше становится зона возможного интерполирования поправок. Однако путем определения оптимального соотношения между размером области учета влияния рельефа и размером ячейки сети ИП можно определить условия для вычисления поправок к АСТ за рельеф с заданной точностью. Способ [12] предлагается использовать для моделирования влияния притяжения масс промежуточного слоя дальних областей, находящихся за 200-километровой внешней областью. В работах Дементьева Ю. В. показано, что для высокоточной реализации модели ИП достаточно обеспечить точность информации в исходной ЦМР на уровне десяти метров.

1.8 Цифровые модели рельефа

Цифровые модели рельефа местности являются исходными данными для процедуры топографического редуцирования и напрямую определяют точность вычисления топографических поправок к АСТ [77]. При этом практический интерес представляют как высокодетализированные локальные модели рельефа, так и глобальные модели с меньшим пространственным разрешением и относительно низкой точностью высот.

Так как цифровые модели рельефа по большей части разработаны за рубежом, то требуется внести некоторые пояснения терминологического характера. В иностранной литературе можно встретить следующие термины, определяющие ЦМР: цифровая модель превышений (Digital Elevation Model (DEM)), цифровая модель рельефа (Digital terrain model (DTM)), цифровая модель поверхности (Terrain surface model (TSM)), цифровая модель земной поверхности (Digital ground model (DGM)). Они иногда употребляются как синонимы, но имеют и принципиальные различия [74]:

- Ground – физическая поверхность Земли, дно морей и океанов;
- Height – высоты рельефа над некоторой поверхностью относимости;
- Elevation – высоты относительно выбранного горизонта.

Аббревиатура DTM (ЦМР) имеет более широкое значение и чаще других используется в публикациях. Алгоритмы топографического редуцирования должны быть ориентированы на доступные модели рельефа, которые могут быть заданы в различных табличных форматах:

- регулярная сеть точек (по широте и долготе) – наиболее распространенная форма представления;
- нерегулярная сеть точек (произвольная);
- сеть особых точек (особой разграфки);
- линии, профили.

Также в некоторых используются разные математические представления ЦМР:

- полиномы;
- разложения в ряды по сферическим функциям;
- регулярные и нерегулярные натурально параметризованные функции.

На сегодняшний день наиболее точной и детальной моделью рельефа является ЦМР World DEM, являющаяся совместной разработкой аэрокосмического центра Германии и компанией Airbus Defense and Space. Измерительные данные для этой модели были получены со спутников TanDEM-X и TerraSAR-X методами радарной съемки. В результате получена модель с пространственным разрешением 0,4" и абсолютной точностью высот точек 4 м. World DEM является глобальной ЦМР и предоставляется лишь на коммерческой основе. Высокая точность высот и пространственное разрешение позволяют применять World DEM не только при вычислении топографических поправок дальней и внешней областей, но и при вычислении поправок к АСТ за влияние масс топографии центральной зоны. Более подробную информацию о данной модели можно найти на официальном сайте разработчика: <http://www.geo-airbusds.com/worlddem/>.

В 2000 г. была проведена космическая радарная интерферометрическая съемка земной поверхности с корабля Shuttle [46]. В статье [50] приводятся результаты оценки точности данных съемки. Полученная информация по результатам проекта SRTM стала основой для большого количества цифровых моделей рельефа. К их числу относятся модели SRTM c-band, SRTM x-band и глобальная модель ETOPO 1 (первые две покрывают около 80 % поверхности Земли и имеют пропуски на территориях располагающихся ближе к полюсам), сведения о точности указанных моделей ЦМР приведены в таблице 1. Модель ETOPO 1, разработанная национальным геофизическим информационным центром (NGDS) национальной океанической и атмосферной службы США (NOAA) в 2008 г. [40], наиболее интересна для применения в моделировании промежуточного слоя дальних областей. Доступ к модели открыт по ссылке: (www.ngds.noaa.gov/mgg/global/relief.html). ЦМР ETOPO 1 также интересна тем, что в нее включена недостающая информация о рельефе вблизи полюсов и множество разнообразных данных по рельефу морского и океанического дна.

Таблица 1 – Сравнительные характеристики глобальных цифровых моделей рельефа

Название модели	Год разработки	Размер ячейки сети	Абсолютная точность, м	Относительная точность, м	Форма распространения
RuDTM2014 [83]	2014	1"	1,8	нет данных	нет данных
WorldDEM	2014–2015	0,4"	4	2	коммерческая
Next map World 10	2015	0,4"	10	нет данных	коммерческая
ALOS AW3D	2015	0,2"	5	нет данных	коммерческая
SRTM c-band	2003	3" (1" – в США)	16	10	свободный доступ
SRTM x-band	2011	1"	16	6	свободный доступ
ASTER GDM	2011	1"	12–30	нет данных	свободный доступ
ETOPO 1	2008	1'	16	нет данных	свободный доступ
ПЦМР-СГГА	2012	30"	16 при $-60^\circ < B < +60^\circ$, 70 для остальной области	нет данных	свободный доступ

1.9 Выводы по первому разделу

Интерес к точному моделированию топографической составляющей аномального потенциала обусловлен тем, что топографическое редуцирование является одним из главных факторов повышения качества интерпретации АСТ для геофизической практики и моделирования гравитационного поля для геодезии.

По результатам выполненного анализа можно сделать вывод, что оптимизация процессов вычисления топографической редукции АСТ является актуальной задачей до настоящего времени. Косвенным подтверждением тому может служить большое количество научных публикаций в последние десятилетия по данному вопросу (смотри список литературы). Мотивация к разработке высокопроизводительных алгоритмов вычисления поправок за рельеф объясняется тем, что, несмотря на рост производительности вычислительной техники, совместно растут детальность моделей рельефа и объемы гравиметрической информации.

Кроме того, за долгую историю поисковых и научных геофизических исследований в России накоплен значительный объем гравиметрической информации, который потенциально может быть применен в целях моделирования гравитационного поля и, соответственно, повышения качества КВНО.

Особенности использования накопленной геофизиками гравиметрической информации в целях моделирования гравитационного поля достаточно хорошо описаны в работах [20] и [52]. В работе [13] предложена оптимизированная методика учета влияния рельефа для дальних зон с помощью метода интегральных параметров. Она позволяет обеспечивать определение топографической редукции АСТ с высокой скоростью и точностью вычислений. Однако самих алгоритмов вычисления поправок за рельеф на основе способа интегральных параметров не разработано. Важно отметить, что для способа [13] нет совместимой методики определения топографических поправок к аномальному потенциалу силы тяжести.

Также представляет практический интерес вопрос о возможности применения способа интегральных параметров для учета влияния притяжения масс про-

межуточного слоя внешней области. Если способ интегральных параметров позволит определять поправки за рельеф внешней области с высокой точностью, а интервал линейного интерполирования ИП окажется шире шага задания гравиметрических измерений, то способ ИП может быть успешно применен в геодезической практике для обработки больших массивов гравиметрических измерений, так как будет обладать очевидным преимуществом перед любым методом поточечного расчета поправок. Кроме того, он будет обладать универсальностью по отношению к формулам, которые используются в вычислениях интегральных параметров, т. е. расчет в узлах сети ИП может быть выполнен при помощи любого интегрального способа или БПФ. Также он будет значительно эффективнее алгоритма (36), где после вычисления поправок в узлах регулярной сети выполняется оценка вектора неизвестных плотностей материальных нитей (36). И чем шире будет результативная область определения поправок за рельеф, тем медленнее будет работать алгоритм на основе способа (36) из-за увеличения числа коэффициентов матрицы линейного преобразования. Следует подчеркнуть, что данное обстоятельство является особенно важным для топографического редуцирования АСТ в геодезии, так как моделирование гравитационного поля производится на основе данных, распределенных по большим площадям Земной поверхности.

По результатам выполненного анализа топографического редуцирования АСТ были сформулированы основные задачи диссертационного исследования:

- усовершенствовать методику вычисления полной топографической редукции силы тяжести на основе способа интегральных параметров;
- разработать алгоритмы вычисления поправок к аномалиям силы тяжести за влияние притяжения топографических масс дальних и внешней областей;
- разработать глобальную модель интегральных параметров на всю поверхность Земли для вычисления топографических поправок к аномалиям силы тяжести за влияние масс дальних областей;

- разработать алгоритм расчета потенциала топографических масс, совместимый с алгоритмом вычисления поправок к силе тяжести за влияние масс дальних областей;
- исследовать влияние масс промежуточного слоя Земли на изменение нормальной силы тяжести;
- выполнить экспериментальные исследования разработанной методики и алгоритмов полного топографического редуцирования.

2 РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ПОЛНОГО ТОПОГРАФИЧЕСКОГО РЕДУЦИРОВАНИЯ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ СПОСОБОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

2.1 Определение условий для вычисления топографических поправок за влияние притяжения масс дальних областей

Первым этапом разработки усовершенствованной методики полного топографического редуцирования АСТ является определение оптимальных условий для вычисления поправок к АСТ за рельеф дальних областей с помощью способа интегральных параметров.

Главные условия, которые необходимо установить для определения топографических поправок к АСТ за рельеф дальних областей с помощью способа ИП, являются:

- оптимальный шаг задания информации в сети ИП, позволяющий выполнять вычисление поправок за рельеф с требуемой точностью;
- необходимый и достаточный объем исходной информации о высотах точек местности в ЦМР.

Величина допустимой ошибки определения АСТ в редукции Буге для самого крупного масштаба гравиметрической съемки (1 : 5 000), установленная нормативными документами, составляет 0,02 мГал. Результаты производственных работ показывают, что ошибка вычисления поправок к АСТ за рельеф в центральной зоне, в зависимости от качества ЦМР, может характеризоваться величиной от 0,010 до 0,015 мГал. Следовательно, ошибку вычисления поправок к АСТ за влияние притяжения топографических масс дальних областей следует ограничить величиной 0,003 мГал, что соответствует точности современных гравиметрических относительных измерений. При этом для расчета интегральных параметров, позволяющих вычислять топографические поправки за влияние масс дальних областей, достаточно использовать приближенные алгоритмы, что обеспечит экономию вычислительного ресурса с сохранением высокой точности определения ИП.

Для вычисления интегральных параметров в узлах регулярной сетки предложено использовать способ [13], в котором топографические массы аппроксимируются набором элементарных тессероидов, и поправки к АСТ за рельеф определяются для эллипсоидальной отсчетной поверхности. Алгоритм, реализованный на основе способа [13], является высокопроизводительным, поскольку расчет топографической поправки для одной точки, при радиусе внешней области 200 км и пятиминутной глобальной ЦМР, занимает порядка 14 секунд на современных 8-ядерных процессорах с тактовой частотой ядра 3,50 ГГц.

Поправка к АСТ δg_0 , вычисленная для узловой точки сети ИП на поверхности отсчетного эллипсоида по формуле (24), является первым интегральным параметром.

Второй интегральный параметр – это вертикальная составляющая градиента гравитационного поля масс промежуточного слоя дальних областей:

$$\delta G_z = \frac{\delta g_t - \delta g_0}{H_t}, \quad (39)$$

где H_t – геодезическая высота результирующей точки;

δg_t – поправка к АСТ, рассчитанная на топографической поверхности по формуле (24) для узловой точки сети ИП;

δg_0 – поправка к АСТ, рассчитанная на отсчетном эллипсоиде.

Топографическая поправка к АСТ в произвольной точке внутри интервала сети ИП вычисляется по формуле:

$$\delta g_p = \delta g_0^{\text{int}} + H_p \delta G_z^{\text{int}}, \quad (40)$$

где δg_0^{int} , δG_z^{int} – поправки к силе тяжести и вертикальной компоненте градиента силы тяжести в результирующей точке, соответственно, полученные путем интерполирования интегральных параметров.

В целях определения оптимального шага между узловыми точками сети ИП проведен следующий численный эксперимент:

- в качестве исходной цифровой модели рельефа для вычисления ИП выбрана модель ЕТОРО 1 с пятиминутной дискретностью. Ортометрические высоты в исходной ЦМР преобразованы в геодезические при помощи глобальной модели геопотенциала EGM 2008 относительно эллипсоида WGS-84. (Вопрос значимости данного преобразования для моделирования притяжения топографических масс дальних областей рассмотрен в 2.3);

- вычисление поправок к АСТ за рельеф и определение на их основе интегральных параметров выполнено с использованием программного комплекса «Reduction» [5], который является собственной разработкой СГУГиТ. Программный комплекс «Reduction» позволяет производить обработку гравиметрических измерений, обеспечивая ошибку определения поправок к АСТ за рельеф дальних областей по формуле (24) не более 1 мкГал;

- на основе данных ЦМР ЕТОРО 1 сформирован профиль между 55-й и 40-й параллелями на долготе $L = 90^\circ$ со значительным перепадом высот. Дискретность ЦМР в исходном профиле составляет 1'. Профиль пересекает предгорные и горные области, максимальная высота точек местности на всем протяжении профиля достигает 3 266 м.

- в узловых точках исходного одноминутного профиля по формулам численного интегрирования (24) и (40) вычислены значения поправок к АСТ, а на их основе – интегральные параметры;

- путем увеличения шага между узловыми точками в исходном профиле получены шесть профилей с расстоянием между узловыми точками сети ИП 2', 4', 6', 8', 10', 12';

- в точках, расположенных в середине между узлами сети ИП, в каждом из разреженных профилей выполнено простое линейное интерполирование поправок δg_i и интегральных параметров δg_0 и δG_z , вычисленных по формулам (24) и (39);

– по интерполированным значениям δg_0 и δG_z с использованием формулы (40) вычислены поправки к АСТ за рельеф дальних областей в точках, расположенных в середине между узлами сети ИП;

– выполнена оценка точности определения поправок к АСТ за рельеф дальних областей способом интегральных параметров.

В таблице 2 приведены средние квадратические ошибки (СКО) разностей топографических поправок, полученных численным интегрированием и интерполированием по интегральным параметрам, а также показаны СКО разностей поправок к АСТ, полученных численным интегрированием и простым линейным интерполированием.

Таблица 2 – Средние квадратические ошибки интерполирования топографических поправок к АСТ за влияние притяжения масс дальних областей

Интервал линейного интерполирования	СКО разностей поправок, полученных численным интегрированием и интерполированием по интегральным параметрам, мкГал	СКО разностей поправок, полученных численным интегрированием и простым линейным интерполированием, мкГал
2'	0,560	43,540
4'	0,713	94,699
6'	0,834	104,251
8'	0,992	122,658
10'	1,353	135,504
12'	2,004	131,477

Из анализа таблицы 2 следует, что точность интерполирования поправок за рельеф способом интегральных параметров значительно выше точности простого линейного интерполирования. Также результаты эксперимента, приведенные в таблице 2, показывают, что интервал, равный 10', является оптимальным для интерполирования интегральных параметров, так как он обеспечивает СКО определения поправок к АСТ, не превышающую 2 мкГал.

На рисунке 4 изображен график зависимости ошибок интерполирования поправок к АСТ за рельеф, вычисленных по способу ИП, от высот результативных точек. Из графика видно, что ошибки интерполирования при высотах точек местности менее 1 500 м лежат в пределах от $-0,5$ до $0,75$ мкГал, а при высотах более 1 500 м ошибки интерполирования находятся в пределах от $-1,25$ до $1,25$ мкГал. Это указывает на небольшую корреляцию ошибок интерполирования поправок с высотой точек местности.

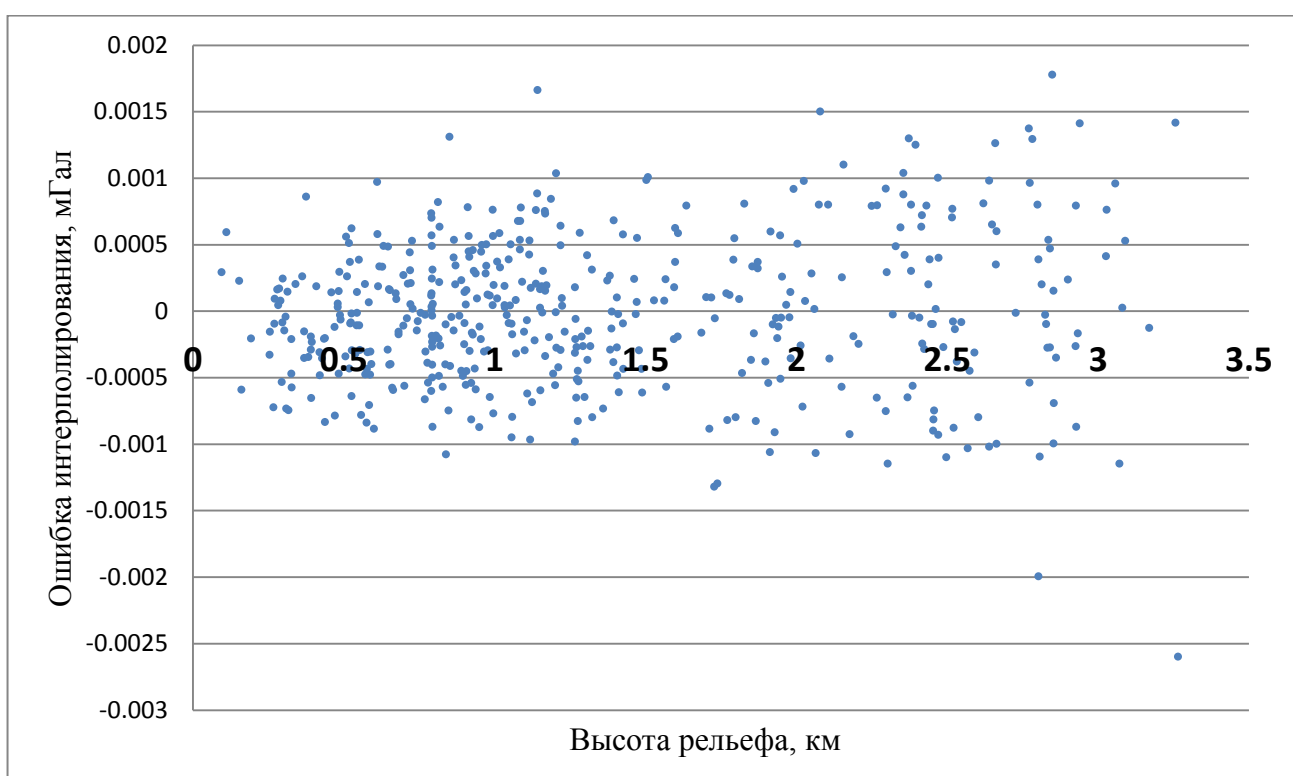


Рисунок 4 – График зависимости ошибок интерполирования поправок к АСТ за рельеф дальних областей способом ИП от высоты точек местности

Из сопоставления графиков, изображенных на рисунках 5, 6 и 7 следует, что ошибка интерполирования поправок к АСТ по интегральным параметрам в меньшей степени изменяется при резких перепадах высот, чем при линейном интерполировании.

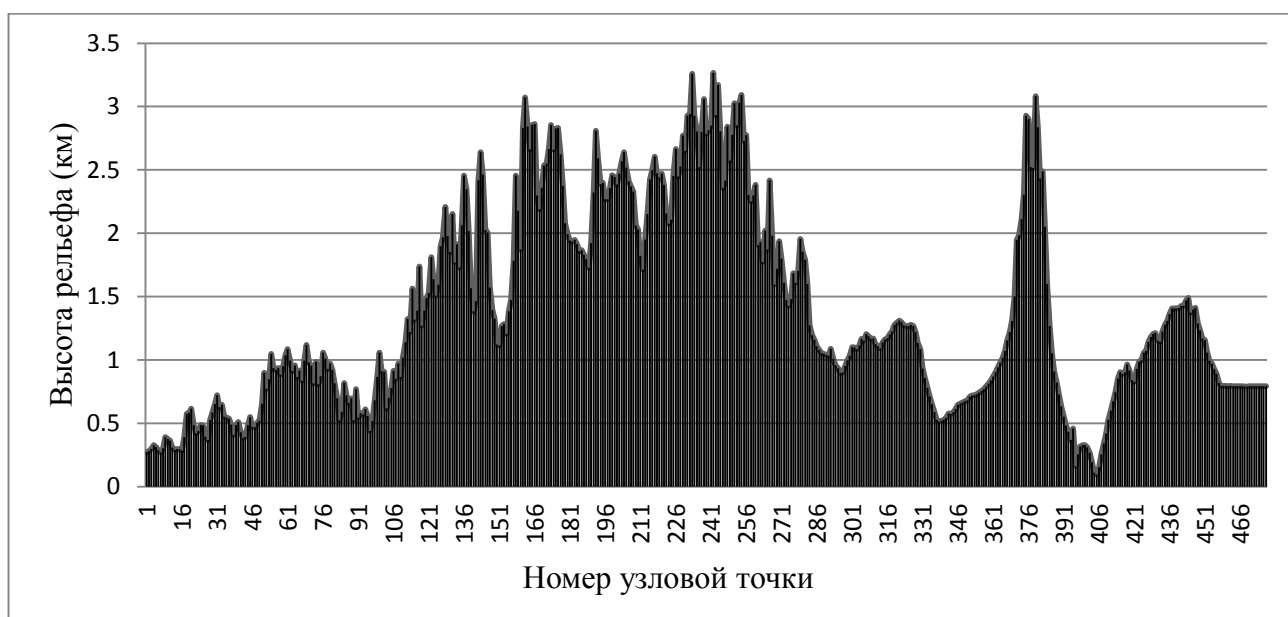


Рисунок 5 – Исходный профиль

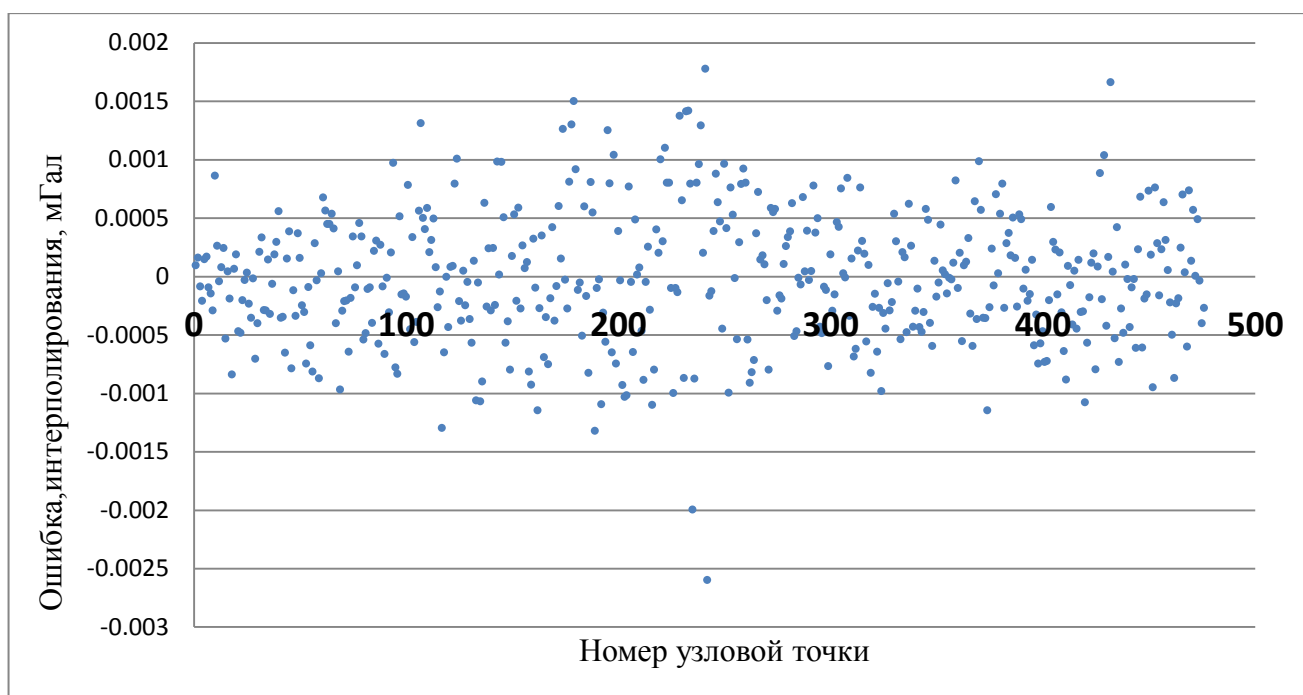


Рисунок 6 – Ошибки интерполирования поправок за рельеф дальних областей способом интегральных параметров

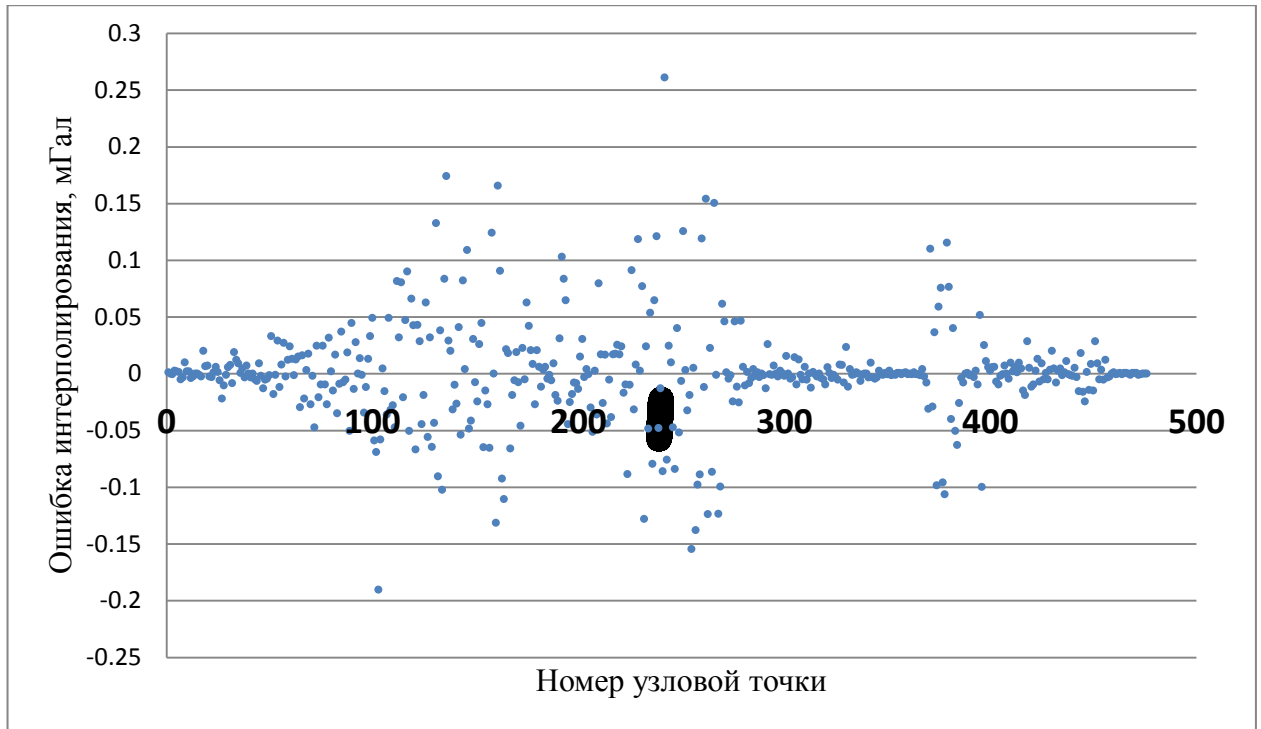


Рисунок 7 – Ошибки линейного интерполирования поправок за рельеф дальних областей

По результатам выполненного исследования можно сделать вывод, что интерполирование топографических поправок к АСТ за влияние притяжения масс промежуточного слоя дальних областей при помощи интегральных параметров позволяет вычислять поправки к АСТ с высокой точностью. Так как СКО интерполирования поправки в пределах ячейки сети интегральных параметров в $\sqrt{3}$ раз больше ошибки интерполирования ИП внутри интервала между узлами сети, то, согласно таблице 2, ошибка интерполирования поправки в пределах ячейки сети ИП размером $10'$ не превышает значение $0,003$ мГал и удовлетворяет установленному ограничению для ошибки вычисления поправки за рельеф дальних областей.

Преимущество вычисления топографической поправки по ИП перед вычислением поправки простым линейным интерполированием обусловлено дополнительной информацией, используемой в способе ИП. Этой информацией является изменение величины силы притяжения промежуточного слоя от высоты точек местности, которая содержится в интегральном параметре δG_z .

Оптимизировать процедуру вычисления топографических поправок с помощью способа ИП можно при помощи цифровой глобальной модели интегральных параметров, вычисленных на всей поверхности Земли. В цифровой модели интегральных параметров для вычисления топографических поправок к АСТ за влияние притяжения масс рельефа дальних областей достаточно задать параметры с 10-минутной дискретностью по широте и долготе, чтобы обеспечить определение поправок к АСТ при обработке гравиметрических измерений с точностью не ниже 3 мкГал. При этом интегральные параметры глобальной модели достаточно вычислить лишь один раз на основе существующих ЦМР, и эта модель ИП будет актуальна в течение длительного промежутка времени.

В результате модель ИП, содержащая около 5 млн. точек (с дискретностью 10 угловых минут), позволит вычислять поправки к АСТ за влияние рельефа дальних областей в произвольной точке всей поверхности Земли с высокой точностью. Процедура вычисления будет представлять собой поиск по 10-минутной модели необходимых узловых точек сети ИП и определение интегральных параметров в результирующей точке на основе интерполирования. Эта процедура будет занимать меньшее количество времени даже по сравнению с вычислением по сферическим гармоническим коэффициентам или БПФ, особенно при результатах обработки большого количества измерений, сконцентрированных на малой площади.

Таким образом, глобальная модель ИП будет иметь структуру:

$$B^i, L^i, H^i, \delta g_0^i, \delta G_z^i,$$

где i – текущая строка глобальной модели интегральных параметров.

Глобальная модель ИП позволит эффективно вычислять поправки к АСТ за влияние притяжения масс промежуточного слоя дальних областей и производить оперативную повторную обработку архивных гравиметрических измерений, выполненных в неполной топографической редукции.

Результаты представленного в 2.1 эксперимента опубликованы в работе [26].

2.2 Линейная интерполяция в сфероидической трапеции

В ходе эксперимента, представленного в 2.1, вычисление поправки к АСТ в результирующей точке выполнялось путем простого линейного интерполирования интегральных параметров в середину между узлами сети ИП. Однако в общем случае требуется выполнять интерполирование интегральных параметров в произвольную точку внутри ячейки сети ИП. Пусть узлы сети ИП, образующие сфероидическую трапецию, имеют координаты $B_1 B_2 L_1 L_2$ (рисунок 8).

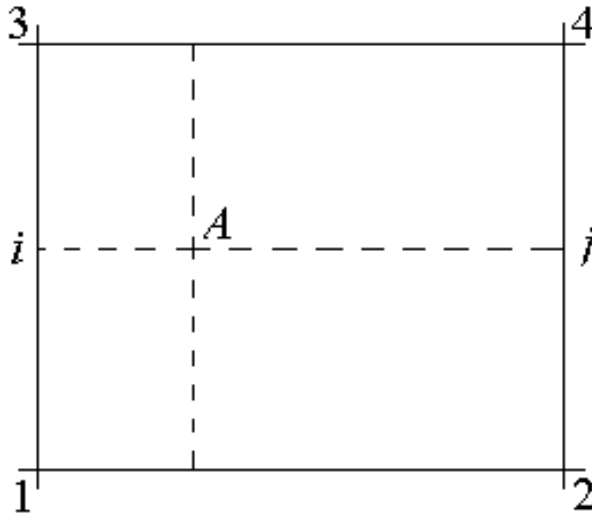


Рисунок 8 – Линейная интерполяция в трапеции

Параметры δg_0 и δG_z из (46),(47), заданные в узлах сети ИП требуется проинтерполировать в произвольную точку A . Для вспомогательных точек i и j получим:

$$\begin{aligned} \delta g_{0i} &= \delta g_{01} + \frac{\delta g_{03} - \delta g_{01}}{B_2 - B_1} (B_A - B_1) = \delta g_{01} + G_{31} \Delta B, \\ \delta g_{0j} &= \delta g_{02} + \frac{\delta g_{04} - \delta g_{02}}{B_2 - B_1} (B_A - B_1) = \delta g_{02} + G_{42} \Delta B, \end{aligned} \quad (41)$$

где $G_{31} = \frac{\delta g_{03} - \delta g_{01}}{B_2 - B_1}$, $\Delta B = (B_A - B_1)$.

Величины G_{31} и G_{42} в выражении (41) являются горизонтальными частными производными от величины δg по левому и правому меридианам заданной трапеции соответственно. Первый интегральный параметр δg_{0A} может быть вычислен по формуле:

$$\delta g_{0A} = \delta g_{0i} + \frac{\delta g_{0j} - \delta g_{0i}}{L_2 - L_1} (L_A - L_1) = \delta g_{01} + G_{31} \Delta B + M_{12} \Delta L + \frac{G_{42} - G_{31}}{L_2 - L_1} \Delta B, \quad (42)$$

где $M_{21} = \frac{\delta g_{02} - \delta g_{01}}{L_2 - L_1}$, $\Delta L = (L_A - L_1)$.

В формуле M_{21} - горизонтальный градиент величины δg_{0A} по параллели принятой трапеции сети ИП. Аналогично формулам (41) и (42) определение интегрального параметра δG_z осуществляется по формуле:

$$\delta G_{zA} = \delta G_{zi} + \frac{\delta G_{zj} - \delta G_{zi}}{L_2 - L_1} (L_A - L_1) = \delta G_{z1} + G_{31} \Delta B + M_{12} \Delta L + \frac{G_{42} - G_{31}}{L_2 - L_1} \Delta B. \quad (43)$$

Формулы (42) –(43) позволяют выполнить линейное интерполирование параметров δg_0 и δG_z внутри заданной ячейки сети ИП.

2.3 Оценка оптимальной конфигурации цифровой модели рельефа ЕТОРО 1

для определения интегральных параметров поправок

к силе тяжести за влияние масс дальних областей

Использование цифровой модели рельефа ЕТОРО 1 для вычисления поправок к АСТ за рельеф дальних областей напрямую неудобно из-за большого объема информации. Так время вычисления поправки к АСТ по модели ЕТОРО 1 и формуле (24) занимает 30 секунд на 1 точку при помощи процессора Intel core i7 с частотой 3.5 ГГц. Следовательно, для вычисления глобальной модели интегральных параметров с размером ячейки сети 10 минут потребуется 1 736 суток ($30 \text{ с} \times 5 \text{ млн. точек}$) вычислительного времени одним потоком. Снизить объем вычислений можно за счет увеличения размера ячейки сети высот в модели ЕТОРО 1. Как

будет показано ниже, увеличение дискретности исходной ЦМР не приводит к существенной потере точности определения поправок за рельеф. Также следует отметить, что не всегда бывает целесообразно в геодезической практике использовать в исходной ЦМР, для вычисления поправок за рельеф, поверхность геоида в качестве отчетной основы. Потому для определения оптимальной конфигурации цифровой модели рельефа были сформулированы следующие задачи исследования:

- определить достаточную дискретность информации в ЦМР ЕТОРО 1;
- оценить величину гравитационного эффекта от использования различных отсчетных основ в ЦМР.

Основная обработка данных в исследовании 2.3 выполнена в программном комплексе «Reduction», который позволяет вычислять интегральные параметры по формулам (24), (39). Схема эксперимента для определения оптимальной дискретности модели ЕТОРО 1 имеет вид:

- по модели ЕТОРО 1 выбран профиль с координатами $B = 50^\circ$, $L_1 = 10^\circ - 350^\circ$, для точек которого вычислены интегральные параметры с использованием модели ЕТОРО 1;
- вычисление интегральных параметров выполнено по модели ЕТОРО 1, представленной в трех конфигурациях: при размере ячейки 1', 5' и 10';
- на основе разностей интегральных параметров, вычисленных по исходной модели ЕТОРО 1 в одноминутной дискретности с ИП, вычисленными по пятиминутным и десятиминутным ЦМР ЕТОРО 1, выполнена оценка точности определения интегральных параметров (таблица 3).

Таблица 3 – Точность вычисления интегральных параметров по модели ЕТОРО 1 в дискретности 5' и 10'

СКО вычисления ИП, мкГал			
Разности 1' – 5'		Разности 1' – 10'	
δg_0	δG_z	δg_0	δG_z
1,53	0,30	3,04	0,76

Так как точность вычисления топографических поправок за дальнюю область программным комплексом «Reduction» составляет менее 1 мкГал, то можно применять в дальнейших вычислениях модель ЕТОРО 1 в пятиминутной дискретности. Это допущение приведет ошибке вычисления поправок к АСТ за влияние притяжения масс рельефа дальних областей на уровне 2,5 мкГал, что соответствует точности современных гравиметрических измерений. При этом увеличение размера ячейки сети высот в ЕТОРО 1 позволит вдвое снизить время на вычисления поправки для одной точки с 30 до 14 секунд.

Для определения величины гравитационного эффекта от использования различных отчетных основ в ЦМР, выполнено сравнение двух конфигураций модели ЦМР ЕТОРО 1. В первой конфигурации высоты в ЦМР заданы в ортометрической системе, во второй высоты ЦМР определены относительно гравиметрического эллипсоида GRS-80. Для определения интегральных параметров и преобразования высот выбрана модель ЕТОРО 1 в пятиминутной дискретности.

Для получения эллипсоидальных высот применена глобальная модель геопотенциала EGM-2008 [18]. При вычислении аномалий высот степень при коэффициентах модели EGM-2008 ограничивалась $n = 24$. Ошибка определения аномалии высоты по модели EGM2008 при степени разложения $n = 24$ обычно не превышает 1,5 м. Этой точности определения геодезических высот достаточно для вычисления топографической поправки за влияние масс дальней области на уровне 1 мкГал [12].

В результате проведенного исследования СКО разностей интегральных параметров, вычисленных по профилю с координатами $L = 50^\circ$, $B = -75^\circ - +75^\circ$, при конфигурациях модели ЦМР в эллипсоидальных и ортометрических высотах, составило 0,23 мГал для параметра δg_0 и 0,01 мГал – для второго интегрального параметра δG_z . Различие в отчетных поверхностях (геоида и эллипсоида) для ЦМР приводит к значимому эффекту, который подлежит учету при редуцировании чистых аномалий силы тяжести. Результаты исследований приведенных в 2.3 опубликованы в работе [11].

2.4 Определение формулы для вычисления топографической поправки к аномальному потенциалу силы тяжести за влияние притяжения масс дальних областей

Для топографического редуцирования АСТ при определении параметров внешнего гравитационного поля Земли в составе процедуры удаления-восстановления, требуются не только формулы расчета поправки к силе тяжести, но и формула для вычисления топографической поправки к потенциалу силы тяжести. При этом необходимо, чтобы формула для поправки к потенциалу была получена на тех же допущениях что и формула для поправки к силе тяжести. В текущем разделе приводится вывод топографической поправки к аномальному потенциалу силы тяжести за влияние притяжения топографических масс дальних областей на основе представления масс промежуточного слоя в виде набора тессероидов и с учетом эллипсоидальной формы отсчетной поверхности.

Первоначально выразим функцию для определения потенциала тяготения масс единичной призмы, ограниченной меридианами L_1 и L_2 , а также и параллелями B_1 и B_2 . Согласно обозначениям, приведенным на рисунке 2 запишем выражение для потенциала силы тяготения, создаваемого элементарным объемом τ с постоянной плотностью σ :

$$V(x, y, z) = -G\sigma \iiint_{\tau} \frac{1}{r} d\tau. \quad (44)$$

Представим в подынтегральном выражении (44) расстояние r как функцию от эллипсоидальных координат векторов элементарной массы \mathbf{R}_A и результирующей точки \mathbf{R}_p . Для этого первоначально выразим r через векторы \mathbf{R}_A и \mathbf{R}_p :

$$r^2 = \rho^2 - 2\rho \cdot S \cos(\rho, \mathbf{S}) + S^2. \quad (45)$$

Считая совпадающими отвесную линию и направление вектора \mathbf{R}_A имеем:

$$V = -G\sigma \int_{B_1}^{B_2} \int_{L_1}^{L_2} \int_0^{H_C} (\rho^2 - 2\rho \cdot S \cos(\rho, \mathbf{S}) + S^2)^{-1/2} d\tau. \quad (46)$$

Далее выразим элемент объема $d\tau$ через эллипсоидальные координаты:

$$d\tau = NM \cos(B) dB dL dH, \quad (47)$$

где N и M – радиусы кривизны первого вертикала и меридиана в текущей точке, соответствующей элементарной притягивающей массе.

Примем допущение, что радиусы кривизны в границах текущего элементарного тессероида постоянны и обозначим их как N_c и M_c . В работе [12] показано, что для вычисления топографических поправок к АСТ за влияние масс дальних областей за 200 км зоной с точностью до 1 мкГал, данное допущение применимо. В результате получим:

$$V = -N_c M_c G \sigma \int_{B_1}^{B_2} \int_{L_1}^{L_2} \int_0^{H_c} \cos(B) (\rho^2 - 2\rho \cdot S \cos(\rho, \mathbf{S}) + S^2)^{-1/2} dB dL dH. \quad (48)$$

Вынеся за скобки квадрат расстояния между результирующей точкой и центром трапеции, получим основание для использования формулы Маклорена в выражении (48):

$$\left(\frac{1}{\sqrt{1+x}} \right) = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{15}{48}x^3 \dots \dots \quad \text{при } |x| < 1. \quad (49)$$

$$x = \frac{\rho^2}{S^2} - 2 \frac{\rho}{S} \cos(\rho, S)$$

Очевидно, что необходимым условием разложения в биномиальный ряд является превышение минимальной величины расстояния между точками C и P над величиной максимального расстояния между точками A и C ($\rho_{\max} < S_{\min}$). Другими словами, неравенство $\rho_{\max} < S_{\min}$ можно интерпретировать как взаимоотношение между радиусом внешней области учета влияния рельефа и дискретностью информации в ЦМР. Изменяя размер ячейки регулярной сети ЦМР при фиксированном значении радиуса внешней области $S_{\min} = 200$ км можно определить мак-

симально допустимое значение дискретности задания высот в ЦМР. При этом примем величину ρ_{\max} как расстояние от точки C на верхней грани тессероида до его нижней грани по диагонали. Максимально возможную высоту тессероида будем считать равной 8 км. Результаты расчетов приведены в таблице 4.

Таблица 4 – допустимый размер сетки ЦМР

Размер сетки ЦМР	Величина отношения $\frac{2\rho_{\max}}{S_{\min}}$
1' ($\approx 1,850$ км)	0,08
10' ($\approx 18,5$ км)	0,26
20' (≈ 37 км)	0,52
30' (≈ 55 км)	0,79
40' (≈ 74 км)	1,04
1° (≈ 111 км)	1,57

В результате при фиксированном значении радиуса внешней области рельефа $S_{\min} = 200$ км потребуем, чтобы шаг в модели ЦМР не превышал значения 30 угловых минут. Однако нужно отметить, что можно допускать и больший шаг задания в матрице высот, но для областей учета рельефа, находящихся на большем отдалении от результирующей точки.

Член формулы (48), пропорциональный ρ^2/S^2 можно отбросить, так как величина его вклада составляет менее 0,1 % от вклада отношения ρ/S . Таким образом, поправка к потенциалу силы притяжения масс, слагающих рельеф, разделяется на два интеграла:

$$\delta V = -\frac{N_C M_C G \sigma}{S} \left[\int_{B_1}^{B_2} \cos(B) \int_{L_1}^{L_2} \int_0^{H_C} dB dL dH + \int_{B_1}^{B_2} \cos(B) \int_{L_1}^{L_2} \int_0^{H_C} \left(\frac{\rho}{S} \cdot \cos(\rho, S) \right) dB dL dH \right] = \delta V_1 + \delta V_2. \quad (50)$$

Далее раскроем подынтегральное выражение составляющей δV_2 при помощи выражений:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\rho} &= \mathbf{R} - \mathbf{R}_C, \\ \cos(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{S}) &= \frac{\boldsymbol{\rho} \mathbf{S}}{\rho S}.\end{aligned}\quad (51)$$

В результате для правого множителя подынтегрального выражения δV_2 можно записать:

$$\frac{\rho}{S} \cos(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{S}) = \frac{1}{S^2} \boldsymbol{\rho} \mathbf{S} = \frac{1}{S^2} \mathbf{S}(\mathbf{R} - \mathbf{R}_C). \quad (52)$$

Так как функции неявно зависящие от широты, долготы и высоты в (52) содержатся только в векторе \mathbf{R} , то выполним перегруппировку составляющих поправки δV :

$$\delta V = -\frac{N_C M_C G \sigma}{S} \left[\begin{aligned} & \int_{B_1}^{B_2} \cos(B) \int_{L_1}^{L_2} \int_0^{H_C} \left(1 + \frac{\mathbf{S} \mathbf{R}_C}{S^2}\right) dB dL dH \\ & - \int_{B_1}^{B_2} \cos(B) \int_{L_1}^{L_2} \int_0^{H_C} \frac{(\mathbf{S} \mathbf{R})}{S^2} dB dL dH \end{aligned} \right] = \delta V_1 + \delta V_2. \quad (53)$$

Далее выполним интегрирование второго слагаемого (50), обозначая результат как δV_2 и введем обозначение:

$$\mathbf{R} = N_C \mathbf{R}' + H \mathbf{R}^0. \quad (54)$$

При этом воспользуемся формулами перехода от эллипсоидальных координат к прямоугольным:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} (N_C + H) \cos B \cos L \\ (N_C + H) \cos B \sin L \\ [(1 - e^2) N_C + H] \sin B \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}' = \begin{bmatrix} \cos B \cos L \\ \cos B \sin L \\ (1 - e^2) \sin B \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}^0 = \begin{bmatrix} \cos B \cos L \\ \cos B \sin L \\ \sin B \end{bmatrix}. \quad (55)$$

С учетом принятых обозначений, выражение для поправки δV_2 принимает вид:

$$\delta V_2 = \frac{N_C M_C G \sigma}{S^3} \int_{B_1}^{B_2} \cos(B) \int_{L_1}^{L_2} \int_0^{H_C} (N_C \mathbf{SR}' + H_C \mathbf{SR}^0) dB dL dH . \quad (56)$$

Интегрирование этой функции по H приводит к выражению:

$$\delta V_2 = \frac{N_C M_C G \sigma}{S^3} \int_{B_1}^{B_2} \cos(B) \int_{L_1}^{L_2} (H_C N_C \mathbf{SR}' + \frac{1}{2} H_C^2 \mathbf{SR}^0) dB dL . \quad (57)$$

С учетом обозначений в (55) получим явное выражение для интеграла (57):

$$\begin{aligned} \delta V_2 = & \frac{N_C M_C G \sigma H_C}{S^3} \int_{B_1}^{B_2} \cos(B) \int_{L_1}^{L_2} [N_C (X_S \cos B \cos L + Y_S \cos B \sin L + \\ & + (1 - e^2) Z_S \sin B) + \frac{1}{2} H_C (X_S \cos B \cos L + Y_S \cos B \sin L + Z_S \sin B)] dB dL . \quad (58) \end{aligned}$$

Путем несложных преобразований выражение (58) приводится к удобному виду для дальнейшего интегрирования:

$$\begin{aligned} \delta V_2 = & \frac{N_C M_C G \sigma H_C}{S^3} \int_{B_1}^{B_2} \cos(B) \int_{L_1}^{L_2} (N_C + \frac{H_C}{2}) \cos B (X_S \cos L + \\ & + Y_S \sin L) + Z_S \sin B ((1 - e^2) N_C + \frac{H_C}{2}) dL dB . \quad (59) \end{aligned}$$

Далее учитывая выражения:

$$\begin{aligned} \sin(a) - \sin(b) &= 2 \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right), \\ \cos(a) - \cos(b) &= -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right), \end{aligned} \quad (60)$$

и факт того, что приращения долгот и широт по моделям ЦМР не могут превосходить 10 угловых минут, то можно считать:

$$\sin \Delta L \cong \Delta L, \quad \cos \Delta L \cong 1, \quad L_C = \frac{L_2 + L_1}{2}. \quad (61)$$

Подставляя (61) в (60) получим:

$$\begin{aligned} \sin(L_2) - \sin(L_1) &= \Delta L \cos L_C, \\ \cos(L_2) - \cos(L_1) &= -\Delta L \sin(L_C). \end{aligned} \quad (62)$$

В результате интегрирования по долготе выражения (59), с учетом выражения (62) получим:

$$\begin{aligned} \delta V_2 &= \frac{N_C M_C G \sigma H_C}{S^3} \int_{B_1}^{B_2} \cos(B) \left[N_C + \frac{H_C}{2} \right] \cos B (X_S \Delta L \cos L_C + \\ &+ Y_S \Delta L \sin L_C) + Z_S \sin B \left((1 - e^2) N_C + \frac{H_C}{2} \right) \Delta L] dB. \end{aligned} \quad (63)$$

Далее учтем, что неопределенные интегралы от следующих тригонометрических выражений имеют вид:

$$\begin{aligned} \int \cos^2 B dB &= \frac{1}{4} \sin 2B + \frac{1}{2} B + C, \\ \int \cos B \sin B dB &= \frac{1}{2} \sin^2 B + C, \end{aligned} \quad (64)$$

и интегрируя (63) по широте, получим:

$$\begin{aligned} \delta V_2 &= \frac{N_C M_C G \sigma H_C \Delta L}{S^3} \left[\left(N_C + \frac{H_C}{2} \right) (X_S \cos L_C + \right. \\ &+ Y_S \sin L_C) \left(\frac{1}{2} \Delta B + \frac{1}{2} \cos 2B_C \Delta B \right) + Z_S \left((1 - e^2) N_C + \frac{H_C}{2} \right) \frac{\Delta B \sin 2B_C}{2} \left. \right]. \end{aligned}$$

Оставшееся слагаемое δV_1 поправки (53) определяется тривиально:

$$\begin{aligned}\delta V_1 &= -\frac{N_C M_C \sigma G}{S} \int_{B_1}^{B_2} \cos(B) \int_{L_1}^{L_2} \int_{H_0}^{H_C} \left(1 + \frac{\mathbf{R}_C \mathbf{S}}{S^2}\right) dB dL dH = \\ &= \frac{N_C M_C G \sigma \Delta B \Delta L H_C \cos B_C}{S} \left(1 + \frac{\mathbf{R}_C \mathbf{S}}{S^2}\right).\end{aligned}\quad (65)$$

Далее для определения конечного вида формулы для вычисления топографической поправки к потенциалу притяжения требуется выполнить суммирование составляющих δV_1 и δV_2 по всем тессероидам в зоне учета влияния рельефа:

$$\delta V = -G\rho \sum_{i=0}^{I-1} \frac{N_i M_i \Delta B \Delta L H_i}{S_i^2} \left(\begin{array}{l} \cos B_i \left(S_i + \frac{\mathbf{R}_i \mathbf{S}}{S_i} \right) + \frac{1}{S_i} \left[\left(N_i + \frac{H_i}{2} \right) \right. \\ \left. (X_{S_i} \cos L_i + Y_{S_i} \sin L_i) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2B_i \right) \right. \\ \left. \left. + Z_{S_i} \left((1 - e^2) N_i + \frac{H_i}{2} \right) \frac{\sin 2B_i}{2} \right] \right), \end{array} \right. \quad (66)$$

где все индексы C были заменены на индекс i , обозначающий текущий тессероид в процедуре численного интегрирования;

I – общее количество тессероидов в зоне учета влияния притяжения рельефа.

В результате вывода формулы (73) для топографической поправки к потенциалу силы притяжения были приняты следующие допущения:

– использованы только линейные члены биномиального разложения функции $(\rho^2 - 2\rho S \cos(\rho, S) + S^2)^{-1/2}$;

– величины радиусов кривизны верхней и нижней граней тессероида в пределах трапеции постоянны;

– исключено малое по величине слагаемое, пропорциональное $\frac{\rho^2}{S^2}$, влиянием которого можно пренебречь.

2.5 Оптимизированная процедура вычисления топографических поправок к аномалии силы тяжести и аномальному потенциалу тяготения

Процедура вычисления топографических поправок к аномальному потенциалу силы притяжения и аномалии силы тяжести за влияние притяжения масс промежуточного слоя дальних областей оптимизирована аналогично тому, как это сделано в работе [62]:

$$\begin{bmatrix} \delta g \\ \delta V \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^{I-1} \frac{G\sigma V_m}{S_i^2} \begin{bmatrix} \cos(\mathbf{S}_i, \mathbf{R}_p) \\ f_V(B_i, L_i, H_i) \end{bmatrix}, \quad (67)$$

$$f_V(B_i, L_i, H_i) = \begin{pmatrix} S_i + \frac{\mathbf{R}_i \mathbf{S}_i}{S_i} + \frac{1}{S_i} \left[(N_i + \frac{H_i}{2}) \right. \\ (X_{S_i} \cos L_i + Y_{S_i} \sin L_i) \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cos B_i \right) \\ \left. + Z_{S_i} \left((1 - e^2) N_i + \frac{H_i}{2} \right) \sin B_i \right] \end{pmatrix}, \quad (68)$$

где δV_m – приближенный объем тессероида.

Таким образом, формулы (67), (68) оптимизируют вычисления топографических поправок за счет объединения процедур суммирования объемных элементов по ЦМР. Это позволяет вдвое сократить объем вычислений при использовании процедуры удаления-вычисления-восстановления в процессе моделирования гравитационного поля Земли.

Также можно включить в состав (67) и интеграл для вычисления поправок в компоненты тензора Марусси. Такая модель также может применяться для редуцирования градиентометрических измерений. Для целей обработки спутниковых градиентометрических измерений такая модель может оказаться полезной, так как спутниковые проекты изучения гравитационного поля Земли создают огромные массивы данных измерительной информации, и требуют значительных мощностей для обработки. К тому же, при вычислении поправок для обработки

спутниковых данных, не потребуется разделять интегрирование по зонам удаленности от результирующей точки, т. е. можно непосредственно использовать формулы (67), (68) и в ближних зонах.

Таким образом, функции (67), (68) позволяют вычислять топографические поправки к АСТ и поправку к потенциалу силы притяжения одновременно.

2.6 Нормальное поле при полном топографическом редуцировании

Подбор параметров, характеризующих нормальное поле силы тяжести, тесно связан с решением задачи Молоденского. Так, гравиметрический эллипсоид подбирается под условием минимума суммы квадратов отклонений от уровенной поверхности. В задаче Молоденского также установлено условие равенства значений реального потенциала силы тяжести и нормального потенциала в исходном пункте нивелирной сети.

При помощи учета влияния притяжения масс промежуточного слоя на основе точных цифровых моделей рельефа, часть спектра аномального гравитационного поля Земли удаляется из измерений с целью сглаживания АСТ. После определения оставшейся части спектра аномального потенциала, гравитационное влияние притяжения топографических масс восстанавливается по тем же моделям рельефа. Исключение влияния масс промежуточного слоя из процедуры моделирования аномального потенциала позволяет не только значительно увеличить скорость обработки гравиметрической информации, но и (что более важно) – снизить объем необходимых для моделирования ГПЗ измерений. И чем ближе к реальности будет смоделировано притяжение топографических масс, тем сильнее сгладится аномальное гравитационное поле и повысится качество моделирования ГПЗ. Описанная процедура известна под названием «удаление-восстановление». Эффективность данного подхода к редуцированию АСТ подтверждается тем, что ряды Молоденского при решении задачи (2) гораздо быстрее сходятся к решению, и требуется выполнять меньшее количество приближений при определении аномального потенциала [44].

Процедура удаления-восстановления на сегодняшний день является одной из наиболее прогрессивных технологий при определении внешнего гравитационного поля Земли вместе с методами среднеквадратической коллокации и аналитического продолжения. Краткий обзор современных технологий моделирования гравитационного поля и ссылки на наиболее значимые работы последних лет можно найти в статье [90].

В целях повышения эффективности использования гравиметрической информации при моделировании внешнего гравитационного поля Земли в данной диссертационной работе предлагается новый подход в определении АСТ через процедуру полной топографической редукции.

Для исключения возникающего суперпозиционного эффекта от концентрации топографических масс под поверхностью эллипсоида предложена методика разделения значений нормальной силы тяжести (НСТ) на притяжение топографических масс и масс уровенного эллипсоида на этапе вычисления АСТ, что позволит уменьшить величины аномалий.

Аномалии силы тяжести в полной топографической редукции предлагается определять следующим образом:

$$\Delta g_{\text{ПТР}} = \Delta g_{\text{изм}} - \gamma + \delta\gamma_t + \delta g_{\text{топ}}, \quad (69)$$

где $\Delta g_{\text{изм}}$ – измеренное приращение силы тяжести;

γ – значение нормальной силы тяжести уровенного эллипсоида;

$\delta\gamma_t$ – поправка к значению НСТ за влияние промежуточного слоя;

$\delta g_{\text{топ}}$ – полная топографическая поправка к АСТ.

В соответствии с этим необходимо определить объем топографических масс, выступающих за поверхность уровенного эллипсоида, а также объем дефицита масс под эллипсоидом.

Значение гравитационного параметра (произведение гравитационной постоянной G на массу Земли M) для вычисления нормального поля при выполнении процедуры удаления-восстановления в полной топографической редукции будет напрямую зависеть от принятых объемов масс промежуточного слоя. Другими

словами, гравитационный параметр будет зависеть от выбора модели ЦМР и поверхности отсчета высот.

В качестве исходной глобальной модели рельефа для многих экспериментов в данной диссертационной работе выступала модель ЕТОРО 1, находящаяся в свободном доступе. Поэтому для определения гравитационного параметра нормального поля силы тяжести применена та же модель ЦМР.

Определение объема выполнено при помощи представления масс промежуточного слоя тессероидами по формуле:

$$V_n = \sum_{i=1}^{I-1} M_i \Delta B_n N_i \cos(B_i) \Delta L_n H_i, \quad (70)$$

где n – индекс размера сетки матрицы высот ЦМР;

M_i, N_i – средние радиусы кривизны меридиана и первого вертикала i -й трапеции;

$\Delta B_n, \Delta L_n$ – угловые размеры трапеции соответствующие дискретности ЦМР;

H_i – высота i -й трапеции.

В результате по формуле (70) вычислены объемы топографических масс на основе ЦМР ЕТОРО 1 в дискретности 1' и 5'. Также выполнен расчет объемов топографических масс для ЦМР ЕТОРО 1 в пятиминутной дискретности при задании высот относительно уровенного эллипсоида и получены оценки объема атмосферного промежуточного слоя. Результаты вычислений приведены в таблице 5.

Величины поправок к значению нормальной силы тяжести $\delta\gamma_t$ за промежуточный слой, вычисленные по стандартным формулам, составляют более 50 мГал (при плотности 2,67 г/см³) и изменяются в среднем на 0,17 мГал в области от нулевой до девяностой параллели. Поправка к НСТ за атмосферный слой равна 0,84 мГал и изменяется с широтой незначительно. Величины полученных поправок к НСТ за промежуточный слой указывают на необходимость проведения отдельных специальных исследований для оценки целесообразности выделения промежуточного слоя из нормального поля при моделировании ГПЗ.

Таблица 5 – Результаты оценки масс промежуточного и атмосферного слоев

Размер трапеций (отсчетная поверхность)	Объем топографических масс, м ³	Плотность, г/см ³	Масса, кг	Поправка к GM , $10^{-9} \text{ м}^3/\text{с}^2$	$\delta\gamma_i(B = 0^\circ)$, мГал	$\delta\gamma_i(B = 90^\circ)$, мГал
Промежуточный слой						
1'×1' (геоид)	$1,180663 \cdot 10^{17}$	2,67	$3,15237 \cdot 10^{20}$	21,04	51,89	51,72
5'×5' (геоид)	$1,180559 \cdot 10^{17}$	2,67	$3,15209 \cdot 10^{20}$	21,03	51,87	51,70
		2,57	$3,03404 \cdot 10^{20}$	20,25	49,95	49,78
		2,03	$2,39653 \cdot 10^{20}$	15,99	39,44	39,31
5'×5' (эллипсоид)	$1,178671 \cdot 10^{17}$	2,67	$3,14705 \cdot 10^{20}$	21,00	51,80	51,62
		2,57	$3,02918 \cdot 10^{20}$	20,21	49,85	49,68
		2,03	$2,39270 \cdot 10^{20}$	15,97	39,39	39,26
Атмосферный слой						
5'×5' (эллипсоид)	$2,559204 \cdot 10^{19}$	–	$5,08519 \cdot 10^{18}$	0,34	0,84	0,84

Поправку в значения нормального поля силы тяжести можно вводить через малое изменение гравитационного параметра Земли. Разделение полной массы Земли на массу слагающую рельеф и выступающую за поверхность эллипсоида, и массы самого эллипсоида не будет вносить большой ошибки, из-за того, что масса топографического слоя относительно массы всей Земли невелика (их отношение составляет величину порядка $2 \cdot 10^{-7}$). И в то же время согласно оценке, точность определенного значения гравитационной постоянной по современным оценкам составляет 0,015 % [88].

Изменение гравитационного параметра для вычисления нормального поля также потребует введения дополнительной поправки к трансформантам гравитационного поля. Это произойдет из-за изменения разности действительного и нормального потенциала в пункте начала счета высот:

$$\zeta = \frac{T}{\gamma} - \frac{W_0 - (U_0 - \Delta U_{top})}{\bar{\gamma}}, \quad (71)$$

где U_0 – потенциал эллипсоида, включающего массы топографии;

$\bar{\gamma}$ – вертикальная производная нормального поля без учета топографических масс;

ΔU_{top} – поправка к потенциалу за изменение влияние топографических масс.

2.7 Линейное интерполирование поправок к АСТ за рельеф внешней области способом интегральных параметров

Массы промежуточного слоя внешней области создают гравитационное поле, которое во внешнем пространстве меняется значительно сильнее, чем гравитационное поле топографических масс дальних областей. Однако всегда можно установить интервал, в пределах которого поправки за рельеф будут являться простыми линейными функциями от координат. Очевидно, что этот интервал будет значительно меньше по величине, чем интервал интерполирования поправок к АСТ за рельеф дальних областей.

Для проведения экспериментов по учету влияния притяжения топографических масс внешней области необходима цифровая модель рельефа с высокой степенью детализации. Этому требованию отвечает высокодетализированная ЦМР, построенная по данным радарной съемки SRTM, доступ к которой можно получить по ссылке: <http://www.viewfinderpanoramas.org/dem3.html>. На данном сайте доступны ЦМР с 1, 3, 15-секундной дискретностью в формате .HGT. (стандартный формат для ЦМР). Для перевода данных из формата .HGT в бинарный файл использовалась программа визуализации 3DEM, также доступная по указанной ссылке. Вычисление поправок к АСТ за рельеф во всех экспериментах 2.7 производилось по формулам [13]:

$$\delta g_{II} = \sum_{i=1}^K \delta g_i, \quad (72)$$

$$\delta g_i = G\sigma \sum_{j=1}^{j=n} \left\{ \ln \left[\frac{y_1 + \sqrt{x_j^2 + y_1^2 + H_A^2}}{y_1 + \sqrt{x_j^2 + y_1^2 + (H - H_A)^2}} \cdot \frac{y_2 + \sqrt{x_j^2 + y_2^2 + (H - H_A)^2}}{y_2 + \sqrt{x_j^2 + y_2^2 + H_A^2}} \right] \right\} \Delta x, \quad (73)$$

где δg_{II} – топографическая поправка к АСТ за влияние притяжения масс промежуточного слоя внешней области;

K – общее количество тессероидов в области учета рельефа.

Формулы (72), (73) определяют поправку за влияние рельефа к редукции Буге в сфероидической аппроксимации, позволяя вычислять поправку за притяжение масс промежуточного слоя, находящегося выше или ниже результирующей точки. Общеизвестно, что поправка к АСТ за рельеф может быть только положительной. Однако поправки за рельеф к редукции Буге могут быть и отрицательными, если объем пустот будет значительно превышать объем масс, находящихся выше результирующей точки.

В работе [22] представлены результаты применения способа интегральных параметров для вычисления топографических поправок к АСТ за рельеф внешней области. Эксперименты показали, что этот способ имеет значительные ограничения в возможности интерполирования топографических поправок к АСТ. Согласно мнению автора [22], оптимальными условиями для вычисления топографических поправок к АСТ за рельеф внешней области являются:

- область учета влияния рельефа местности от 20 до 200 км;
- интервал линейной интерполяции 5'.

Указанные условия для расчета ИП обеспечивают интерполирование поправки за рельеф вдоль профиля с точностью 0,010 мГал, которая далеко не всегда может удовлетворять практическим требованиям, предъявляемым к обработке современных высокоточных гравиметрических измерений. Важно отметить, что исследования в работе [22] проведены с малой выборкой данных и не позволяют в полной мере оценить влияние притяжения масс нерегулярного промежуточного слоя на точность интерполирования поправок за рельеф в других областях Земного шара. Так интерполирование ИП в пределах участков ЦМР с большими перепадами высот может приводить к ошибкам, значительно превосходящим оценки, представленные в работе [22]. Для подтверждения данного тезиса выполнен расчет ИП на профиле 1, имеющем координаты $B = 33,203^\circ - 34,169^\circ$; $L = 80,188^\circ$ (таблица А.1, приложение А). Интегральные параметры на профиле 1 вычислены при радиусе центральной

зоны 20 км и расстоянии между узлами профиля 30". СКО определения поправок за рельеф в серединах интервалов между узловыми точками сети ИП составила 0,031 мГал. В работе [22] при аналогичных условиях для вычисления ИП ошибка интерполирования оценивается величиной 0,001 мГал. Это указывает на то, что способ интегральных параметров [22] не может быть применен для интерполирования топографических поправок к АСТ за влияние притяжения масс внешней области.

На основании анализа результатов выполненного эксперимента сформулированы следующие задачи исследования:

- 1) разработать модифицированный способ интегральных параметров для вычисления топографических поправок к АСТ за влияние рельефа внешней области;
- 2) определить на основе обширного эмпирического материала интервалы линейного интерполирования интегральных параметров и соответствующую этим интервалам точность определения поправок к АСТ за рельеф.

Для выявления фактора, влияющего на появление грубых ошибок интерполирования в способе интегральных параметров, проведен дополнительный численный эксперимент. При аналогичных условиях для вычисления ИП, использовавшихся при расчетах ИП на профиле 1, выполнена оценка точности определения поправок за рельеф на профиле 2. Профиль 2 имеет координаты: $B = 25,057^\circ - 24,057^\circ$; $L = 93,815^\circ$ (таблица А.2, приложение А). СКО интерполирования поправок на профиле 2 составила 0,0004 мГал и соответствует оценкам из работы [22]. Высоты узловых точек (в которых вычислялись ИП) изменялись в диапазоне от 750 до 1 280 м, при среднем значении 880 м. Высоты узловых точек профиля 1 варьировались от 4 290 до 5 940 м, среднее значение высоты на профиле 1 – 4 900 м.

Результаты эксперимента показали, что значительная разница в высотах узловых точек сети ИП и является тем фактором, обуславливающим существенное отличие в точности интерполирования ИП на профилях 1 и 2. Это связано с тем, что в способе [22] интегральные параметры определяются на основе двух поправок за рельеф, первая из которых вычисляется в узловой точке сети ИП по высоте из ЦМР, а вторая по высоте $H = 0$ (на поверхности эллипсоида) по формулам (24)–(39). Поэтому на втором профиле второй интегральный параметр (39) определяет изменение

поправки к АСТ на интервале от 0 до 1 600 м, а на профиле 1 – в интервале от 0 до 5 940 м. Таким образом, на профиле 1 интервал интерполирования топографической поправки в вертикальной плоскости почти в семь раз превосходит интервал интерполирования в горизонтальной плоскости (30" или 900 м). Кроме того, на точность интерполирования в значительной степени влияет мощность промежуточного слоя, которая на профиле 1 почти в шесть раз выше, чем на профиле 2.

Точность способа интегральных параметров можно повысить за счет изменения высоты, по которой вычисляется первый интегральный параметр, и, соответственно уменьшения интервала, на котором второй интегральный параметр определяет изменение поправки за рельеф местности. Первый интегральный параметр предлагается вычислять по высоте:

$$H_m = \frac{\sum_{i=0}^I H_i}{I}, \quad (74)$$

где H_i – высота узловой точки сетки ЦМР, находящейся между узловыми точками сети интегральных параметров;

I – общее количество узловых точек ЦМР между узловыми точками сети интегральных параметров.

Величина H_m представляет собой среднюю интегральную высоту участка ЦМР внутри области задания интегральных параметров. В областях, характеризующихся слабой изрезанностью рельефа, для вычисления высоты H_m можно использовать только высоты ЦМР в узловых точках сети интегральных параметров. Поскольку перепады высот ЦМР на малых расстояниях редко превышают значение в несколько сотен метров, расчет первого интегрального параметра по высоте H_m обеспечит малый интервал интерполирования в вертикальной плоскости и повышение точности вычисления поправки к АСТ за рельеф.

Для оценки влияния мощности промежуточного слоя на точность интерполирования топографических поправок в вертикальной плоскости выполнен эксперимент на профиле 3 ($B = 33,980^\circ - 32,555^\circ$; $L = 80,880^\circ$, таблица Б.1, приложение

ние Б). ЦМР области учета влияния рельефа имеет перепады высот от 1,100 до 7,150 км и характеризуется средней мощностью промежуточного слоя 5,150 км. Профиль 3 содержит 172 группы точек, в которых вычислены поправки за влияние притяжения рельефа в области учета от 10 до 200 км. В каждой из групп находится 16 точек с одинаковыми плановыми координатами. Высоты точек в каждой группе изменяются от 5,150 до 5,850 км с шагом 50 м. Расчет поправки за рельеф в каждой из этих точек выполнен по формуле (72) (таблица Б.1, графа 4). Для расчета первого ИП использовалась высота $H_m = 5,450$ км. В качестве высоты узловой точки сети ИП принято значение 5,600 км. Вычисленные по формуле (39) вторые интегральные параметры для каждой из групп точек профиля приведены в графе 5 таблицы Б.1. Затем путем интерполирования и экстраполирования по формуле (40) рассчитаны поправки за рельеф (таблица Б.1, графа 6). Разность поправок, полученных численным интегрированием (таблица Б.1, графа 4) и по способу интегральных параметров, показывает ошибку интерполирования первого интегрального параметра в вертикальной плоскости (таблица Б.1, графа 7). Из результатов данного эксперимента сделан вывод, что линейное интерполирование и экстраполирование первого ИП в сильноградиентном гравитационном поле промежуточного слоя по формулам (39), (40) неприемлемо для вычисления поправок к АСТ за рельеф.

Повышение точности интерполирования поправки к АСТ за рельеф в вертикальной плоскости возможно при помощи введения процедуры интерполирования второго интегрального параметра:

$$\begin{aligned}\delta G_z^{\text{int}} &= \delta G_z^1 + \frac{(\delta G_z^1 + \delta G_z^2)\Delta H_i}{H_b}, \\ \delta G_z^1 &= \frac{\delta g(H_m + H_b) - \delta g(H_m - H_b)}{2H_b}, \\ \delta G_z^2 &= \frac{\delta g(H_m) - \delta g(H_m - H_b)}{H_b}, \\ \Delta H_i &= H_i - H_m,\end{aligned}\tag{75}$$

где δG_z^{int} – интерполированное значение второго интегрального параметра;

H_i – высота результирующей точки;

H_b – максимальное отклонение (по абсолютной величине) высот точек местности от среднего значения H_m на интервале между узловыми точками сети ИП;

$\delta g(H_m)$ – первый интегральный параметр (поправка к АСТ за рельеф, полученная по формуле (72)), вычисленный в узловой точке с координатами $B; L; H_m$ (для сокращения записи координаты B, L не указаны в составе набора аргументов функции $\delta g(H_m)$ в выражении (75)).

Для вычисления интегральных параметров модифицированным способом необходимо рассчитывать поправки к АСТ за рельеф в трех точках с координатами:

$$(B; L; H_m), (B; L; H_m + H_b), (B; L; H_m - H_b).$$

В способе интегральных параметров [22] поправки к АСТ вычисляются в двух точках с координатами:

$$(B; L; H), (B; L; H = 0),$$

где $(B; L; H)$ – геодезические координаты узловой точки сети ИП.

Применение модифицированного способа интегральных параметров позволяет значительно повысить точность интерполирования первого интегрального параметра в вертикальной плоскости, о чем свидетельствуют данные, представленные в таблице Б.2 (приложение Б). В результате обработки данных по всему профилю 3 получены следующие СКО интерполирования первого ИП:

0,003 мГал на интервале изменения высот 750 м

0,002 мГал на интервале изменения высот 650 м

0,001 мГал на интервале изменения высот 550 м

Использование модифицированного способа практически исключает ошибку интерполирования ИП в вертикальной плоскости, так как на коротких расстоя-

ниях (до двух километров) отклонения высот от среднего значения редко превосходят указанные интервалы. Точность определения поправок к АСТ за рельеф модифицированным способом интегральных параметров главным образом определяется ошибкой интерполирования ИП горизонтальной плоскости. Для подтверждения этого вывода выполнена оценка точности интерполирования первого интегрального параметра в горизонтальной плоскости по следующей схеме:

– определены пять результативных профилей с трехсекундной дискретностью (расстояние между точками ~ 30 м), для каждого из которых сформирована отдельная ЦМР. Все профили пересекают горные или предгорные области и имеют следующие геодезические координаты:

профиль 4	$B = 34,000^\circ; L = 104,000^\circ - 104,833^\circ$
профиль 5	$B = 38,000^\circ; L = 104,000^\circ - 104,833^\circ$
профиль 6	$B = 38,000^\circ; L = 98,000^\circ - 98,833^\circ$
профиль 7	$B = 38,000^\circ; L = 92,000^\circ - 92,833^\circ$
профиль 8	$B = 33,985^\circ - 32,555^\circ; L = 80,880^\circ$

– вычислены поправки к АСТ за рельеф в каждом отдельном профиле по одной высоте, равной средней толщине (мощности) промежуточного слоя соответствующей ЦМР;

– по формуле (72) вычислены топографические поправки к АСТ во всех точках профиля при области учета влияния рельефа 10–200 км (таблица В.1, графа 4). При этом каждая 20-я результативная точка профиля являлась узловой точкой сети интегральных параметров, а поправка к АСТ за рельеф в этой точке – первым интегральным параметром (таблица В.1, графа 5);

– между узловыми точками путем линейного интерполирования первого интегрального параметра рассчитаны поправки к АСТ за рельеф по высоте, равной толщине промежуточного слоя (таблица В.1, графа 6);

– вычислены ошибки интерполирования (таблица В.1, графа 7) по разностям поправок за рельеф, которые получены численным интегрированием (таблица В.1, графа 4) и по интегральным параметрам.

Ошибки интерполирования первого интегрального параметра по всем профилям приведены на рисунках В.1–В.5 (верхние графики). Общая СКО составила 0,002 мГал при количестве всех результативных точек – 5 386, а узловых точек сети ИП – 290. На 12 % интервалов между узлами сети ИП получены большие величины ошибок интерполирования (более 0,005 мГал). Количество ошибок, превышающих 0,005 мГал, составило 4,7 % от общего числа результативных точек, а количество ошибок, превышающих 0,010 мГал – 0,97 %.

На интервалах, внутри которых ошибки интерполирования превышали 0,005 мГал, величины первых интегральных параметров изменялись значительно больше, чем на прочих участках, что вытекает из сравнения графиков ошибок интерполирования (верхние графики рисунков В.1–В.5) с графиками изменения вторых разностей первого ИП (нижние графики рисунков В.1–В.5). Следовательно, наиболее информативными для выявления аномальных изменений первого интегрального параметра являются вторые разности ИП:

$$\Delta Gx_{ijk} = Gx_{ij} - Gx_{jk}, \quad (76)$$

где k – индекс узловой точки профиля, следующей по порядку за точками i и j ;

$$\delta Gx_{ij} = \frac{\delta g_i(H_m) - \delta g_j(H_m)}{\Delta x} - \text{первая разность ИП (горизонтальная составляющая градиента гравитационного поля промежуточного слоя);}$$

Δx – размер интервала интерполирования (расстояние в км между узловыми точками i и j);

$\delta g_i(H_m), \delta g_j(H_m)$ – первые ИП исследуемого интервала интерполирования.

В результате выполненных экспериментов установлено, что критической величиной изменения вторых разностей первого ИП является 0,012 мГал/км (таблицы В.2–В.6, приложение В). В процессе исследований разработан алгоритм, позволяющий на основе анализа изменения вторых разностей первого ИП определять узловые точки профиля, между которыми линейное интерполирование ИП с высокой вероятностью будет выполнено с большими ошибками. В ука-

занных «проблемных» интервалах предлагается сгущать сеть ИП, а при обработке данных профильных съемок вводить дополнительную узловую точку в середине «проблемного» интервала.

Применив предложенную процедуру уменьшения интервала на «проблемных» участках, выполнена повторная обработка данных, а также оценка точности интерполирования первого ИП на профилях 4–8. В результате повторной обработки уменьшилось общее количество грубых ошибок на всех профилях (таблица В.7, приложение В). Число ошибок, превышающих 0,005 мГал, снизилось до 0,67 %, а количество ошибок, превышающих 0,010 мГал, уменьшилось до 0,09 %. Суммарная СКО интерполирования первого интегрального параметра по всем профилям составила 0,0012 мГал.

При интерполировании первого интегрального параметра на интервале 30" по всем профилям 4–8 не было выявлено превышения критического показателя вторых разностей первого ИП, а общая ошибка интерполирования составила 0,0007 мГал. Это подтверждает надежность процедуры уменьшения интервалов между узловыми точками для потенциально «проблемных» участков профилей.

Результаты экспериментальных исследований, приведенные в таблице 1, указывают на низкую точность интерполирования первого интегрального параметра на интервале 2' (таблица 6). Поэтому определение поправок к АСТ за рельеф способом интегральных параметров нецелесообразно на интервалах, больших 1', при области учета влияния рельефа от 10 до 200 км.

Таблица 6 – Точность интерполирования первого интегрального параметра для вычисления поправки к АСТ за рельеф внешней области

Интервал интерполирования 1', область учета влияния рельефа 10–200 км (до применения процедуры уменьшения интервалов)			
Среднее значение ошибок, мГал	0,00001	СКО, мГал	0,00224
Количество узловых точек в профилях	290	Количество ошибок, превышающих 0,005 мГл, %	4,72
Количество результативных точек в профилях	5386	Количество ошибок, превышающих 0,010 мГл, %	0,97

Продолжение таблицы 6

Интервал интерполирования 1', область учета влияния рельефа 10–200 км (после применения процедуры уменьшения интервалов)			
Среднее значение ошибок, мГал	0,00001	СКО, мГал	0,00124
Количество узловых точек в профилях	335	Количество ошибок, превышающих 0,005 мГл, %	0,67
Количество результативных точек в профилях	5341	Количество ошибок, превышающих 0,010 мГл, %	0,09
Интервал интерполирования 30", область учета влияния рельефа 10–200 км			
Среднее значение ошибок, мГал	0,00001	СКО, мГал	0,00069
Количество узловых точек в профилях	580	Количество ошибок, превышающих 0,003 мГл, %	0,96
Количество результативных точек в профилях	5120	Количество ошибок, превышающих 0,005 мГл, %	0,14
–	–	Количество ошибок, превышающих 0,010 мГл, %	0,00
Интервал интерполирования 2', область учета влияния рельефа 10–200 км			
Среднее значение ошибок, мГал	0,00020	СКО, мГал	0,00690
Количество узловых точек в профилях	145	Количество ошибок, превышающих 0,010 мГл, %	7,92
Количество результативных точек в профилях	5555	Количество ошибок, превышающих 0,020 мГл, %	2,56
–	–	Количество ошибок, превышающих 0,030 мГл, %	0,81

По результатам проведенных исследований выполнена оценка величины ожидаемой полной ошибки интерполирования поправки за рельеф внешней области модифицированным способом интегральных параметров. Линейное интерполирование топографической поправки в пределах ячейки сети ИП выполняется по интегральным параметрам, вычисляемым в четырех узловых точках. При этом в каждой паре узловых точек (1–3 и 2–4, см. рисунок 8) производится интерполирование трех первых ИП. Поэтому ошибка определения ИП в каждой паре узловых

точек равна утроенному значению ошибки интерполирования первого интегрального параметра:

$$m^2(\delta g_{13}^{int}) = m^2(\delta g_{13}^{int}(H_m)) + m^2(\delta g_{13}^{int}(H_m + H_b)) + m^2(\delta g_{13}^{int}(H_m - H_b)) = 3m^2(\delta g_{13}^{int}(H_m)), \quad (77)$$

где $m^2(\delta g_{13}^{int}(H_m))$ – квадрат ошибки интерполирования первого ИП на интервале между узловыми точками 1 и 3 (ошибка представлена как функция от интерполированного первого ИП, который в свою очередь обозначен как функция от высоты, при этом, как и в формулах (75), аргументы B и L опущены).

Полное интерполирование интегральных параметров в пределах ячейки сети ИП по четырем узловым точкам будет характеризоваться ошибкой:

$$m^2(\delta g_{1324}^{int}(H)) = 9m^2(\delta g_{13}^{int}(H_m)) + m^2(\delta G_z^{int}) \approx 0,0148 \text{ мГал}^2,$$

$$m(\delta g_{1324}^{int}(H)) \approx 0,0039 \text{ мГал.}$$

СКО определения поправок за рельеф модифицированным способом ИП $m(\delta g_{13}^{int}(H))$ при обработке данных профильных гравиметрических съемок будет характеризоваться равна:

$$m^2(\delta g_{13}^{int}(H)) = 3m^2(\delta g_{13}^{int}(H_m)) + m^2(\delta G_z^{int}) \approx 0,005 \text{ мГал}^2$$

$$m(\delta g_{13}^{int}(H)) \approx 0,002 \text{ мГал.}$$

При обработке данных площадных гравиметрических съемок ожидаемая ошибка вычисления поправок к АСТ за рельеф $m(\delta g_{1324}^{int}(H))$ на интервале 30" составляет 0,0026 мГал, при обработке данных профильных съемок ошибка $m(\delta g_{13}^{int}(H))$ составит 0,0015 мГал.

Полученная ожидаемая ошибка полного интерполирования поправок к АСТ за рельеф модифицированным способом интегральных параметров является при-

близительной, так она не учитывает корреляцию между поправками, вычисленными в точках с одинаковыми плановыми координатами, но разными высотами. По предварительным оценкам корреляция должна снижать величину полной ошибки, но для подтверждения данного тезиса необходимы дополнительные исследования.

Практический интерес представляет полная СКО вычисления поправки к АСТ внутри интервала сети ИП, определенная на основе непосредственных вычислений. Для этой цели был выполнен следующий численный эксперимент:

– в области ЦМР с координатами $B_1 = 27^\circ$; $B_2 = 22^\circ$; $L_1 = 91^\circ$; $L_2 = 96^\circ$, которая доступна по ссылке <http://www.viewfinderpanoramas.org/dem3.html>, выбрано 3 результативных профиля в исходной 3-секундной дискретности:

профиль 1 $B = 25,040^\circ - 24,124^\circ$; $L = 93,815^\circ$

профиль 2 $B = 25,070^\circ - 24,120^\circ$; $L = 92,664^\circ$

профиль 3 $B = 25,095^\circ - 24,178^\circ$; $L = 94,028^\circ$

– путем уменьшения шага ЦМР в исходных профилях получены профили узловых точек для расчета сети ИП в следующей дискретности: 15", 30", 1', 2';

– по формулам (72), (73) вычислены поправки к АСТ за рельеф по всем профилям, при размерах области учета влияния рельефа 10–200 км и 15–200 км (графы 4–6 таблицы Г.1, приложение Г);

– на основе вычисленных поправок за рельеф определены интегральные параметры в узлах сети ИП (графы 5–8 таблицы Г.1);

– в середине между узлами точек сети ИП выполнен расчет поправок к АСТ на всех профилях 1–3 с применением модифицированного способа интегральных параметров (графа 10 таблицы Г.1);

– высота результативных точек в середине между узловыми точками сети ИП также получена на основе ЦМР исходных 3-секундных профилей (графа 11 таблицы Г.1);

– разность поправок за рельеф полученных численным интегрированием (графа 12 таблицы Г.1) с поправками, вычисленными модифицированным спосо-

бом интегральных параметров, (графа 10 таблицы Г.1) определяют ошибку расчета поправок к АСТ (графа 13 таблицы Г.1).

Результаты оценки точности полного интерполирования поправки к АСТ за рельеф модифицированным способом ИП на всех профилях 1–3 приведены в сводной таблице (таблица 7). СКО вычисления поправок вдоль профиля при области учета рельефа 10-200 км для интервалов сети ИП 30" и 1' укладываются в рамки соответствующих оценок ожидаемых ошибок интерполирования. Поэтому СКО, представленные в таблице 2, могут служить основой для предварительной оценки точности вычислений поправок к АСТ за рельеф внешней области модифицированным способом интегральных параметров, в целях выбора оптимального интервала интерполирования при обработке гравиметрических данных.

Таблица 7 – Точность полного интерполирования топографических поправок к АСТ за влияние притяжения масс внешней области на профиле

Интервал интерполяции	15"	30"	1'	2'
Центральная зона 10 км				
Среднее значение разностей поправок, мкГал	0,005	–0,101	–0,251	–0,871
СКО разностей поправок, мкГал	0,174	1,208	2,175	14,053
Центральная зона 15 км				
Среднее значение разностей поправок, мкГал	0,003	–0,014	0,018	0,032
СКО разностей поправок, мкГал	0,067	0,428	1,654	3,377

Поскольку ошибка интерполирования внутри ячейки сети ИП приблизительно равна утроенной ошибке интерполирования между узлами сети ИП, то на основе выполненной оценки точности вычисления поправок за рельеф по профилю (таблица 7), можно оценить полную СКО вычисления поправок к АСТ за рельеф в пространстве модифицированным способом интегральных параметров (таблица 8).

Таблица 8 – Точность полного интерполирования топографических поправок к АСТ за влияние притяжения масс внешней области в ячейке сетки ИП

Интервал интерполяции	15"	30"	1'	2'
Центральная зона 10 км				
СКО разностей поправок, мкГал	0,30	2,09	3,77	24,34
Центральная зона 15 км				
СКО разностей поправок, мкГал	0,12	0,74	2,86	5,85

Результаты проведенных экспериментов показали, что предложенный модифицированный способ интегральных параметров позволяет выполнять линейное интерполирование поправок к АСТ за рельеф внешней области с высокой точностью и может быть применен для обработки гравиметрических измерений. Таким образом, задачи 1) и 2) текущего раздела решены.

2.8 Методика определения полной топографической редукции АСТ с помощью способа интегральных параметров

Нормативно установленная величина допустимой ошибки вычисления аномалий силы тяжести в редукции Буге для самого крупного масштаба гравиметрической съемки (1 : 5 000) составляет 0,02 мГал. Результаты производственных работ показывают, что ошибка вычисления поправок к АСТ за рельеф в центральной зоне, в зависимости от качества ЦМР, характеризуется величиной 0,010–0,015 мГал. Следовательно, разность указанных ошибок равная 13–17 мкГал, может служить допуском на ошибку вычисления поправок к АСТ за влияние масс внешней области. Согласно результатам исследования интервалов линейной интерполирования поправок к АСТ за рельеф внешней области (см. таблицу 2), СКО, полученная при величине интервала 1' и радиусе центральной зоны 10 км, не превышает допустимую, что подтверждает применимость параметрического способа к вычислению топографических поправок.

На ошибку расчета топографических поправок к АСТ для моделирования гравитационного поля Земли отсутствуют нормативные требования, поэтому информация о соотношениях интервала интерполирования, размера центральной зоны и погрешности интерполирования, представленная в таблице 2, позволит оператору обработки гравиметрических измерений назначать интервал интерполирования в соответствии с требуемой точностью вычисления поправок за рельеф.

На основании выполненных исследований усовершенствована методика вычисления полной топографической поправки к АСТ, включающая следующие технологические процедуры:

- расчет топографических поправок к АСТ за влияние притяжения масс дальних областей (от 200 км) путем линейного интерполирования интегральных параметров по 10-минутной глобальной модели;

- расчет топографических поправок к АСТ за влияние притяжения масс внешней области (от 10–15 км до 200 км) путем линейного интерполирования интегральных параметров, которые рассчитываются численным методом в узлах регулярной сетки, покрывающей область гравиметрических измерений с дискретностью, выбираемой из таблицы 2 в соответствии с требуемой точностью вычисления поправок;

- расчет топографической поправки к АСТ в центральной зоне (от 0 до 10 км либо от 0 до 15 км) методом численного интегрирования.

Для реализации усовершенствованной методики вычисления полной топографической редукции АСТ разработаны алгоритмы расчета топографических поправок к АСТ за влияние масс дальних и внешней областей.

Согласно алгоритму вычисления поправок к АСТ за рельеф дальних областей первоначально по разработанной 10-минутной глобальной модели интегральных параметров выполняется поиск трапеции, внутри которой находится результирующая точка. Расчет топографической поправки к АСТ в результирующей точке выполняется путем линейного интерполирования интегральных параметров, заданных в узлах сетки трапеции, выбранной из глобальной модели. Данный

алгоритм позволяет повысить эффективность расчетов за счет исключения необходимости производить суммирование топографических поправок, полученных на основе пятиминутной глобальной модели рельефа.

Алгоритм расчета топографических поправок к АСТ за влияние масс внешней области включает следующие операции:

1) по имеющейся выборке результатов гравиметрических измерений определяются узлы регулярной сетки с шагом, задаваемым в соответствии с таблицей 2;

2) в узлах сетки вычисляются интегральные параметры методом численного интегрирования;

3) производится анализ полученных интегральных параметров. При наличии ячеек регулярной сетки, в пределах которых изменение интегральных параметров превышает допустимое значение, автоматически вводятся дополнительные интегральные параметры для уменьшения размера таких ячеек и операции 2) и 3) повторяются;

4) с использованием окончательно полученных интегральных параметров выполняется расчет поправок к АСТ в результирующей точке путем параметрической линейной интерполяции.

Достоинством разработанного алгоритма расчета поправок к АСТ за рельеф внешней области является сокращение объемов вычислений за счет исключения необходимости интегрирования топографической поправки к АСТ для каждой результирующей точки в отдельности. Следовательно, чем выше плотность гравиметрических измерений, тем выше быстродействие данного алгоритма по сравнению с существующими.

2.9 Выводы по второму разделу

Во второй части диссертационного исследования были получены следующие результаты:

– определены оптимальные условия для разработки глобальной модели ИП, позволяющей вычислять поправки к АСТ за рельеф дальних областей. Согласно

проведенным исследованиям ИП допустимо рассчитывать по регулярной сети с шагом в 10 угловых минут, используя при этом 5-минутную ЦМР ЕТОРО 1 с преобразованными высотами от ортометрической системы к эллипсоидальной.

– разработана глобальная модель интегральных параметров на всю поверхность Земли для вычисления топографических поправок к аномалиям силы тяжести за влияние масс дальних областей;

– получены формулы интерполирования интегральных параметров в результирующую точку от узловых точек сети ИП в границах ячейки;

– разработан алгоритм расчета потенциала топографических масс, совместимый с алгоритмом вычисления поправок к силе тяжести за влияние масс дальних областей;

– исследовано влияние масс промежуточного слоя Земли на изменение нормальной силы тяжести;

– разработан модифицированный способ интегральных параметров для вычисления топографических поправок к АСТ за влияние рельефа внешней области;

– на основе обширного эмпирического материала определены интервалы линейного интерполирования интегральных параметров и соответствующую этим интервалам точность определения поправок к АСТ за рельеф.

– на основе предложенных глобальной модели ИП и модифицированного способа интегральных параметров усовершенствована методика вычисления полной топографической редукции силы тяжести;

– разработаны алгоритмы вычисления поправок к аномалиям силы тяжести за влияние притяжения топографических масс дальних и внешней областей.

3 РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛНОЙ ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

3.1 Программное обеспечение вычисления полной топографической редукции

Все представленные во второй главе формулы и алгоритмы для определения полного топографического редуцирования АСТ были реализованы в виде отдельных модулей в программной среде Borland Delphi 7. Все модули объединены в программном комплексе «Gravitsara», на который получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ [33]. Комплекс «Gravitsara» является глубокой переработкой алгоритмов топографического редуцирования АСТ, реализованных в среде Borland Delphi 7 в 2010-х гг. на кафедре физической геодезии и дистанционного зондирования СГУГиТ (уже упомянутый во второй главе комплекс «Reduction») [5].

Программный комплекс «Gravitsara» составлен из следующих модулей:

- «ПДО АСТ (численный метод)»;
- «ПДО АСТ (параметрический метод)»;
- «ПВО АСТ (численно-аналитический метод)»;
- «АТМ АСТ (численно-аналитический метод)»;
- «ПДО АПСТ (численный метод)»;
- «Нормальное поле»;
- «ПВОМ АСТ (параметрический метод)»;
- «ПДОМ АСТ (параметрический метод)».

Модуль «ПДО АСТ (численный метод)» предназначен для вычисления топографической поправки к силе тяжести за влияние притяжения масс дальних областей методом численного интегрирования по формуле (24) (рисунок 9). Также он предназначен для расчета пользовательских моделей интегральных параметров.

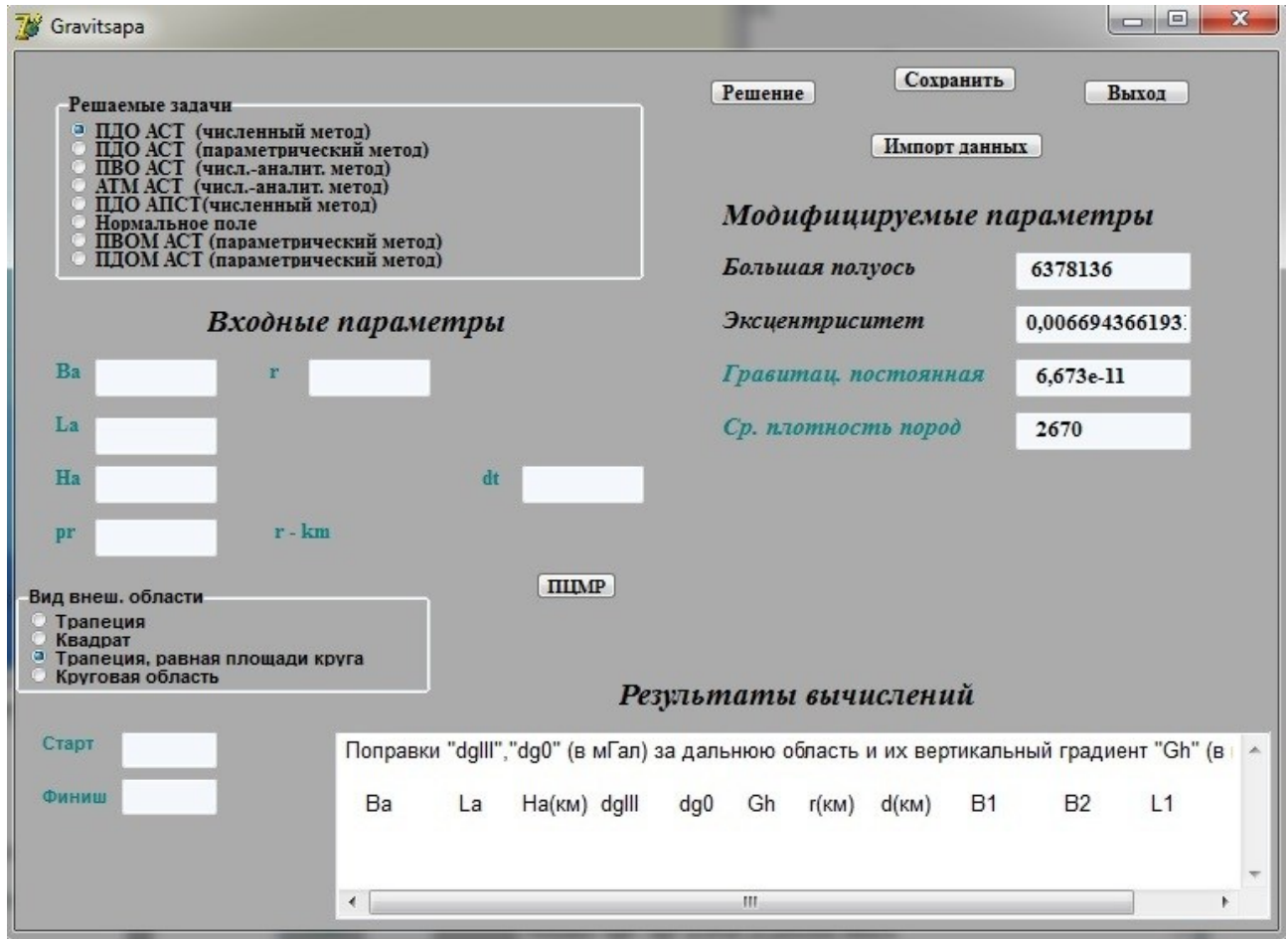


Рисунок 9 – Окно модуля «ПДО АСТ (численный метод)»

Входные данные модуля:

– файл планетарной (глобальной) цифровой модели рельефа в текстовом формате (подключается командной кнопкой «ПЦМР») со следующей организацией данных в строке: L – долгота, градусы; B – широта, градусы; H – метры;

– файл результативных точек в текстовом формате (подключается командной кнопкой «импорт данных»), со следующей организацией данных в строке: L – долгота, градусы; B – широта, градусы; H – метры.

Модифицируемые параметры модуля «ПДО АСТ (численный метод)»:

– вид ограничивающей внешней области:

- 1) трапециевидная;
- 2) квадратная;
- 3) трапециевидная, равная площади круговой;

- 4) круговая область;
- размер внешней области;
 - параметры отчетного эллипсоида;
 - гравитационная постоянная.
 - средняя плотность пород;

При изменении параметров эллипсоида программой изменяются высоты входной цифровой модели рельефа относительно опорного эллипсоида GRS-80. Поэтому предпочтительно вводить ЦМР, с высотами в системах GRS-80 или WGS-84.

Также имеется возможность ручного ввода координат результативной точки через соответствующие окна и получения результатов вычисления с возможностью последующего сохранения данных в текстовом формате (окна для ввода координат результативной точки подписаны как B_a , L_a , H_a).

Формат файла результатов вычислений: B – широта, градусы; L – долгота, градусы; H – высота, километры; δg_p – поправка в результативной точке, мГал; δg_0 – поправка к АСТ на поверхности эллипсоида, мГал; δG_z – вертикальная составляющая градиента поправки к АСТ мГал/км.

Модуль «ПДО АСТ (параметрический метод)» предназначен для быстрого расчета топографических поправок к АСТ за влияние масс дальней области по глобальной модели интегральных параметров (рисунок 10).

Входные данные:

- текстовый файл модели интегральных параметров (подключается командной кнопкой «ПМ») следующего формата: B – широта, градусы; L – долгота, градусы; H – высота, километры; δg_p – поправка в узловой точке сети ИП по высоте H , мГал; δg_0 – поправка к АСТ на поверхности эллипсоида (первый интегральный параметр), мГал; δG_z – второй интегральный параметр, мГал/км.

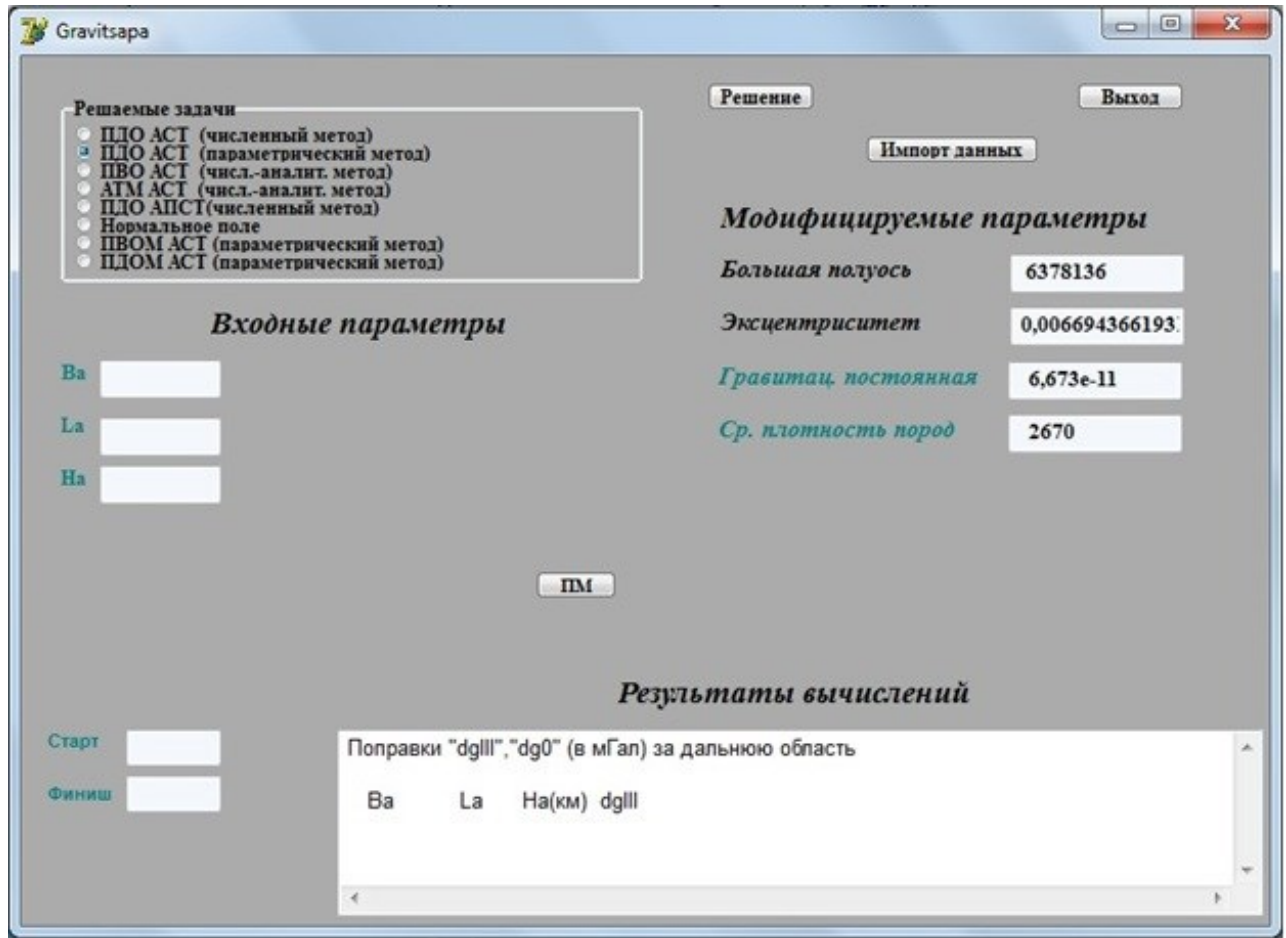


Рисунок 10 – Окно модуля «ПДО АСТ (параметрический метод)»

Модифицируемые параметры:

- параметры отчетного эллипсоида;
- гравитационная постоянная;
- средняя плотность пород (промежуточного слоя).

Текстовый файл результатов вычислений имеет следующую структуру:
 B – широта, градусы; L – долгота, градусы; H – высота, километры; δg_p – поправка к АСТ за влияние рельефа дальних областей в результивной точке, мГал.

Также для удобства предусмотрен ручной ввод данных результивных точек.

Модуль «ПВО АСТ (численно-аналитический метод)» (рисунок 11) предназначен для расчета топографических поправок к АСТ за влияние притяжения промежуточного слоя внешней области методом численного интегрирования (72).

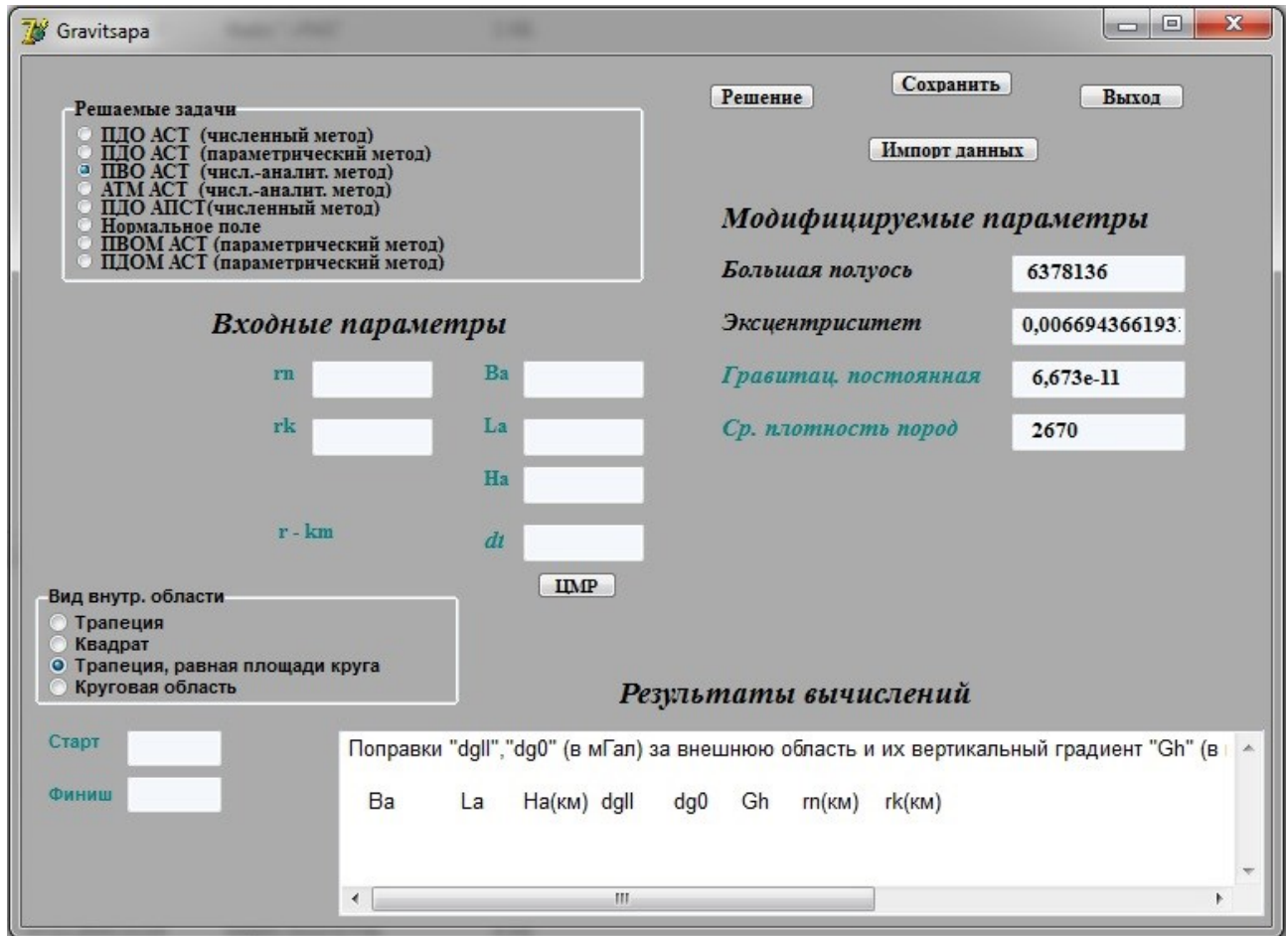


Рисунок 11 – Окно модуля «ПВО АСТ (численно-аналитический метод)»

Входные данные:

– матрица цифровой модели рельефа в бинарном формате (signed integer), подключается командной кнопкой «ЦМР»,

– файл результативных точек в текстовом формате (подключается командной кнопкой «импорт данных»), со следующей организацией данных в строке:
 L – долгота, градусы; B – широта, градусы; H – метры.

Модифицируемые параметры модуля «ПВО АСТ (численный метод)»:

– вид ограничивающей внешней области:

- 1) трапециевидная;
- 2) квадратная;
- 3) трапециевидная, равная площади круговой;
- 4) круговая область;

- размер внешней области;
- параметры отчетного эллипсоида;
- гравитационная постоянная;
- средняя плотность пород;
- размер ячейки входной ЦМР.

Файл результатов вычислений: B – широта, градусы; L – долгота, градусы; H – высота, километры; δg_p – поправка к АСТ за влияние рельефа внешней области в результативной точке, мГал.

Модуль «АТМ АСТ (численно-аналитический метод)» (рисунок 12) разработан для вычисления поправки к АСТ за влияние притяжения масс атмосферы. Расчет поправки основан на модификации способа (72). Формула и алгоритм определения поправки за влияние притяжения атмосферы представлены в статье [7].

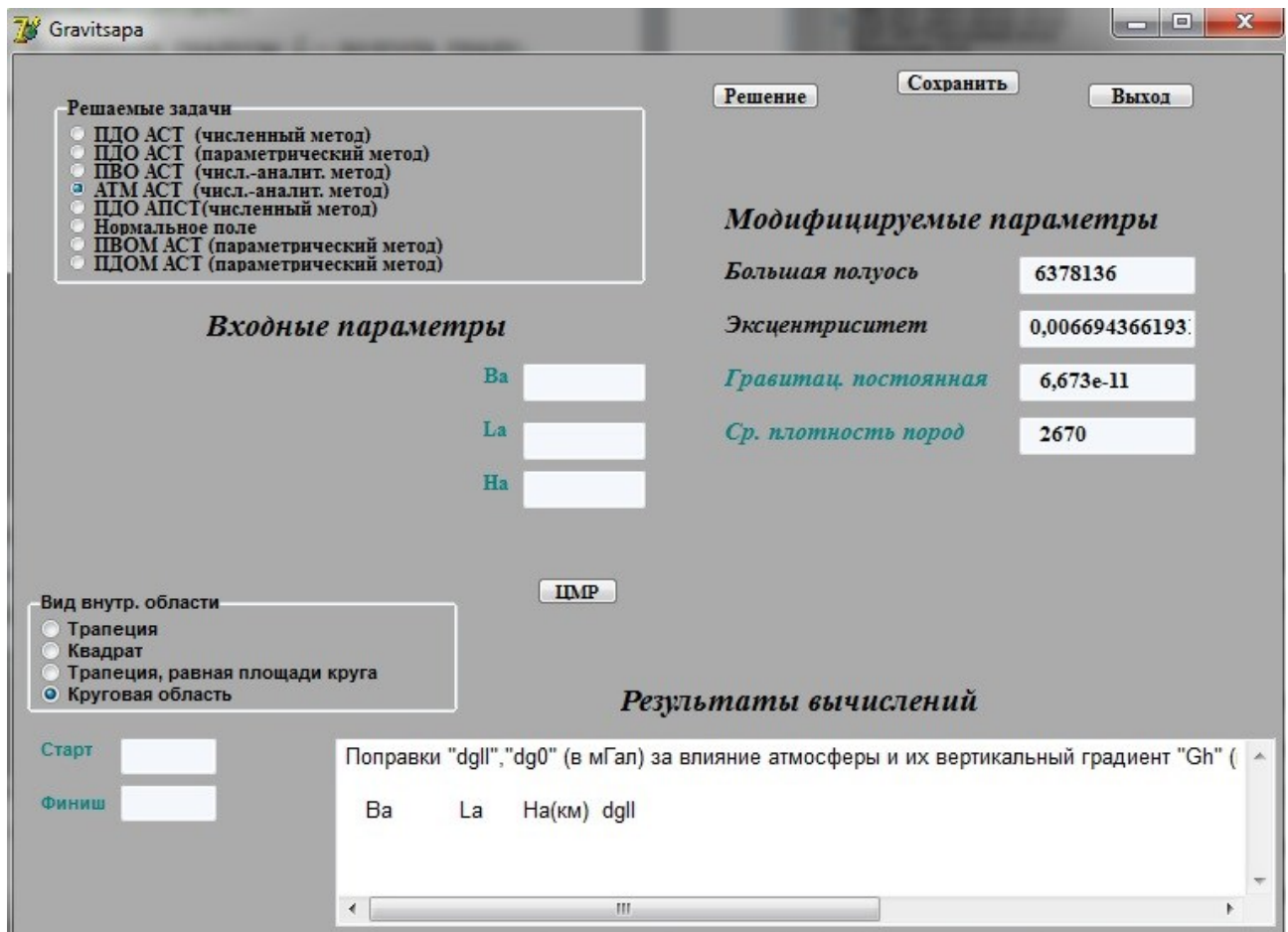


Рисунок 12 – Окно модуля «АТМ АСТ (численно-аналитический метод)»

Входные данные:

– геодезические координаты результирующей точки (вводятся вручную через поля B_a , L_a , H_a);

– файл планетарной цифровой модели рельефа в текстовом формате (подключается командной кнопкой «ПЦМР») со следующей организацией данных в строке: L – долгота, градусы; B – широта, градусы; H – метры;

Результаты вычислений модуль выдает в соответствующем окне в следующем формате: B – широта, градусы; L – долгота, градусы; H – высота, километры; δg_p – поправка к АСТ за влияние притяжения масс атмосферы, мГал.

Модуль «ПДО АПСТ (численный метод)» (рисунок 13) позволяет производить расчет поправки к аномальному потенциалу силы тяжести за влияние притяжения масс промежуточного слоя дальних областей методом численного интегрирования по формуле (66). Набор входящих и модифицируемых параметров полностью совпадает с набором модифицируемых параметров первого модуля «ПДО АСТ (численный метод)».

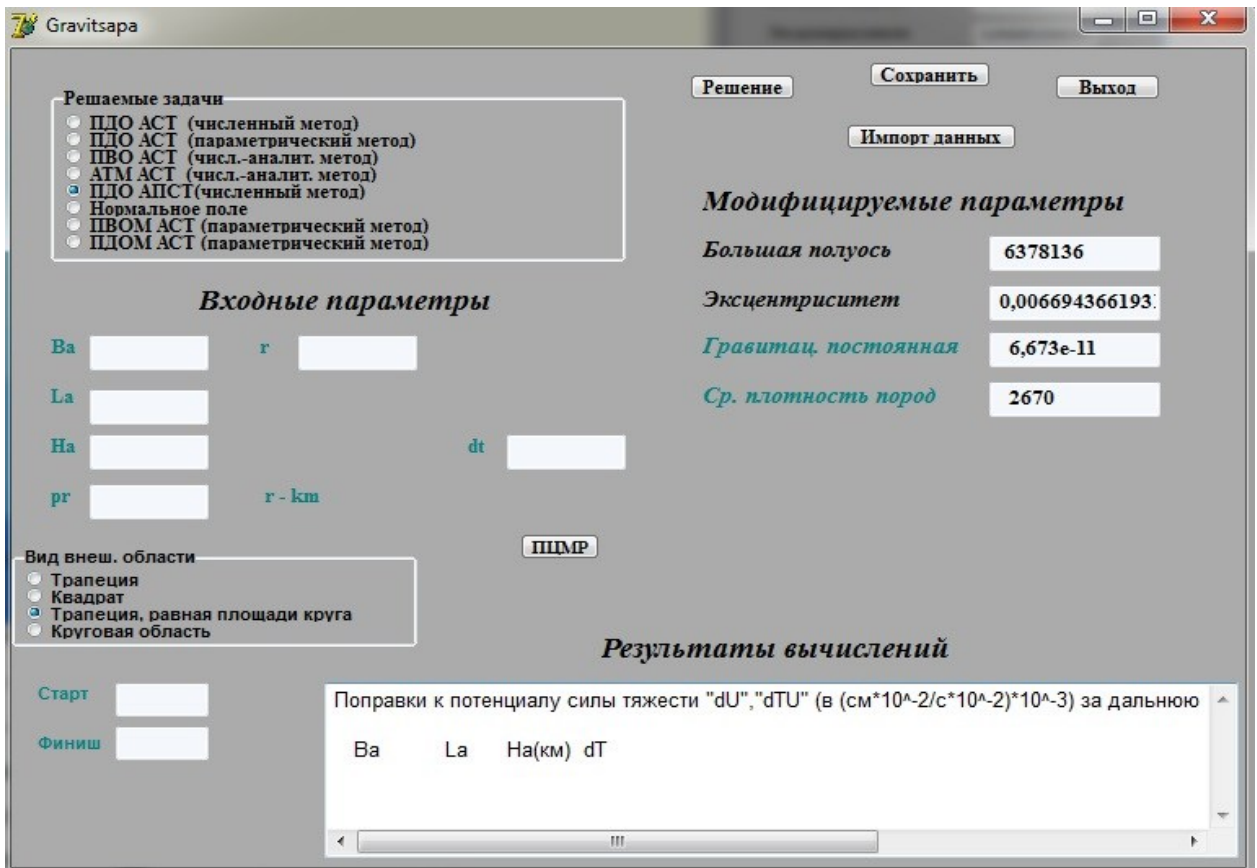


Рисунок 13 – Окно модуля «ПДО АПСТ (численный метод)»

Файл результатов вычислений имеет следующую структуру:

B – широта, градусы; L – долгота, градусы; H – высота, километры; δV – поправка к аномальному потенциалу силы тяжести за влияние рельефа дальней области в результивной точке, $\text{см}^{-5}\text{с}^{-2}$.

Модуль «Нормальная Земля» (рисунок 14) позволяет выполнять расчет нормального значения силы тяжести с учетом изменения масс эллипсоида, согласно подходу, предложенному в 2.6. Вычисление значений нормальной силы тяжести осуществляется по формулам [17, 28, 36].

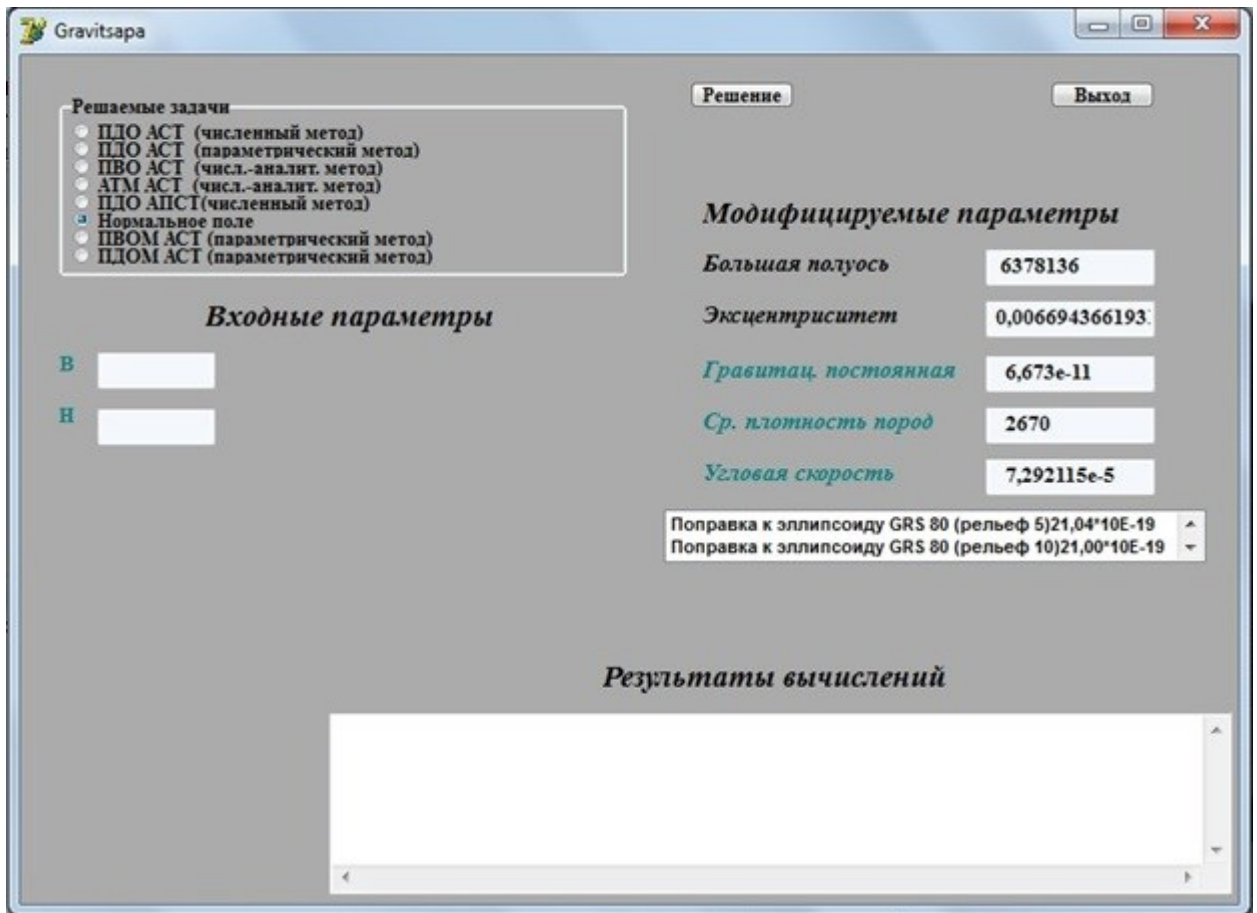


Рисунок 14 – Окно модуля «Нормальное поле»

Пользователю предлагается для определения значения нормальной силы тяжести выбор следующих поправок, (согласно оценкам из таблицы 5):

– к эллипсоиду GRS-80, в случае использования в полном топографическом редуцировании АСТ цифровой модели рельефа ETOPO 1 дискретностью 5’;

- к эллипсоиду GRS-80, в случае использования в полном топографическом редуцировании АСТ цифровой модели рельефа ETOPO 1 дискретностью 10';
- к эллипсоиду GRS-80, в случае использования в полном топографическом редуцировании АСТ поправок за притяжение атмосферы.

Модифицируемые параметры:

- параметры отчетного эллипсоида;
- гравитационная постоянная.
- средняя плотность топографических масс.
- поправки к нормальному значению силы тяжести согласно таблице

Седьмой модуль «ПВОМ АСТ (Параметрический метод)» (рисунок 15) представляет собой оптимизированный алгоритм для вычисления топографических поправок за влияние притяжения масс промежуточного слоя внешней области при помощи модифицированного способа интегральных параметров.

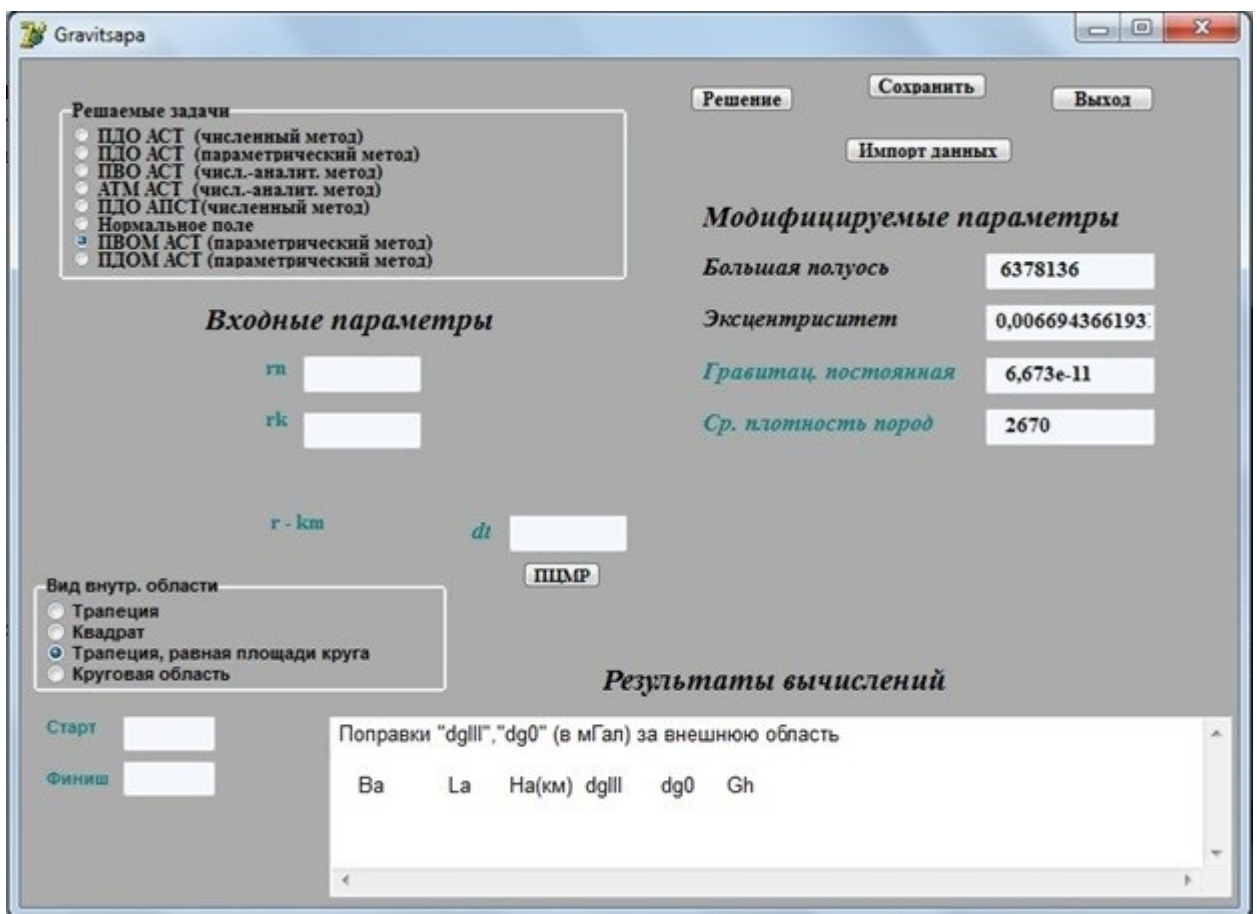


Рисунок 15 – Модуль «ПВОМ АСТ (Параметрический метод)»

Данный алгоритм в большей степени предназначен для обработки больших массивов измерений, сконцентрированных на относительно небольших участках земной поверхности.

Состав модифицируемых параметров:

- вид ограничивающей внешней области;
- параметры отчетного эллипсоида;
- гравитационная постоянная.
- средняя плотность пород.
- размеры ближней и внутренней областей зоны учета влияния рельефа.
- размер ячейки сети интегральных параметров (поле dt).

Входные данные:

- матрица цифровой модели рельефа в бинарном формате (signed integer), подключается командной кнопкой «ПЦМР»,
- файл результативных точек в текстовом формате (подключается командной кнопкой «импорт данных»), со следующей организацией данных в строке: L – долгота, градусы; B – широта, градусы; H – метры.

Выходные данные:

- файл сети интегральных параметров на результативную область вычислений;
- файл результатов вычислений: B – широта, градусы; L – долгота, градусы; H – высота, километры; δg_p – поправка к АСТ за влияние рельефа внешней области в результативной точке, мГал.

Модуль «ПДОМ АСТ (параметрический метод)» (рисунок 16) позволяет оптимизировать вычисления поправок дальней области аналогично оптимизации для расчета поправок за внешнюю область модулем «ПВОМ АСТ (Параметрический метод)».

Модифицируемые параметры модуля «ПДОМ АСТ (параметрический метод)»:

- вид ограничивающей внешней области:
 - 1) трапециевидная;

- 2) квадратная;
 - 3) трапециевидная, равная площади круговой;
 - 4) круговая область;
- размер внешней области;
 - параметры отчетного эллипсоида;
 - гравитационная постоянная.
 - средняя плотность пород;
 - размер ячейки цифровой модели рельефа;
 - учет влияния притяжения масс водного промежуточного слоя (ввод индекса «1» в поле «rg» позволяет учитывать водные массы ниже отчетного эллипсоида).

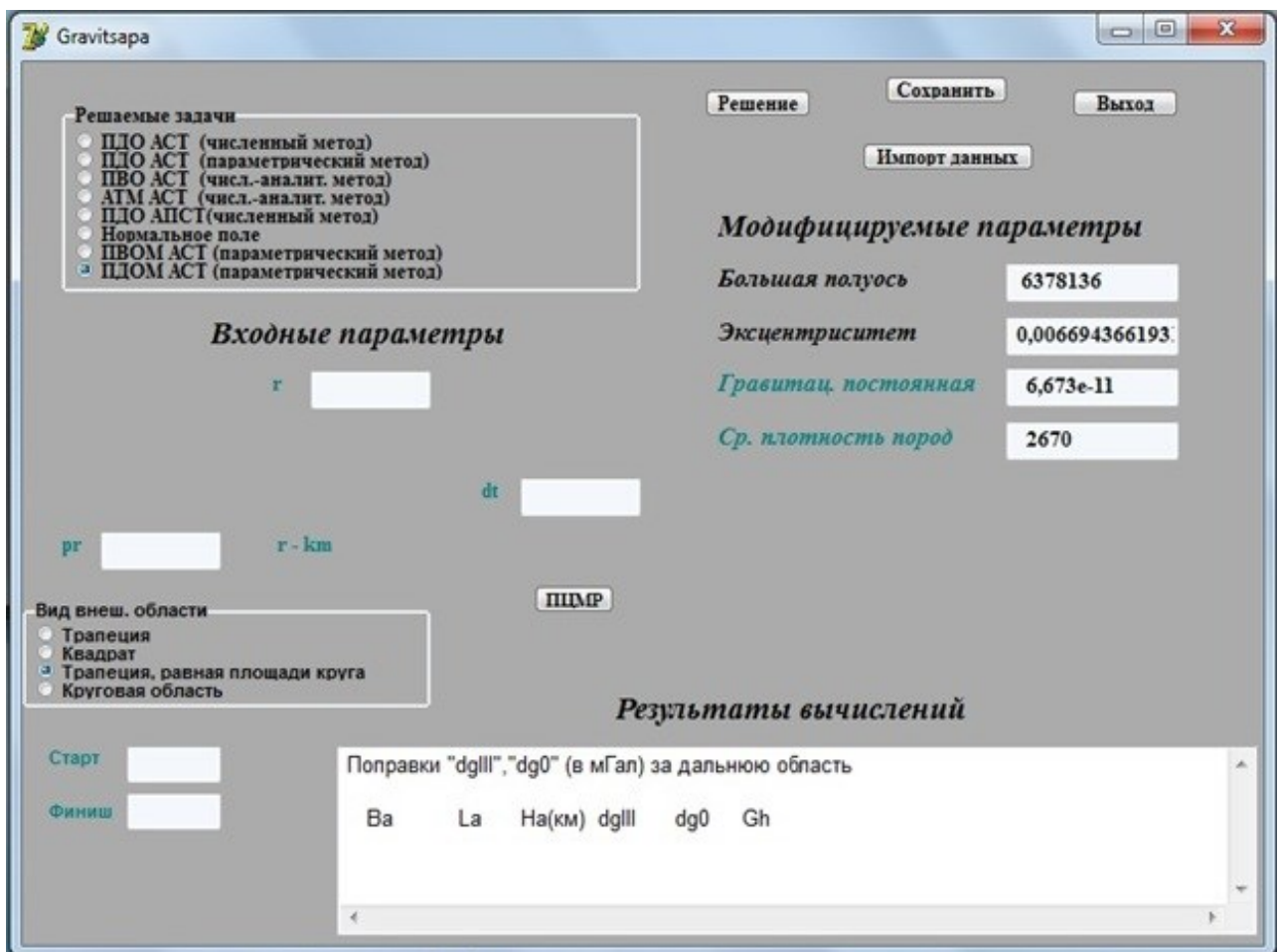


Рисунок 16 – Модуль «ПДОМ АСТ (параметрический метод)»

Файл результатов вычислений: B – широта, градусы; L – долгота, градусы; H – высота, километры; δg_p – поправка к АСТ за влияние рельефа внешней области в результативной точке, мГал.

Дальнейшие предполагаемые улучшения программного комплекса «Gravitsara»:

- разработка модуля, позволяющего выполнять вычисление поправок к нормальному полю, согласно методике представленной в 2.6 по пользовательским моделям рельефа;
- разработка модуля, для вычисления модели интегральных параметров позволяющей обрабатывать данные градиентометрических измерений.
- разработка алгоритма вычисления поправки к потенциалу силы тяжести за внешнюю область, совместимого с расчетом поправки по формуле (72).

3.2 Экспериментальные исследования разработанного программного обеспечения для полной топографической редукции силы тяжести

Экспериментальные исследования разработанных программ и, соответственно, лежащей в их основе методики и алгоритмов полного топографического редуцирования были направлены на определение следующих показателей:

- точность совместного определения поправок к АСТ за влияние притяжения масс промежуточного слоя внешней и дальних областей с использованием модулей ПВОМ АСТ (параметрический метод) и ПДО АСТ (параметрический метод) программного комплекса «Gravitsara» по сравнению со способом численного интегрирования;
- производительность вычислений топографических поправок модулями ПВОМ АСТ (параметрический метод) и ПДО АСТ (параметрический метод) относительно способа численного интегрирования.

В 2.7 показана точность определения поправок к АСТ за рельеф внешней области модифицированным способом интегральных параметров, полученная на основе ожидаемых показателей точности интерполирования первого ИП в горизон-

тальной и вертикальной плоскостях. Согласно приведенным оценкам точность интерполирования поправок за рельеф, вычисленных при области учета влияния рельефа 10–200 км и дискретности сети ИП 1', внутри интервалов составляет 0,002 мГал, а точность интерполирования внутри ячейки сетки ИП размером 1' – 0,004 мГал. Ожидаемая СКО интерполирования внутри интервала сети ИП на профиле была подтверждена результатами вычислений, выполненных по реальным данным. Для проверки правильности полученной ожидаемой ошибки интерполирования поправки за рельеф внутри ячейки сетки ИП проведен отдельный эксперимент.

Выполненное экспериментальное исследование точности и производительности вычислений поправки к АСТ за рельеф имеет следующим образом:

- на основе исходной трехсекундной ЦМР из области $B_1 = 27^\circ$; $B_2 = 22^\circ$; $L_1 = 91^\circ$; $L_2 = 96^\circ$ выбрана результативная матрица ЦМР ($B_1 = 24,265^\circ$; $B_2 = 24,315^\circ$; $L_1 = 93,783^\circ$; $L_2 = 93,833^\circ$), в которой наибольшее значение высоты составляет 1 186 м, наименьшее – 773 м;

- путем уменьшения размера ячейки исходной результативной матрицы получены матрицы ЦМР со следующей дискретностью: $6'' \times 6''$, $9'' \times 9''$, $15'' \times 15''$, $30'' \times 30''$;

- для каждой точки результативных матриц численным интегрированием рассчитаны поправки к АСТ за рельеф с использованием модуля ПВО АСТ (численный метод), при областях учета влияния рельефа 10–200 км и 15–200 км;

- для каждой точки результативных матриц вычислены поправки к АСТ с помощью модуля ПВОМ АСТ (параметрический метод), при размерах ячейки сетки интегральных параметров 1' и 2';

- для всех точек результативных матриц рассчитаны поправки к АСТ за рельеф дальних областей при помощи модулей ПДО АСТ (параметрический метод), и ПДО АСТ (численный метод);

- в процессе расчета поправок к АСТ с использованием всех модулей выполнено фиксирование времени, затраченного на вычисления.

На основе данных замеров времени выполнена оценка производительности модуля ПВОМ АСТ (см. таблица 3).

Разности поправок к АСТ за рельеф, полученных с помощью модулей ПВОМ АСТ (параметрический метод) и ПВО АСТ (численный метод), а также разности поправок, рассчитанных с использованием модулей ПДО АСТ (параметрический метод) и ПДО АСТ (численный метод) определяют ошибки вычисления топографических поправок за влияние промежуточного слоя внешней и дальних областей (таблица 9).

Таблица 9 – Результаты исследования производительности и точности расчета топографических поправок к АСТ комплексом программ «Gravitsara»

Дискретность сети результативных точек	Повышение производительности вычислений относительно численного интегрирования (количество раз)	СКО определения поправок к АСТ, мГал
Дискретность вычисления интегральных параметров 1' (радиус центральной зоны 10 км)		
6" × 6"	48	3,84
9" × 9"	25	3,82
15" × 15"	9	3,76
30" × 30"	3	3,81
Дискретность вычисления интегральных параметров 2' (радиус центральной зоны 15 км)		
6" × 6"	81	2,16
9" × 9"	40	2,15
15" × 15"	18	2,13
30" × 30"	4	2,21

Полученные СКО вычисления поправок к АСТ с помощью модуля ПВОМ АСТ (параметрический метод) соответствуют ожидаемым ошибкам интерполирования в пределах ячейки сети ИП, представленных в 2.7 (см. таблица 8). Вклад ошибки вычисления поправки за рельеф дальних областей в полную ошибку определения поправок к АСТ в данном эксперименте составил 0,0006 мГал. Это указывает на правильность полученных ожидаемых СКО интерполирования топографических поправок, представленных в 2.7, а также высокую точность определения поправок к АСТ за рельеф предложенным модифицированным способом интегральных параметров и работоспособность разработанного программного комплекса «Gravitsara».

Результаты проведенного исследования также показывают значительное повышение производительности вычислений топографических поправок к АСТ при помощи разработанных модулей ПВОМ АСТ (параметрический метод) и ПДО АСТ (параметрический метод). При этом эффективность работы программных модулей возрастает без снижения точности определения поправок к АСТ при увеличении плотности распределения результативных точек на единицу площади. Это подтверждает заявленный тезис о высокой производительности разработанных алгоритмов вычисления полной топографической редукции силы тяжести.

Поскольку представленное в рамках данной диссертационной работы усовершенствование методики определения полной топографической редукции АСТ не затрагивает вопросы оптимизации вычисления поправок за рельеф центральной области, представленные данные о точности вычисления полной топографической редукции с использованием предложенных алгоритмов учитывают только величины ошибок определения поправок за влияние притяжения рельефа внешней и дальних областей.

3.3 Выводы по третьему разделу

На основании приведенных исследований разработан программный комплекс вычисления полной топографической редукции АСТ «Gravitsara», главным преимуществом которого является высокая производительность расчета топографических поправок к АСТ дальних и внешней областей.

Выполненное экспериментальное исследование разработанных алгоритмов, реализованных в программных модулях ПДО АСТ (параметрический метод) и ПВОМ АСТ (параметрический метод) комплекса «Gravitsara», свидетельствуют о высокой производительности вычислений при обработке больших массивов гравиметрической информации с помощью указанных модулей и высокой точности определения поправок к АСТ за влияние притяжения промежуточного слоя дальних и внешней областей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итоги диссертационного исследования заключаются в следующем:

– выполнен анализ существующих методов редуцирования аномалий силы тяжести и расчета топографической редукции, в результате которого выявлено, что, в связи с непрерывным увеличением объема измерительной информации о гравитационном поле Земли и детальности моделей рельефа, поиск решений оптимизации процесса вычислений топографической редукции является актуальным до настоящего времени;

– усовершенствована методика вычисления полной топографической поправки к аномалиям силы тяжести на основе способа интегральных параметров, отличающаяся от существующей тем, что топографические поправки к АСТ за влияние масс внешней области определяются по интегральным параметрам, вычисленным в узлах локальной регулярной сетки, построенной по совокупности гравиметрических измерений, а не по глобальной модели интегральных параметров. Это обеспечивает возможность оперативной повторной обработки архивных гравиметрических измерений при использовании новых цифровых моделей рельефа и большую гибкость в выборе параметров топографического редуцирования;

– разработаны алгоритмы расчета топографических поправок к аномалиям силы тяжести за влияние масс дальних и внешней областей на основе способа интегральных параметров и экспериментально установленных интервалов интерполирования интегральных параметров, которые позволяют в десятки раз повысить производительность обработки гравиметрических измерений;

– разработана глобальная модель интегральных параметров на основе современных данных о рельефе земной поверхности для вычисления топографических поправок к аномалиям силы тяжести, использование которой позволяет повысить качество обработки гравиметрических данных;

– разработан алгоритм расчета потенциала топографических масс дальних областей, совместное использование которого с глобальной моделью интеграль-

ных параметров в процедуре «удаление-восстановление» позволяет определять полную топографическую редукцию аномалий силы тяжести за счет ранее не учитываемых топографических масс дальних областей и повысить качество моделирования гравитационного поля Земли;

– выполнено исследование влияния масс промежуточного слоя на изменение силы тяжести отсчетного эллипсоида, которое показало значимость величин поправок к нормальной силе тяжести и необходимость проведения специальных исследований для оценки целесообразности разделения нормального поля силы тяжести при моделировании гравитационного поля Земли;

– проведены экспериментальные исследования разработанных программ, реализующих вычисление полной топографической поправки к аномалиям силы тяжести в соответствии с разработанной методикой и алгоритмами, которые показали значительное повышение производительности вычислений топографических поправок без потери точности.

Таким образом, поставленная цель диссертационного исследования, направленная на разработку методики и алгоритмов определения полной топографической редукции аномалий силы тяжести, позволяющих повысить эффективность обработки гравиметрических данных, достигнута.

Перспективы дальнейших исследований состоят в совершенствовании методов высокоточного моделирования гравитационного поля Земли для решения научных и прикладных задач геодезии, в том числе для координатно-временного и навигационного обеспечения страны, с использованием разработанной в диссертационном исследовании методики и алгоритмов вычисления полной топографической редукции силы тяжести по геодезическим данным.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- ГНСС – Глобальная навигационная система.
- КВНО – координатно-временное и навигационное обеспечение.
- АСТ – аномалия силы тяжести.
- БПФ – быстрое преобразование Фурье.
- ЦМР – цифровая модель рельефа.
- ГПЗ – гравитационное поле Земли.
- ИП – интегральный параметр.
- СКО – средняя квадратическая ошибка.
- НСТ – нормальная сила тяжести.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Вовк, И. Г. Оценка влияния океанических приливов на результаты геометрического нивелирования [Текст] / И. Г. Вовк, А. С. Суздаев, В. М. Горбань // Тез. докл. IX съезда ВАГО. – 1990. – С. 37–38.

2 Геодезия и гравиметрия [Текст] / под ред. В. Б. Бровар. – М. : Научный мир, 2010. – 561 с.

3 Гофман-Велленгоф, Б. Физическая геодезия [Текст] / Б. Гофман-Велленгоф, Г. Мориц. – М. : МИИГАиК, 2007. – 426 с.

4 Грушинский, Н. П. Теория фигуры Земли [Текст] / Н. П. Грушинский. – М. : Наука, 1976. – 512 с.

5 Дементьев, Ю. В. Влияние движения полюса Земли на значение нормального ускорения силы тяжести [Текст] / Ю. В. Дементьев, А. И. Каленицкий, А. В. Мареев // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2014 : X Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография и маркшейдерия» : сб. материалов в 2 т., Новосибирск, 18–22 апр. 2014 г. – Новосибирск : СГГА, 2014. – Т. 1. – С. 213–217.

6 Дементьев, Ю. В. Влияние водных масс промежуточного слоя Земли на значение силы тяжести [Текст] / Ю. В. Дементьев, А. И. Каленицкий, А. В. Мареев // Вестник СГУГиТ. – 2015. – Вып. 3 (31). – С. 40–44.

7 Дементьев, Ю. В. Влияние стационарной атмосферы Земли на значение силы тяжести [Текст] / Ю. В. Дементьев, А. И. Каленицкий, А. В. Мареев // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2015. – № 5/С. – С. 9–14.

8 Дементьев, Ю. В. Влияние атмосферного давления и температуры воздуха на значение силы тяжести [Текст] / Ю. В. Дементьев, А. И. Каленицкий, А. В. Мареев // Вестник СГУГиТ. – 2016. – Вып. 1 (33). – С. 62–69.

9 Дементьев, Ю. В. Об уточнении формул для вычисления вертикальной составляющей величины притяжения масс сферического или плоского слоя [Текст] /

Ю. В. Дементьев, А. И. Каленицкий // Геодезия и картография. – 2010. – № 3. – С. 7–9.

10 Дементьев, Ю. В. Алгоритмы и программы для вычислений в геодезии и гравиметрии [Текст] / Ю. В. Дементьев, А. И. Каленицкий. – Новосибирск : СГГА, 2014. – 112 с.

11 Дементьев, Ю. В. Цифровые планетарные модели рельефа для вычисления топографической редукции [Текст] / Ю. В. Дементьев, А. В. Мареев // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2015. – № 5/С. – С. 26–29.

12 Дементьев, Ю. В. Расчет топографических редукций силы тяжести по съемочным трапециям земного эллипсоида [Текст] / Ю. В. Дементьев // Геодезия и картография. – 2008. – № 7. – С. 14–16.

13 Дементьев, Ю. В. Развитие теории и разработка технологии определения аномалий силы тяжести в полной топографической редукции [Текст] : дис. ... д-ра техн. наук. : 25.00.32 : защищена 29.05.2012 : утв. 28.01.13 / Дементьев Юрий Викторович. – Новосибирск, 2012. – 169 с.

14 Дементьев, Ю. В. Выбор и обоснование оптимальных условий линейной интерполяции топографической редукции за влияние масс промежуточного слоя внешней области [Текст] / Ю. В. Дементьев, А. И. Каленицкий, А. В. Черемушкин // Вестник СГГА. – 2012. – Вып. 4 (20). – С. 18–26.

15 Долгаль, А. С. Гравиразведка: Способы учета влияния рельефа местности [Текст] / А. С. Долгаль, В. И. Костицин. – Пермь : Перм. гос. ун-т, 2010. – 88 с.

16 Елагин, А. В. Исследование взаимосвязи смешанных и чистых аномалий силы тяжести [Текст] / А. В. Елагин, И. Е. Дорогова, А. В. Мареев // Вестник СГГА. – 2014. – Вып. 3 (27). – С. 70–83.

17 Ермеев, В. Ф. Теория высот в гравитационном поле Земли [Текст] / В. Ф. Ермеев, М. И. Юркина. – М. : Недра, 1971. – 144 с.

18 Исследование современных глобальных моделей гравитационного поля Земли [Текст] / В. Ф. Канушин, А. П. Карпик, И. Г. Ганагина, Д. Н. Голдобин [и др.]. – Новосибирск : СГУГиТ. – 2015. – 270 с.

19 Каленицкий, А. И. О возможности и необходимости определения аномальной силы тяжести в полной топографической редукции [Текст] / А. И. Каленицкий, Ю. В. Дементьев // Вестник СГГА. – 2011. – Вып. 3 (16). – С. 3–14.

20 Каленицкий, А. И. Еще раз о редукциях в гравиметрии [Текст] / А. И. Каленицкий // Вестник СГГА. – 2006. – № Вып. 11. – С. 98–110.

21 Канарейкин, Б. А. Сейсмотомографические исследования грунтов при инженерно-геологических изысканиях [Текст] / Б. А. Канарейкин, А. Г. Прихода, В. В. Щербаков // Геофизика. – 2004. – № 5. – С. 20–24.

22 Конешов, В. Н. Об оценке точности глобальных моделей гравитационного поля земли [Текст] / В. Н. Конешов, В. Б. Непоклонов, Р. А. Сермягин // Физика Земли. – 2014. – № 1. – С. 129–138.

23 Мазуров, Б. Т. Конечно-элементная модель конусообразных форм рельефа для учета их гравитирующего влияния на результаты геодезических измерений [Текст] / Б. Т. Мазуров, О. И. Некрасова // Геодезия и картография. – 2013. – № 6. – С. 42–45.

24 Мазуров, Б. Т. Аппроксимация гравитационного влияния локального рельефа с использованием некоторых аналитических моделей и метода конечных элементов [Текст] / Б. Т. Мазуров // Вестник СГУГиТ. – 2015. – Вып. 3 (31). – С. 5–15.

25 Мазурова, Е. М. Дискретные линейные преобразования в геодезии [Текст] / Е. М. Мазурова. – Новосибирск : СГУГиТ, 2015. – 303 с.

26 Мареев, А. В. О возможности расширения интервала линейной интерполяции поправок полной топографической редукции для обработки больших массивов гравиметрической информации [Текст] / А. В. Мареев // Физика Земли. – 2016. – № 6. – С. 100–104.

27 Мареев, А. В. Линейная интерполяция топографических поправок к аномалиям силы тяжести за влияние масс внешней области [Текст] / А. В. Мареев // Интерэкспо ГЕО-Сибирь : XIV Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч.

конф. «Геодезия, геоинформатика, картография и маркшейдерия» : сб. материалов, Новосибирск, 25–27 апр. 2018 г. – Новосибирск : СГУГиТ, 2018. – С. 41–46.

28 Машимов, М. М. Геодезия. Теоретическая геодезия [Текст] / М. М. Машимов. – М. : Недра, 1991. – 268 с.

29 Молоденский, М. С. Методы изучения внешнего гравитационного поля и фигуры Земли [Текст] / М. С. Молоденский, В. Ф. Ермеев, М. И. Юркина. – М. : Геодезиздат, 1960. – 264 с.

30 Методические рекомендации по учету влияния рельефа местности в гравиразведке [Текст]. – Новосибирск : СНИИГиМС, 1981. – 171 с.

31 Огородова, Л. В. Высшая геодезия. Ч. III. Теоретическая геодезия [Текст] / Л. В. Огородова. – М. : Геодезкартиздат, 2006. – 384 с.

32 Пеллинен, Л. П. Высшая геодезия (Теоретическая геодезия) [Текст] / Л. П. Пеллинен. – М. : Недра, 1978. – 264 с.

33 Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ Gravitsara № 2018615004 Российская Федерация [Текст] / А. П. Карпик, А. В. Мареев ; заявитель и правообладатель Сиб. гос. ун-т геосистем и технологий (RU) ; дата поступления 26 фев. 2018 г. ; дата регистрации 23 апр. 2018 г.

34 Серкерров, С. А. Гравиразведка и магниторазведка [Текст] / С. А. Серкерров. – М. : Недра, 1999. – 437 с.

35 Суздаев, А. С. Пространственно-временные вариации гравитационного поля Земли [Текст] / А. С. Суздаев, И. Г. Вовк, Н. П. Артемьева // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2012 : VIII Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография и маркшейдерия» : сб. материалов в 3 т., Новосибирск, 10–20 апр. 2012 г. – Новосибирск : СГГА, 2012. – Т. 3. – С. 20–25.

36 Сурнин, Ю. В. Математическая модель внешнего гравитационного поля на ограниченном участке земной поверхности по спутниковым и традиционным геодезическим данным [Текст] / Ю. В. Сурнин // Гео-Сибирь-2006 : Междунар. науч. конгр. : сб. материалов. – Новосибирск : СГГА, 2006. – Т. 1, ч. 2. – С. 79–90.

37 Торге, В. Гравиметрия [Текст] / В. Торге. – М.: Мир, 1999. – 429 с.

38 Физическая геодезия [Текст] : научно-техн. сб. / под ред. Г. В. Демьянова – М. : Научный мир, 2013. – 561 с.

39 Abd-Elmotaal, H. Attraction of the topographic masses [Text] / H. Abd-Elmotaal // Bulletin géodésique. – 1995. – Vol. 69. – № 4. – P. 304–307.

40 Amante, C. Etopo 1 ARC-minute global relief model: Procedures, data Sources and analysis [Text] : NOAA Technical Memorandum NES OIS N605-24 / C. Amante, B.W. Eakins. – Boulder : NOAA, 2009. – 19 p.

41 Ardalán, A. A. Ellipsoidal terrain correction based on multi-cylindrical equal-area map projection of the reference ellipsoid [Text] / A. A. Ardalán, A. Safari // Journal of Geodesy. – 2004. – Vol. 78. – № 1. – P. 114–123.

42 Bajracharya, S. Aliasing effects on terrain correction computation using constant and lateral density variations [Text] / S. Bajracharya, C. Kotsakis, M. G. Sideris // IGeS Bulletin. – 2002. – Vol. 12. – P. 38–47.

43 Bajracharya, S. The Rudzki inversion gravimetric reduction scheme in geoid determination [Text] / S. Bajracharya, M. G. Sideris // Journal of Geodesy. – 2004. – Vol. 78. – № 4. – P. 272–282.

44 Bajracharya, S. Terrain Effects on Geoid Determination [Text] : UCGE Reports Number 20181 / S. Bajracharya. – Calgary : University of Calgary, 2003. – 114 p.

45 Bajracharya, S. Terrain-aliasing effects on gravimetric geoid determination [Text] / S. Bajracharya, M.G. Sideris // Geodezja i Kartografia. – 2005. – Vol. 54. – № 1. – P. 3–16.

46 Bamler, R. The SRTM Mission: A World-Wide 30 m Resolution DEM from SAR Interferometry in 11 Days [Text] / R. Bamler // Photogrammetric Week 1999. – 1999. – P. 145–154.

47 Cheng, M. K. Determination of long-term changes in the Earth's gravity field from satellite laser ranging observations [Text] / M. K. Cheng, C. K. Shum, B. D. Tapley // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. – 1997. – Vol. 102. – № B10. – P. 22377–22390.

48 Comparisons of global topographic/isostatic models to the Earth's observed gravity field [Text] : Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying / R. Rummel [et al.]. – Columbus : The Ohio State University, 1988. – 33 p.

49 Claessens, S. J. Ellipsoidal topographic potential: New solutions for spectral forward gravity modeling of topography with respect to a reference ellipsoid: ellipsoidal topographic potential [Text] / S. J. Claessens, C. Hirt // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. – 2013. – Vol. 118. – № 11. – P. 5991–6002.

50 Denker, H. Evaluation of SRTM3 and GTOPO30 Terrain Data in Germany [Text] / H. Denker // Gravity, Geoid and Space Missions / eds. C. Jekeli, L. Bastos, J. Fernandes. – Berlin : Springer Berlin Heidelberg, 2005. – P. 218–223.

51 Denker, H. Investigation of the Molodensky series terms for terrain reduced gravity field data [Text] / H. Denker, I. N. Tziavos // Bollettino di geofisica teorica ed applicata. – 1999. – Vol. 40. – № 3–4. – P. 195–203.

52 Effects of the spherical terrain on gravity and the geoid [Text] / P. Novák [et al.] // Journal of Geodesy. – 2001. – Vol. 75. – № 9. – P. 491–504.

53 Fast computation of general forward gravitation problems [Text] / F. Casenave [et al.] // Journal of Geodesy. – 2016. – Vol. 90. – № 7. – P. 655–675.

54 Featherstone, W. E. A geodetic approach to gravity data reduction for geophysics [Text] / W. E. Featherstone, M. C. Dentith // Computers & Geosciences. – 1997. – Vol. 23. – № 10. – P. 1063–1070.

55 Featherstone, W. E. The reduction of aliasing in gravity anomalies and geoid heights using digital terrain data [Text] / W. E. Featherstone, J. F. Kirby // Geophysical Journal International. – 2000. – Vol. 141. – № 1. – P. 204–212.

56 Forsberg, R. A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling [Text] : Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying / R. Forsberg. – Columbus : The Ohio State University, 1984. – 134 p.

57 Forsberg, R. Gravity field terrain effect computations by FFT [Text] / R. Forsberg // Bulletin géodésique. – 1985. – Vol. 59. – № 4. – P. 342–360.

58 Forsberg, R. An overview manual for the GRAVSOFTE Geodetic Gravity Field Modelling Programs [Text] / R. Forsberg, C.C. Tscherning. – Copenhagen : DTU Space, 2008. – 75 p.

59 Geoid Determination [Text] : Lecture Notes in Earth System Sciences. Vol. 110 / eds. F. Sansò, M .G. Sideris. – Berlin : Springer Berlin Heidelberg, 2013. – 734 p.

60 Gravity, Geoid and Geodynamics 2000 [Text] : International Association of Geodesy Symposia. Vol. 123 / coll. F. Sansò; ed. M. G. Sideris. – Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2002. – 395 p.

61 Grombein, T. Smoothing GOCE gravity gradients by means of topographic-isostatic reductions [Text] / T. Grombein, K. Seitz, B. Heck // Proceedings of the 4th International GOCE User Workshop, ESA Publication SP-696, ESA/ESTEC. – 2011.

62 Grombein, T. Optimized formulas for the gravitational field of a tesseroid [Text] / T. Grombein, K. Seitz, B. Heck // Journal of Geodesy. – 2013. – Vol. 87. – № 7. – P. 645–660.

63 Haaz, Z. B. Relations between the potential of the attraction of the mass continued in a finite rectangular prism and its first and second derivatives [Text] / Z. B. Haaz // Geojiz. Kozlemenyek. – 1953. – № 7. – P. 57–66.

64 Heck, B. On Helmert's methods of condensation [Text] / B. Heck // Journal of Geodesy. – 2003. – Vol. 77. – № 3. – P. 155–170.

65 Heck, B. A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling [Text] / B. Heck, K. Seitz // Journal of Geodesy. – 2007. – Vol. 81. – № 2. – P. 121–136.

66 Hipkin, R. G. Bouguer anomalies and the geoid: a reassessment of Stokes' method [Text] / R. G. Hipkin // Geophysical Journal International. – 1988. – Vol. 92. – № 1. – P. 53–66.

67 Hirt, C. Earth2014: 1 arc-min shape, topography, bedrock and ice-sheet models – Available as gridded data and degree-10,800 spherical harmonics [Text] / C.

Hirt, M. Rexer // International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation. – 2015. – Vol. 39. – Earth2014. – P. 103–112.

68 Jekeli, C. Comparison of methods to model the gravitational gradients from topographic data bases [Text] / C. Jekeli, L. Zhu // Geophysical Journal International. – 2006. – Vol. 166. – № 3. – P. 999–1014.

69 Kirby, J. F. Terrain correcting Australian gravity observations using the national digital elevation model and the fast Fourier transform [Text] / J. F. Kirby, W. E. Featherstone // Australian Journal of Earth Sciences. – 1999. – Vol. 46. – № 4. – P. 555–562.

70 Kuhn, M. Geoid determination with density hypotheses from isostatic models and geological information [Text] / M. Kuhn // Journal of Geodesy. – 2003. – Vol. 77. – № 1–2. – P. 50–65.

71 Kuhn, M. Complete spherical Bouguer gravity anomalies over Australia [Text] / M. Kuhn, W. E. Featherstone, J. F. Kirby // Australian Journal of Earth Sciences. – 2009. – Vol. 56. – № 2. – P. 213–223.

72 Kuhn, M. Topographic gravitational potential up to second-order derivatives: an examination of approximation errors caused by rock-equivalent topography (RET) [Text] / M. Kuhn, C. Hirt // Journal of Geodesy. – 2016. – Vol. 90. – № 9. – P. 883–902.

73 Li, Y. C. Improved gravimetric terrain corrections [Text] / Y. C. Li, M. G. Sideris // Geophysical research journal. – 1994. – № 119. – P. 740–752.

74 Li, Z. Digital terrain modeling: principles and methodology [Text] / Z. Li, Q. Zhu, C. Gold. – New York : CRC Press, 2005. – 323 p.

75 Makhloof, A. A. Effects of topographic-isostatic masses on gravitational functionals at the Earth's surface and at airborne and satellite altitudes [Text] / A. A. Makhloof, K.-H. Ilk // Journal of Geodesy. – 2008. – Vol. 82. – № 2. – P. 93–111.

76 Makhloof, A. A.-E. The use of topographic-isostatic mass information in geodetic applications [Text] : PhD Thesis / A. A.-E. Makhloof. – Inst. für Geodäsie und Geoinformation, 2008. – 156 p.

77 Merry, C. L. DEM-induced errors in developing a quasi-geoid model for Africa [Text] / C. L. Merry // Journal of Geodesy. – 2003. – Vol. 77. – № 9. – P. 537–542.

78 Nagy, D. The gravitational potential and its derivatives for the prism [Text] / D. Nagy, G. Papp, J. Benedek // Journal of Geodesy. – 2000. – Vol. 74. – № 7. – P. 552–560.

79 Nagy, D. The prism method for terrain corrections using digital computers [Text] / D. Nagy // Pure and applied geophysics. – 1966. – Vol. 63. – № 1. – P. 31–39.

80 Nahavandchi, H. The direct topographical correction in gravimetric geoid determination by the Stokes-Helmert method [Text] / H. Nahavandchi // Journal of Geodesy. – 2000. – Vol. 74. – № 6. – P. 488–496.

81 Novák, P. Ellipsoidal representation of the topographical potential and its vertical gradient [Text] / P. Novák, E. W. Grafarend // Journal of Geodesy. – 2005. – Vol. 78. – № 11. – P. 691–706.

82 Omang, O. C. D. How to handle topography in practical geoid determination: three examples [Text] / O. C. D. Omang, R. Forsberg // Journal of Geodesy. – 2000. – Vol. 74. – № 6. – P. 458–466.

83 Oshchepkov, I. RuDTM2014: New digital terrain model for Russia and its effect on the prediction of mean gravity anomalies [Text] / I. Oshchepkov // GGHS2016, International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems, 19–23 September 2016. – Thessaloniki, 2016.

84 Parker, R. Improved Fourier terrain correction, Part I [Text] / R. Parker // Geophysics. – 1995. – Vol. 60. – № 4. – P. 1007–1017.

85 Parker, R. Improved Fourier terrain correction, Part II [Text] / R. Parker // Geophysics. – 1996. – Vol. 61. – № 2. – P. 365–372.

86 Pavlis, N. K. The development of an isostatic gravitational model to degree 360 and its use in global gravity modelling [Text] / N. K. Pavlis, R. H. Rapp // Geophysical Journal International. – 1990. – Vol. 100. – № 3. – P. 369–378.

87 Pavlis, N. K. Terrain-related gravimetric quantities computed for the next EGM [Text] / N. K. Pavlis, J. K. Factor, S. A. Holmes // Proceedings of the 1st International Symposium of the International Gravity Field Service (IGFS). – Istanbul, 2007. – P. 318–323.

88 Precision measurement of the Newtonian gravitational constant using cold atoms [Text] / G. Rosi [et al.] // Nature. – 2014. – Vol. 510.

89 Sciences of Geodesy - II [Text] / ed. G. Xu. – Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2013. – 391 p.

90 Sjöberg, L. E. The development of physical geodesy during 1984-2014 – A personal review [Text] / L. E. Sjöberg // Journal of Geodetic Science. – 2015. – Vol. 5. – № 1.

91 Smith, D. A. The gravitational attraction of any polygonally shaped vertical prism with inclined top and bottom faces [Text] / D. A. Smith // Journal of Geodesy. – 2000. – Vol. 74. – № 5. – P. 414–420.

92 Sünkel, H. Global topographic-isostatic models [Text] / H. Sünkel // Mathematical and Numerical Techniques in Physical Geodesy / ed. H. Sünkel. – Springer Berlin Heidelberg, 1986. – P. 417–462.

93 Timmen, L. Observed secular gravity trend at Onsala station with the FG5 gravimeter from Hannover [Text] / L. Timmen, A. Engfeldt, H.-G. Scherneck // Journal of Geodetic Science. – 2015. – Vol. 5. – № 1.

94 Topographic mass density and gravimetric geoid modelling [Text] / S. D. Pagiatakis [et al.] // Bollettino di geofisica teorica ed applicata. – 1999. – Vol. 40. – P. 189–194.

95 Torge, W. Geodesy [Text] / W. Torge, J. Müller. – Berlin, Boston : De Gruyter, 2012. – 433 p.

96 Tsoulis, D. The utilization of global digital crustal databases in regional applications of forward gravity field modeling [Text] / D. Tsoulis, V. N. Grigoriadis, I. N. Tziavos // 1st international symposium of the international gravity field service

«gravity field of the Earth». General Command of Mapping. – 2007. – Vol. 18. – P. 348–353.

97 Tziavos, I. N. First results of Using Digital Density Data in Gravimetric Geoid Computation in Australia [Text] / I. N. Tziavos, W. E. Featherstone // Gravity, Geoid and Geodynamics 2000 / ed. M. G. Sideris. – Springer Berlin Heidelberg, 2002. – P. 335–340.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

(обязательное)

ТОЧНОСТЬ ЛИНЕЙНОГО ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ПОПРАВОК
К АНОМАЛИЯМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ЗА ВЛИЯНИЕ МАСС ПРОМЕЖУТОЧНОГО СЛОЯ
ВНЕШНЕЙ ОБЛАСТИ СПОСОБОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Таблица А.1 – Точность вычисления поправок к АСТ за рельеф способом интегральных параметров на профиле 1
(фрагмент таблицы)

Координаты узлов профиля (точек расчета интегральных параметров)			Значение поправки δg_P в узловой точке ЦМР, мГал	Интегральный параметр		Интегральный параметр, полученный путем интерполирования		Поправка δg_P^{int} в результирующей точке, вычисленная по интегральным параметрам в графах 7–8, мГал	Высота результирующей точки, км	Поправка к АСТ за рельеф в результирующей точке, полученная численным интегрированием, мГал	Ошибка параметрического способа интерполирования поправок к АСТ за рельеф, мГал
B	L	H , км		Первый интегральный параметр, мГал	Второй интегральный параметр, мГал/км	Первый интегральный параметр, мГал	Второй интегральный параметр, мГал/км				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
33,203°	80,188°	4,618	52,648	-64,197	25,302	-64,071	25,277	52,635	4,617	52,634	-0,001
33,211°	80,188°	4,614	52,571	-63,945	25,253	-63,784	25,220	52,784	4,622	52,784	0,000
33,220°	80,188°	4,629	52,972	-63,623	25,188	-63,432	25,150	53,211	4,638	53,210	-0,001
33,228°	80,188°	4,644	53,375	-63,242	25,111	-63,041	25,071	53,637	4,654	53,639	0,002
33,236°	80,188°	4,670	54,049	-62,840	25,030	-62,680	24,995	54,547	4,690	54,554	0,007
33,245°	80,188°	4,746	55,942	-62,520	24,960	-62,399	24,933	56,630	4,774	56,636	0,006

Продолжение таблицы А.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
33,253°	80,188°	4,835	58,138	-62,277	24,905	-62,174	24,875	58,671	4,858	58,705	0,034
33,261°	80,188°	5,041	63,177	-62,071	24,846	-61,988	24,828	65,279	5,126	65,246	-0,033
33,270°	80,188°	5,082	64,177	-61,905	24,810	-61,824	24,794	65,271	5,126	65,248	-0,024
33,278°	80,188°	5,077	64,060	-61,743	24,779	-61,668	24,766	65,630	5,140	65,592	-0,038
33,286°	80,188°	5,051	63,436	-61,593	24,753	-61,521	24,737	62,906	5,030	62,931	0,025
33,295°	80,188°	5,113	64,946	-61,449	24,720	-61,374	24,703	65,600	5,140	65,602	0,003
33,303°	80,188°	5,175	66,449	-61,299	24,686	-61,208	24,676	66,193	5,163	66,160	-0,033
33,311°	80,188°	5,018	62,657	-61,117	24,666	-61,014	24,654	59,494	4,888	59,512	0,018
33,320°	80,188°	4,838	58,305	-60,912	24,642	-60,810	24,613	60,825	4,942	60,827	0,002
33,328°	80,188°	5,045	63,315	-60,709	24,583	-60,613	24,571	59,784	4,900	59,818	0,035
33,336°	80,188°	4,908	60,014	-60,517	24,558	-60,416	24,550	55,556	4,724	55,571	0,015
33,344°	80,188°	4,603	52,648	-60,315	24,541	-60,215	24,524	51,052	4,537	51,057	0,005
33,353°	80,188°	4,503	50,243	-60,115	24,508	-60,006	24,487	49,841	4,486	49,842	0,001
33,361°	80,188°	4,478	49,660	-59,896	24,466	-59,789	24,445	49,284	4,462	49,285	0,001
33,369°	80,188°	4,450	49,006	-59,682	24,424	-59,594	24,407	48,677	4,436	48,678	0,001
33,378°	80,188°	4,422	48,349	-59,506	24,391	-59,438	24,378	47,993	4,407	47,994	0,001
33,386°	80,188°	4,395	47,712	-59,371	24,365	-59,317	24,354	47,453	4,384	47,454	0,001
33,394°	80,188°	4,373	47,194	-59,263	24,344	-59,228	24,337	47,005	4,365	47,007	0,002

Продолжение таблицы А.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
33,403°	80,188°	4,371	47,156	-59,193	24,331	-59,172	24,326	47,376	4,380	47,378	0,002
33,411°	80,188°	4,402	47,911	-59,152	24,322	-59,129	24,315	48,734	4,436	48,734	0,001
33,419°	80,188°	4,476	49,701	-59,106	24,309	-59,075	24,299	50,901	4,526	50,908	0,007
33,428°	80,188°	4,621	53,192	-59,045	24,288	-59,010	24,277	54,144	4,661	54,156	0,012
33,436°	80,188°	4,764	56,623	-58,975	24,265	-58,941	24,260	57,457	4,798	57,440	-0,017
33,444°	80,188°	4,741	56,083	-58,908	24,255	-58,877	24,251	55,537	4,718	55,537	0,000
33,453°	80,188°	4,695	54,991	-58,847	24,247	-58,804	24,228	57,757	4,811	57,762	0,004
33,461°	80,188°	4,937	60,761	-58,762	24,210	-58,712	24,203	60,950	4,944	60,929	-0,021
33,469°	80,188°	4,857	58,863	-58,662	24,197	-58,610	24,177	60,680	4,934	60,693	0,013
33,478°	80,188°	5,059	63,653	-58,558	24,157	-58,511	24,160	62,484	5,008	62,446	-0,038
33,486°	80,188°	4,785	57,159	-58,465	24,164	-58,418	24,167	51,951	4,567	51,974	0,023
33,494°	80,188°	4,470	49,665	-58,372	24,169	-58,316	24,160	48,981	4,441	48,981	0,000
33,503°	80,188°	4,412	48,297	-58,259	24,151	-58,215	24,144	47,730	4,388	47,731	0,001
33,511°	80,188°	4,362	47,116	-58,172	24,137	-58,137	24,132	46,572	4,339	46,571	-0,002
33,519°	80,188°	4,320	46,126	-58,102	24,127	-58,081	24,124	45,725	4,303	45,726	0,002
33,528°	80,188°	4,293	45,492	-58,059	24,121	-58,067	24,123	45,302	4,285	45,304	0,002
33,536°	80,188°	4,285	45,306	-58,074	24,126	-58,103	24,132	45,545	4,295	45,545	0,001
33,544°	80,188°	4,299	45,640	-58,132	24,139	-58,178	24,147	46,016	4,315	46,018	0,001

Таблица А.2 – Точность вычисления поправок к АСТ за рельеф способом интегральных параметров на профиле 2 (фрагмент таблицы)

Координаты узлов профиля (точек расчета интегральных параметров)			Значение поправки δg_P в узловой точке ЦМР, мГал	Интегральный параметр		Интегральный параметр, полученный путем интерполирования		Поправка δg_P^{int} в результирующей точке, вычисленная по интегральным параметрам в графах 7–8, мГал	Высота резуль- тативной точки, км	Поправка к АСТ за рельеф в результирующей точке, полученная численным интегрированием, мГал	Ошибка параметриче- ского способа интерполи- рования поправок к АСТ за рельеф, мГал
B	L	H , км		Первый инте- гральный параметр, мГал	Второй инте- гральный параметр, мГал/км	Первый инте- гральный параметр, мГал	Второй инте- гральный параметр, мГал/км				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
25,057°	93,815°	1,250	2,237	-0,584	2,256	-0,590	2,269	2,137	1,202	2,137	0,000
25,048°	93,815°	1,152	2,032	-0,597	2,282	-0,604	2,297	2,017	1,141	2,016	-0,001
25,040°	93,815°	1,092	1,913	-0,612	2,312	-0,620	2,328	1,897	1,081	1,897	0,000
25,032°	93,815°	1,077	1,897	-0,629	2,345	-0,637	2,362	1,866	1,060	1,866	0,000
25,023°	93,815°	1,043	1,835	-0,645	2,378	-0,654	2,394	1,738	0,999	1,739	0,000
25,015°	93,815°	1,039	1,842	-0,662	2,410	-0,670	2,425	1,751	0,998	1,751	0,000
25,007°	93,815°	0,996	1,754	-0,678	2,441	-0,686	2,457	1,638	0,946	1,638	0,000
24,998°	93,815°	0,921	1,583	-0,694	2,472	-0,703	2,488	1,628	0,937	1,628	0,000
24,990°	93,815°	0,929	1,614	-0,711	2,503	-0,719	2,517	1,690	0,957	1,689	0,000
24,982°	93,815°	0,936	1,642	-0,728	2,532	-0,736	2,547	1,632	0,930	1,632	0,000
24,973°	93,815°	0,910	1,586	-0,745	2,561	-0,753	2,574	1,546	0,893	1,546	0,000
24,965°	93,815°	0,891	1,544	-0,762	2,588	-0,769	2,598	1,515	0,879	1,515	0,000
24,957°	93,815°	0,873	1,501	-0,777	2,609	-0,786	2,620	1,460	0,857	1,460	0,000
24,948°	93,815°	0,897	1,566	-0,794	2,632	-0,802	2,643	1,504	0,873	1,505	0,000
24,940°	93,815°	0,881	1,527	-0,811	2,654	-0,820	2,664	1,477	0,862	1,477	0,000
24,932°	93,815°	0,856	1,462	-0,828	2,675	-0,837	2,686	1,430	0,844	1,430	0,000

Продолжение таблицы А.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
24,923°	93,815°	0,842	1,425	-0,846	2,696	-0,855	2,708	1,490	0,866	1,490	0,000
24,915°	93,815°	0,900	1,583	-0,864	2,719	-0,875	2,733	1,634	0,918	1,633	0,000
24,907°	93,815°	1,009	1,885	-0,886	2,747	-0,899	2,765	1,924	1,021	1,923	0,000
24,898°	93,815°	1,021	1,929	-0,912	2,783	-0,927	2,805	1,841	0,987	1,841	0,000
24,890°	93,815°	1,039	1,995	-0,942	2,826	-0,959	2,851	2,055	1,057	2,055	0,000
24,882°	93,815°	1,141	2,306	-0,976	2,876	-0,995	2,905	2,498	1,202	2,497	-0,001
24,873°	93,815°	1,184	2,461	-1,014	2,934	-1,034	2,966	2,457	1,177	2,457	0,000
24,865°	93,815°	1,275	2,767	-1,055	2,998	-1,077	3,030	2,686	1,242	2,687	0,001
24,857°	93,815°	1,283	2,831	-1,099	3,063	-1,122	3,097	2,735	1,245	2,734	0,000
24,848°	93,815°	1,151	2,460	-1,145	3,132	-1,168	3,166	2,546	1,173	2,545	-0,001
24,840°	93,815°	1,035	2,121	-1,192	3,201	-1,215	3,232	2,186	1,052	2,186	0,000
24,832°	93,815°	0,994	2,008	-1,237	3,264	-1,260	3,296	1,980	0,983	1,979	0,000
24,823°	93,815°	0,897	1,702	-1,282	3,327	-1,304	3,357	1,653	0,881	1,653	0,000
24,815°	93,815°	0,848	1,547	-1,327	3,388	-1,346	3,416	1,574	0,855	1,574	0,000
24,807°	93,815°	0,795	1,372	-1,366	3,444	-1,384	3,470	1,285	0,769	1,284	0,000
24,798°	93,815°	0,754	1,234	-1,401	3,495	-1,418	3,520	1,271	0,764	1,272	0,000
24,790°	93,815°	0,841	1,546	-1,435	3,545	-1,453	3,570	1,681	0,878	1,682	0,000
24,782°	93,815°	0,923	1,848	-1,471	3,595	-1,486	3,618	2,005	0,965	2,005	0,000
24,773°	93,815°	0,940	1,921	-1,501	3,640	-1,514	3,661	1,756	0,893	1,756	0,000
24,765°	93,815°	0,817	1,482	-1,527	3,683	-1,535	3,699	1,358	0,782	1,357	-0,001
24,757°	93,815°	0,775	1,336	-1,543	3,716	-1,547	3,728	1,562	0,834	1,562	0,000
24,748°	93,815°	0,830	1,554	-1,551	3,741	-1,555	3,752	1,755	0,882	1,755	0,000
24,740°	93,815°	0,925	1,923	-1,559	3,764	-1,561	3,775	2,056	0,958	2,055	0,000
24,732°	93,815°	0,947	2,022	-1,563	3,786	-1,563	3,795	2,254	1,006	2,254	0,000
24,723°	93,815°	1,035	2,374	-1,564	3,804	-1,566	3,816	2,395	1,038	2,395	0,000
24,715°	93,815°	1,047	2,440	-1,568	3,828	-1,573	3,841	2,564	1,077	2,564	0,000

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

(обязательное)

ТОЧНОСТЬ ЛИНЕЙНОГО ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ
В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ПОПРАВК
К АНОМАЛИЯМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ЗА ВЛИЯНИЕ МАСС
ПРОМЕЖУТОЧНОГО СЛОЯ ВНЕШНЕЙ ОБЛАСТИ

Таблица Б.1 – Точность интерполирования поправки за рельеф
в вертикальной плоскости

Координаты точки расчета поправки к АСТ за рельеф			Поправка к АСТ за рельеф, мГал	Значение второго ИП, мГал/км	Поправка к АСТ за рельеф, полученная путем интерполирования/экстраполирования ИП, мГал	Ошибка определения поправки к АСТ за рельеф, мГал
<i>B</i>	<i>L</i>	<i>H</i> , км				
1	2	3	4	5	6	7
33,980°	80,900°	5,100	130,256		130,607	-0,351
33,980°	80,900°	5,150	132,456		132,730	-0,274
33,980°	80,900°	5,200	134,647		134,854	-0,206
33,980°	80,900°	5,250	136,830		136,977	-0,147
33,980°	80,900°	5,300	139,003		139,100	-0,097
33,980°	80,900°	5,350	141,168		141,223	-0,056
33,980°	80,900°	5,400	143,323		143,346	-0,023
33,980°	80,900°	5,450	145,470	42,464	145,470	
33,980°	80,900°	5,500	147,607		147,5928	0,014
33,980°	80,900°	5,550	149,735		149,716	0,019
33,980°	80,900°	5,600	151,853		151,839	0,014
33,980°	80,900°	5,650	153,962		153,962	
33,980°	80,900°	5,700	156,062		156,086	-0,024
33,980°	80,900°	5,750	158,152		158,209	-0,057
33,980°	80,900°	5,800	160,232		160,332	-0,100
33,980°	80,900°	5,850	162,303		162,455	-0,153
33,971°	80,900°	5,100	130,263		130,607	-0,344
33,971°	80,900°	5,150	132,464		132,730	-0,266
33,971°	80,900°	5,200	134,656		134,854	-0,198
33,971°	80,900°	5,250	136,839		136,977	-0,138
33,971°	80,900°	5,300	139,014		139,100	-0,086

Продолжение таблицы Б.1

1	2	3	4	5	6	7
33,971°	80,900°	5,350	141,179		141,223	-0,044
33,971°	80,900°	5,400	143,336		143,346	-0,011
33,971°	80,900°	5,450	145,483	42,482	145,470	
33,971°	80,900°	5,500	147,621		147,593	0,028
33,971°	80,900°	5,550	149,750		149,716	0,034
33,971°	80,900°	5,600	151,869		151,839	0,030
33,971°	80,900°	5,650	153,979		153,962	
33,971°	80,900°	5,700	156,080		156,086	-0,006
33,971°	80,900°	5,750	158,171		158,209	-0,038
33,971°	80,900°	5,800	160,252		160,332	-0,080
33,971°	80,900°	5,850	162,323		162,455	-0,132

Таблица Б.2 – Точность интерполирования и экстраполирования второго интегрального параметра (фрагмент таблицы)

Координаты точки расчета поправки к АСТ за рельеф			Поправка к АСТ за рельеф, мГал	Значение второго ИП, мГал/км	ИП, полученный путем интерполирования, мГал/км	Поправка к АСТ за рельеф, полученная путем интерполирования/экстраполирования ИП, мГал	Ошибка определения поправки за рельеф, мГал
<i>B</i>	<i>L</i>	<i>H</i> , км					
1	2	3	4	5	6	7	8
33,980°	80,900°	5,100	130,2564		43,7549	130,2521	0,0043
33,980°	80,900°	5,150	132,4561		43,6628	132,4536	0,0024
33,980°	80,900°	5,200	134,6472		43,5707	134,6460	0,0012
33,980°	80,900°	5,250	136,8295		43,4787	136,8291	0,0004
33,980°	80,900°	5,300	139,0031			139,0031	0,0000
33,980°	80,900°	5,350	141,1676		43,2946	141,1678	-0,0001
33,980°	80,900°	5,400	143,3232		43,2025	143,3233	-0,0001
33,980°	80,900°	5,450	145,4696	43,1105			
33,980°	80,900°	5,500	147,6068		43,0184	147,6067	0,0001
33,980°	80,900°	5,550	149,7348		42,9264	149,7346	0,0001
33,980°	80,900°	5,600	151,8533	42,8343			
33,980°	80,900°	5,650	153,9624		42,7422	153,9628	-0,0004
33,980°	80,900°	5,700	156,0620		42,6502	156,0631	-0,0011

Продолжение таблицы Б.2

1	2	3	4	5	6	7	8
33,980°	80,900°	5,750	158,1520		42,5581	158,1542	-0,0023
33,980°	80,900°	5,800	160,2322		42,4661	160,2361	-0,0039
33,980°	80,900°	5,850	162,3027		42,3740	162,3088	-0,0060
33,971°	80,900°	5,100	130,2634		43,7728	130,2591	0,0043
33,971°	80,900°	5,150	132,4640		43,6807	132,4616	0,0025
33,971°	80,900°	5,200	134,6560		43,5887	134,6548	0,0012
33,971°	80,900°	5,250	136,8393		43,4966	136,8388	0,0004
33,971°	80,900°	5,300	139,0137			139,0137	0,0000
33,971°	80,900°	5,350	141,1791		43,3124	141,1793	-0,0002
33,971°	80,900°	5,400	143,3356		43,2203	143,3357	-0,0001
33,971°	80,900°	5,450	145,4829	43,1283			
33,971°	80,900°	5,500	147,6210		43,0362	147,6209	0,0001
33,971°	80,900°	5,550	149,7498		42,9441	149,7497	0,0001
33,971°	80,900°	5,600	151,8693	42,8520			
33,971°	80,900°	5,650	153,9793		42,7600	153,9796	-0,0004
33,971°	80,900°	5,700	156,0797		42,6679	156,0808	-0,0011
33,971°	80,900°	5,750	158,1705		42,5758	158,1728	-0,0022
33,971°	80,900°	5,800	160,2517		42,4837	160,2555	-0,0039
33,971°	80,900°	5,850	162,3231		42,3916	162,3291	-0,0060
33,963°	80,900°	5,100	130,2768		43,8047	130,2726	0,0043
33,963°	80,900°	5,150	132,4791		43,7126	132,4766	0,0024
33,963°	80,900°	5,200	134,6727		43,6205	134,6715	0,0012
33,963°	80,900°	5,250	136,8575		43,5284	136,8571	0,0004
33,963°	80,900°	5,300	139,0335			139,0335	0,0000
33,963°	80,900°	5,350	141,2006		43,3442	141,2007	-0,0001
33,963°	80,900°	5,400	143,3586		43,2521	143,3587	-0,0001
33,963°	80,900°	5,450	145,5075	43,1600			
33,963°	80,900°	5,500	147,6472		43,0679	147,6471	0,0001
33,963°	80,900°	5,550	149,7776		42,9758	149,7775	0,0002
33,963°	80,900°	5,600	151,8986	42,8837			
33,963°	80,900°	5,650	154,0102		42,7916	154,0106	-0,0004
33,963°	80,900°	5,700	156,1122		42,6995	156,1133	-0,0011
33,963°	80,900°	5,750	158,2046		42,6074	158,2068	-0,0023

Продолжение таблицы Б.2

1	2	3	4	5	6	7	8
33,963°	80,900°	5,800	160,2873		42,5153	160,2912	-0,0039
33,963°	80,900°	5,850	162,3602		42,4232	162,3663	-0,0061
33,955°	80,900°	5,100	130,2993		43,8615	130,2950	0,0043
33,955°	80,900°	5,150	132,5044		43,7693	132,5019	0,0025
33,955°	80,900°	5,200	134,7008		43,6772	134,6996	0,0012
33,955°	80,900°	5,250	136,8885		43,5850	136,8881	0,0004
33,955°	80,900°	5,300	139,0673			139,0673	0,0000
33,955°	80,900°	5,350	141,2372		43,4007	141,2373	-0,0001
33,955°	80,900°	5,400	143,3981		43,3085	143,3982	-0,0001
33,955°	80,900°	5,450	145,5498	43,2163			
33,955°	80,900°	5,500	147,6923		43,1242	147,6921	0,0001
33,955°	80,900°	5,550	149,8255		43,0320	149,8253	0,0001
33,955°	80,900°	5,600	151,9493	42,9398			
33,955°	80,900°	5,650	154,0636		42,8477	154,0640	-0,0004
33,955°	80,900°	5,700	156,1684		42,7555	156,1695	-0,0012
33,955°	80,900°	5,750	158,2635		42,6633	158,2658	-0,0023
33,955°	80,900°	5,800	160,3490		42,5712	160,3529	-0,0039
33,955°	80,900°	5,850	162,4246		42,4790	162,4308	-0,0061
33,946°	80,900°	5,100	130,3310		43,9497	130,3267	0,0043
33,946°	80,900°	5,150	132,5405		43,8575	132,5380	0,0025
33,946°	80,900°	5,200	134,7413		43,7652	134,7401	0,0012
33,946°	80,900°	5,250	136,9334		43,6729	136,9330	0,0004
33,946°	80,900°	5,300	139,1166			139,1166	0,0000
33,946°	80,900°	5,350	141,2909		43,4884	141,2910	-0,0001
33,946°	80,900°	5,400	143,4561		43,3961	143,4562	-0,0001
33,946°	80,900°	5,450	145,6122	43,3038			
33,946°	80,900°	5,500	147,7590		43,2115	147,7589	0,0001
33,946°	80,900°	5,550	149,8966		43,1192	149,8964	0,0001
33,946°	80,900°	5,600	152,0247	43,0270			
33,946°	80,900°	5,650	154,1434		42,9347	154,1438	-0,0004
33,946°	80,900°	5,700	156,2524		42,8424	156,2536	-0,0012
33,946°	80,900°	5,750	158,3519		42,7501	158,3542	-0,0023
33,946°	80,900°	5,800	160,4416		42,6579	160,4455	-0,0040
33,946°	80,900°	5,850	162,5215		42,5656	162,5277	-0,0062

ПРИЛОЖЕНИЕ В

(обязательное)

**ТОЧНОСТЬ ЛИНЕЙНОГО ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ
ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ПОПРАВК К АНОМАЛИЯМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ
ЗА ВЛИЯНИЕ МАСС ПРОМЕЖУТОЧНОГО СЛОЯ ВНЕШНЕЙ ОБЛАСТИ
В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ**

Таблица В.1 – Точность интерполирования первого интегрального параметра
(фрагмент таблицы)

Координаты точки профиля			Поправка к АСТ за рельеф, мГал	Значение первого ИП, мГал	Поправка к АСТ за рельеф в резуль- тативной точке, вычислен- ная по ИП, мГал	Ошибка интерпо- лирования первого ИП, мГал
<i>B</i>	<i>L</i>	<i>H</i> , км				
1	2	3	4	5	6	7
33,985°	80,880°	5,015	126,4945	126,4945	–	–
33,985°	80,880°	5,015	126,4950		126,4953	–0,0003
33,984°	80,880°	5,015	126,4956		126,4963	–0,0008
33,983°	80,880°	5,015	126,4962		126,4972	–0,0011
33,982°	80,880°	5,015	126,4968		126,4981	–0,0013
33,981°	80,880°	5,015	126,4974		126,4991	–0,0017
33,980°	80,880°	5,015	126,4981		126,5000	–0,0019
33,980°	80,880°	5,015	126,4989		126,5009	–0,0020
33,979°	80,880°	5,015	126,4996		126,5019	–0,0022
33,978°	80,880°	5,015	126,5004		126,5028	–0,0023
33,977°	80,880°	5,015	126,5013		126,5036	–0,0024
33,976°	80,880°	5,015	126,5022		126,5046	–0,0024
33,975°	80,880°	5,015	126,5031		126,5055	–0,0024
33,975°	80,880°	5,015	126,5041		126,5064	–0,0023
33,974°	80,880°	5,015	126,5051		126,5074	–0,0023
33,973°	80,880°	5,015	126,5062		126,5083	–0,0021
33,972°	80,880°	5,015	126,5074		126,5092	–0,0018
33,971°	80,880°	5,015	126,5086		126,5102	–0,0016
33,970°	80,880°	5,015	126,5100		126,5111	–0,0011
33,970°	80,880°	5,015	126,5114		126,5119	–0,0006
33,969°	80,880°	5,015	126,5129	126,5129	–	–
33,968°	80,880°	5,015	126,5145		126,5150	–0,0006
33,967°	80,880°	5,015	126,5161		126,5175	–0,0013

Продолжение таблицы В.1

1	2	3	4	5	6	7
33,966°	80,880°	5,015	126,5178		126,5196	-0,0018
33,965°	80,880°	5,015	126,5196		126,5217	-0,0021
33,965°	80,880°	5,015	126,5215		126,5242	-0,0027
33,964°	80,880°	5,015	126,5234		126,5263	-0,0029
33,963°	80,880°	5,015	126,5254		126,5284	-0,0030
33,962°	80,880°	5,015	126,5274		126,5309	-0,0034
33,961°	80,880°	5,015	126,5295		126,5330	-0,0035
33,960°	80,880°	5,015	126,5317		126,5351	-0,0034
33,960°	80,880°	5,015	126,5340		126,5376	-0,0035
33,959°	80,880°	5,015	126,5364		126,5397	-0,0033
33,958°	80,880°	5,015	126,5388		126,5418	-0,0030
33,957°	80,880°	5,015	126,5413		126,5443	-0,0029
33,956°	80,880°	5,015	126,5439		126,5464	-0,0025
33,955°	80,880°	5,015	126,5465		126,5485	-0,0020
33,955°	80,880°	5,015	126,5492		126,5510	-0,0017
33,954°	80,880°	5,015	126,5520		126,5531	-0,0011
33,953°	80,880°	5,015	126,5548		126,5552	-0,0005
33,952°	80,880°	5,015	126,5576	126,5576	-	-

Таблица В.2 – Значения и разности первого интегрального параметра на профиле 4

Узловая точка профиля	Значение первого ИП, мГал	Первая разность первого ИП, мГал/м	Вторая разность первого ИП, мГал/км
1	2	3	4
1	27,129	-0,004	-0,017
2	27,136	0,013	-0,002
3	27,113	0,015	0,011
4	27,086	0,004	0,002
5	27,079	0,002	0,001
6	27,075	0,001	0,004
7	27,073	-0,003	0,002
8	27,077	-0,005	-0,004
9	27,086	0,000	-0,007
10	27,086	0,007	0,000
11	27,075	0,007	0,015
12	27,062	-0,008	0,015
13	27,077	-0,023	-0,002
14	27,117	-0,021	-0,021
15	27,155	0,000	0,001

Продолжение таблицы В.2

1	2	3	4
16	27,155	-0,001	0,007
17	27,157	-0,008	0,003
18	27,173	-0,011	0,001
19	27,193	-0,013	0,001
20	27,216	-0,014	0,004
21	27,240	-0,018	0,017
22	27,272	-0,034	0,013
23	27,334	-0,048	0,002
24	27,420	-0,049	-0,005
25	27,509	-0,044	0,008
26	27,588	-0,052	-0,002
27	27,682	-0,051	-0,023
28	27,773	-0,028	-0,004
29	27,823	-0,024	0,005
30	27,866	-0,029	-0,009
31	27,917	-0,019	0,000
32	27,952	-0,019	0,004
33	27,986	-0,023	0,002
34	28,028	-0,025	0,001
35	28,073	-0,026	0,001
36	28,121	-0,027	0,001
37	28,170	-0,028	-0,008
38	28,220	-0,020	-0,003
39	28,257	-0,017	-0,001
40	28,287	-0,017	-0,007
41	28,317	-0,009	-0,006
42	28,333	-0,003	-0,002
43	28,338	0,000	-0,007
44	28,339	0,007	-0,002
45	28,327	0,009	0,016
46	28,310	-0,007	0,011
47	28,322	-0,018	0,003
48	28,354	-0,021	0,014
49	28,392	-0,035	0,001
50	28,455	-0,036	–
51	28,521	–	–

Примечание – В графе 1 полужирной линией выделены узловые точки профиля, между которыми ошибка интерполирования ИП превышает 0,005 мГал; в графе 4 выделены вторые разности ИП, которые превышают допустимое значение 0,012 мГал/м

Таблица В.3 – Значения и разности первого интегрального параметра на профиле 5

Узловая точка профиля	Значение первого ИП, мГал	Первая разность первого ИП, мГал/м	Вторая разность первого ИП, мГал/км
1	2	3	4
1	10,152	0,004	-0,001
2	10,145	0,005	0,000
3	10,137	0,005	0,000
4	10,128	0,004	0,000
5	10,120	0,004	0,000
6	10,113	0,004	0,000
7	10,105	0,004	0,000
8	10,099	0,003	0,000
9	10,093	0,003	0,000
10	10,088	0,002	0,000
11	10,084	0,002	0,000
12	10,080	0,002	0,000
13	10,077	0,002	0,000
14	10,073	0,002	0,000
15	10,070	0,002	0,000
16	10,067	0,002	0,000
17	10,064	0,002	0,000
18	10,060	0,002	0,000
19	10,056	0,003	0,000
20	10,051	0,003	0,000
21	10,046	0,003	0,000
22	10,040	0,004	0,000
23	10,033	0,004	-0,001
24	10,026	0,005	0,014
25	10,016	-0,009	-0,011
26	10,032	0,002	0,000

Продолжение таблицы В.3

1	2	3	4
27	10,029	0,002	0,000
28	10,025	0,002	0,000
29	10,021	0,002	0,000
30	10,018	0,002	0,000
31	10,015	0,002	0,000
32	10,012	0,002	0,000
33	10,009	0,002	0,000
34	10,006	0,002	0,000
35	10,003	0,002	0,000
36	10,000	0,002	-0,009
37	9,996	0,011	0,012
38	9,976	0,000	-0,001
39	9,977	0,001	-0,001
40	9,976	0,001	-0,001
41	9,974	0,002	-0,001
42	9,970	0,003	-0,001
43	9,966	0,003	0,000
44	9,960	0,004	0,000
45	9,954	0,004	0,000
46	9,947	0,004	0,000
47	9,939	0,005	0,000
48	9,930	0,005	0,000
49	9,921	0,005	0,000
50	9,911	0,006	–
51	9,901	–	–

Примечание – В графе 1 полужирной линией выделены узловые точки профиля, между которыми ошибка интерполирования ИП превышает 0,005 мГал; в графе 4 выделены вторые разности ИП, которые превышают допустимое значение 0,012 мГал/м

Таблица В.4 – Значения и разности первого интегрального параметра на профиле 6

Узловая точка профиля	Значение первого ИП, мГал	Первая разность первого ИП, мГал/м	Вторая разность первого ИП, мГал/км
1	2	3	4
1	82,178	0,003	-0,005
2	82,172	0,008	0,000
3	82,158	0,008	0,000
4	82,143	0,008	0,000
5	82,128	0,008	0,001
6	82,113	0,007	0,001
7	82,100	0,007	0,000
8	82,087	0,007	-0,002
9	82,075	0,009	-0,001
10	82,060	0,010	-0,003
11	82,042	0,013	-0,003
12	82,020	0,015	-0,003
13	81,992	0,019	-0,003
14	81,959	0,021	-0,002
15	81,921	0,024	0,000
16	81,878	0,023	-0,001
17	81,836	0,025	-0,003
18	81,791	0,028	-0,002
19	81,740	0,030	0,000
20	81,686	0,030	-0,003
21	81,631	0,033	-0,001
22	81,571	0,034	0,001
23	81,510	0,034	-0,001
24	81,449	0,035	0,001
25	81,386	0,034	0,001

Продолжение таблицы В.4

1	2	3	4
26	81,325	0,034	0,001
27	81,264	0,033	0,000
28	81,206	0,033	0,005
29	81,146	0,028	0,005
30	81,095	0,024	0,001
31	81,052	0,023	0,001
32	81,011	0,022	0,008
33	80,971	0,014	0,006
34	80,946	0,008	0,002
35	80,931	0,006	0,000
36	80,919	0,006	0,003
37	80,909	0,003	0,003
38	80,904	0,000	0,002
39	80,904	-0,001	0,004
40	80,906	-0,005	0,003
41	80,915	-0,008	0,007
42	80,930	-0,015	0,007
43	80,957	-0,022	0,004
44	80,996	-0,026	-0,002
45	81,043	-0,024	-0,004
46	81,086	-0,020	-0,003
47	81,122	-0,017	-0,003
48	81,153	-0,014	-0,004
49	81,179	-0,011	—
50	81,198	—	—

Таблица В.5 – Значения и разности первого интегрального параметра на профиле 7

Узловая точка профиля	Значение первого ИП, мГал	Первая разность первого ИП, мГал/м	Вторая разность первого ИП, мГал/км
1	2	3	4
1	46,974	-0,003	-0,003
2	46,978	0,001	0,000
3	46,977	0,001	0,000
4	46,975	0,002	0,000
5	46,972	0,002	0,000
6	46,969	0,002	0,000
7	46,966	0,002	0,000
8	46,963	0,002	0,000
9	46,960	0,002	0,000
10	46,957	0,002	0,000
11	46,954	0,002	0,000
12	46,951	0,002	0,000
13	46,947	0,002	0,000
14	46,944	0,002	0,000
15	46,940	0,002	0,000
16	46,936	0,002	0,000
17	46,932	0,002	0,000
18	46,928	0,002	0,000
19	46,924	0,002	0,000
20	46,919	0,002	0,000
21	46,915	0,003	0,000
22	46,910	0,003	0,000
23	46,905	0,003	0,000
24	46,900	0,003	0,000
25	46,895	0,003	0,000

Продолжение таблицы В.5

1	2	3	4
26	46,889	0,003	0,000
27	46,883	0,003	0,000
28	46,877	0,004	-0,001
29	46,870	0,004	0,000
30	46,862	0,005	0,000
31	46,854	0,005	-0,001
32	46,844	0,006	-0,001
33	46,834	0,006	-0,001
34	46,822	0,007	-0,001
35	46,809	0,008	-0,001
36	46,795	0,009	-0,001
37	46,778	0,011	-0,002
38	46,759	0,012	-0,002
39	46,737	0,014	-0,002
40	46,712	0,016	-0,002
41	46,684	0,017	-0,001
42	46,653	0,019	0,002
43	46,619	0,016	0,005
44	46,590	0,011	0,000
45	46,570	0,011	0,000
46	46,550	0,011	0,000
47	46,531	0,011	-0,001
48	46,511	0,012	-0,002
49	46,489	0,014	-0,002
50	46,463	0,016	–
51	46,434	–	–

Таблица В.6 – Значения и разности первого интегрального параметра на профиле 8

Узловая точка профиля	Значение первого ИП, мГал	Первая разность первого ИП, мГал/м	Вторая разность первого ИП, мГал/км
1	2	3	4
1	126,494	-0,010	0,015
2	126,513	-0,025	0,006
3	126,558	-0,031	-0,011
4	126,614	-0,020	-0,013
5	126,651	-0,008	0,000
6	126,665	-0,007	0,004
7	126,678	-0,012	0,005
8	126,699	-0,017	-0,006
9	126,730	-0,011	-0,018
10	126,749	0,008	0,006
11	126,736	0,001	0,002
12	126,733	-0,001	0,003
13	126,735	-0,004	0,011
14	126,742	-0,015	-0,003
15	126,769	-0,012	-0,009
16	126,790	-0,003	-0,005
17	126,795	0,002	-0,001
18	126,791	0,003	0,016
19	126,786	-0,013	0,009
20	126,810	-0,022	-0,009
21	126,849	-0,013	-0,002
22	126,872	-0,011	-0,009
23	126,892	-0,001	0,007
24	126,894	-0,009	0,000
25	126,910	-0,009	-0,007
26	126,926	-0,002	-0,009
27	126,929	0,008	-0,003
28	126,915	0,010	-0,004
29	126,897	0,014	0,001

Продолжение таблицы В.6

1	2	3	4
30	126,872	0,013	0,000
31	126,848	0,013	0,003
32	126,825	0,010	-0,004
33	126,807	0,014	0,007
34	126,781	0,008	0,004
35	126,768	0,004	-0,002
36	126,761	0,006	-0,001
37	126,750	0,007	-0,010
38	126,738	0,016	-0,004
39	126,708	0,020	0,013
40	126,671	0,007	0,012
41	126,659	-0,005	-0,008
42	126,668	0,003	-0,014
43	126,662	0,017	-0,007
44	126,632	0,024	0,008
45	126,589	0,017	-0,002
46	126,559	0,019	-0,004
47	126,525	0,022	-0,002
48	126,485	0,024	-0,021
49	126,442	0,045	-0,008
50	126,361	0,053	0,023
51	126,266	0,029	0,004
52	126,213	0,026	0,011
53	126,167	0,015	0,016
54	126,140	-0,001	0,008
55	126,143	-0,010	-0,006
56	126,160	-0,004	0,008
57	126,168	-0,012	-0,006
58	126,190	-0,006	-0,016
59	126,201	0,010	-0,023
60	126,183	0,033	-0,003

Продолжение таблицы В.6

1	2	3	4
61	126.124	0.036	0.012
62	126.058	0.024	-0.036
63	126.015	0.061	0.005
64	125.906	0.056	0.031
65	125.805	0.025	0.060
66	125.760	-0.036	0.046
67	125.825	-0.082	-0.020
68	125.972	-0.062	-0.027
69	126.083	-0.035	-0.023
70	126.146	-0.012	-0.008
71	126.167	-0.003	-0.011
72	126.173	0.007	0.002
73	126.160	0.006	-0.004
74	126.150	0.010	-0.030
75	126.132	0.040	-0.032
76	126.060	0.072	0.038
77	125.930	0.034	0.044
78	125.869	-0.010	0.037
79	125.888	-0.047	0.000
80	125.974	-0.048	-0.002
81	126.060	-0.045	-0.043
82	126.141	-0.002	-0.017
83	126.146	0.014	-0.021
84	126.119	0.036	0.007
85	126.055	0.029	–
86	126.003	–	–

Примечание – В графе 1 полужирной линией выделены узловые точки профиля, между которыми ошибка интерполирования ИП превышает 0,005 мГал; в графе 4 выделены вторые разности ИП, которые превышают допустимое значение 0,012 мГал/км.

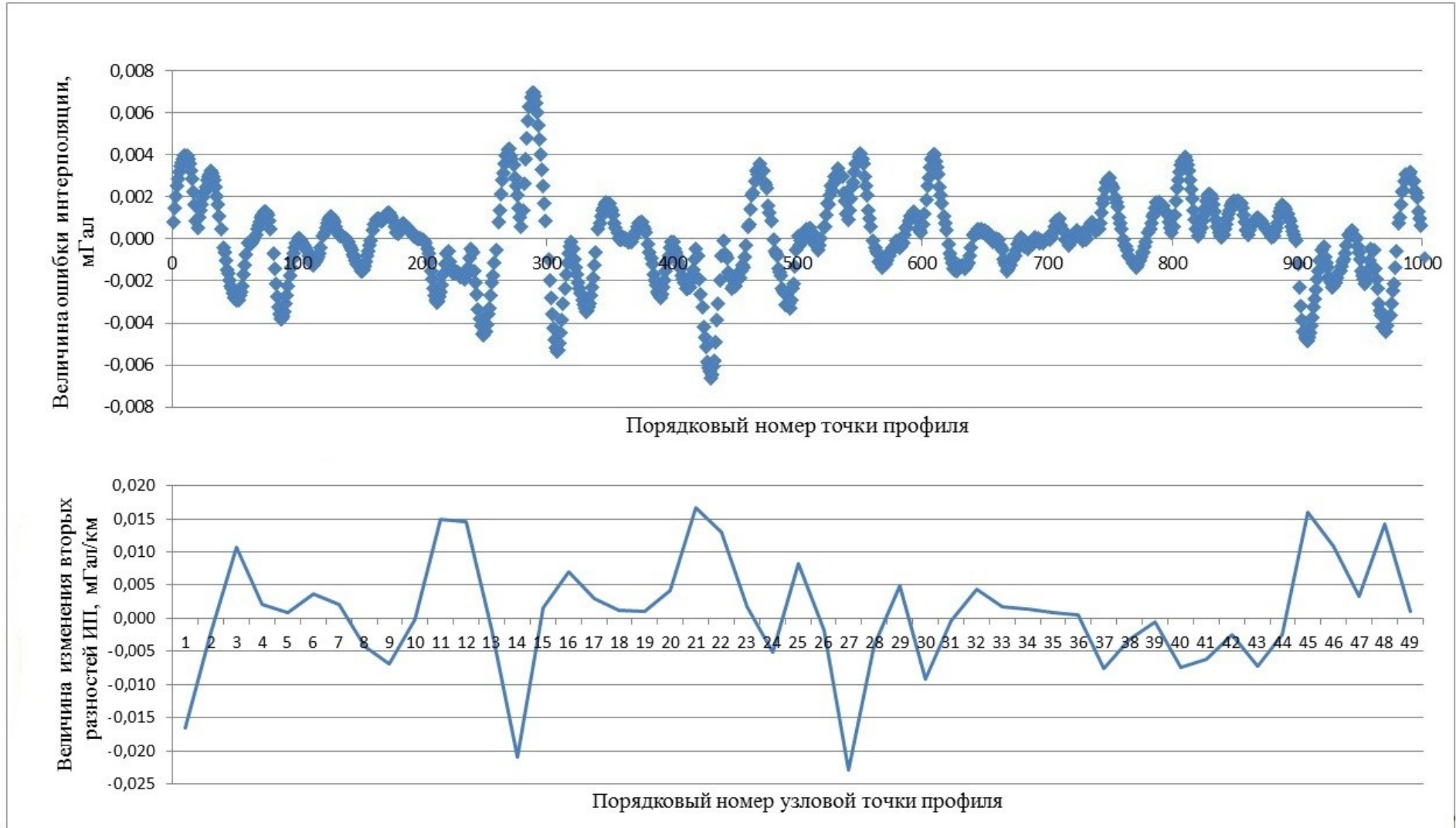


Рисунок В.1 – Ошибки интерполирования первого интегрального параметра и изменения вторых разностей первого интегрального параметра (профиль 4)

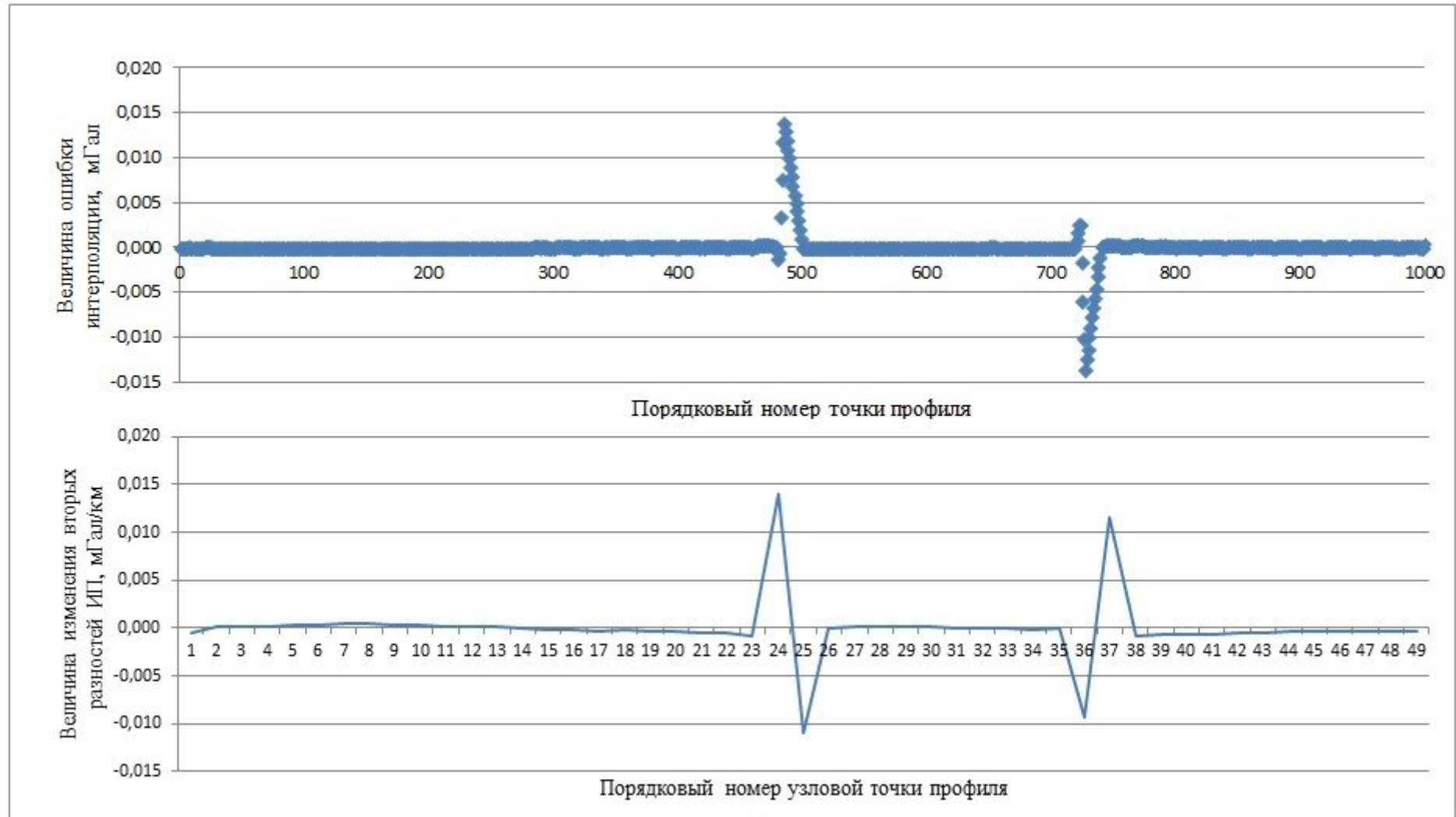


Рисунок В.2 – Ошибки интерполирования первого интегрального параметра и изменения вторых разностей первого интегрального параметра (профиль 5)

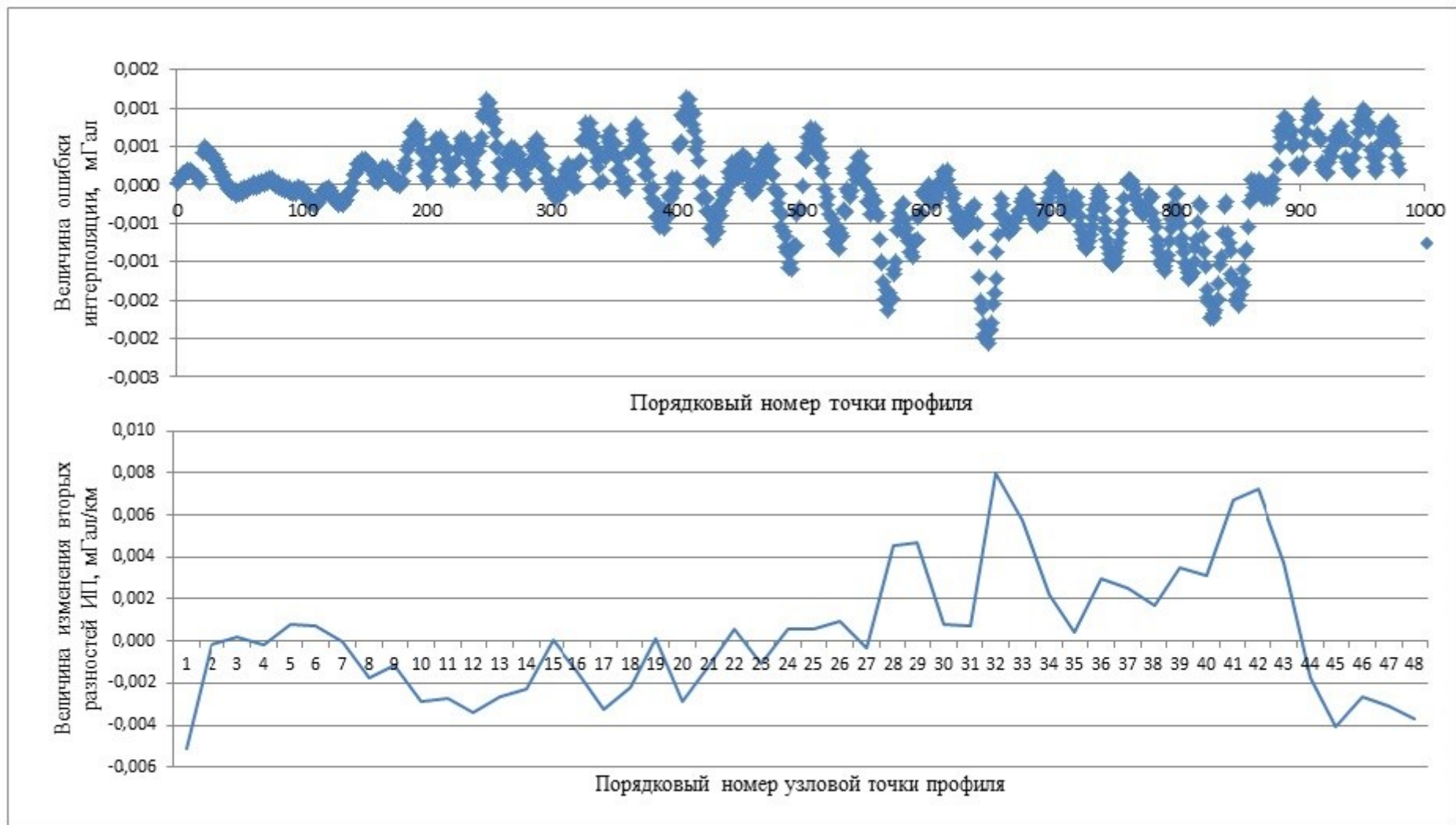


Рисунок В.3 – Ошибки интерполирования первого интегрального параметра и изменения вторых разностей первого интегрального параметра (профиль б)

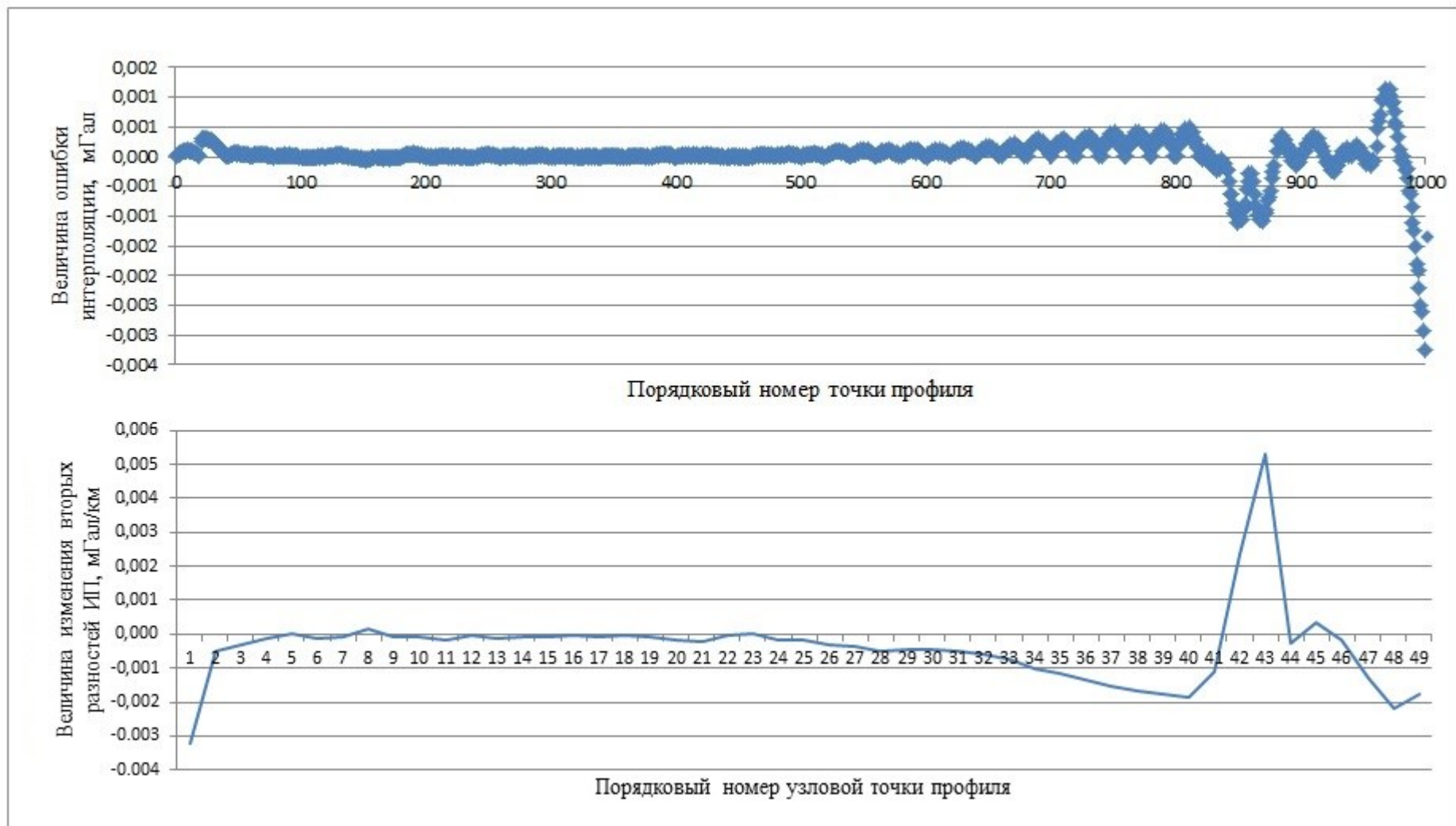


Рисунок В.4 – Ошибки интерполирования первого интегрального параметра и изменения вторых разностей первого интегрального параметра (профиль 7)

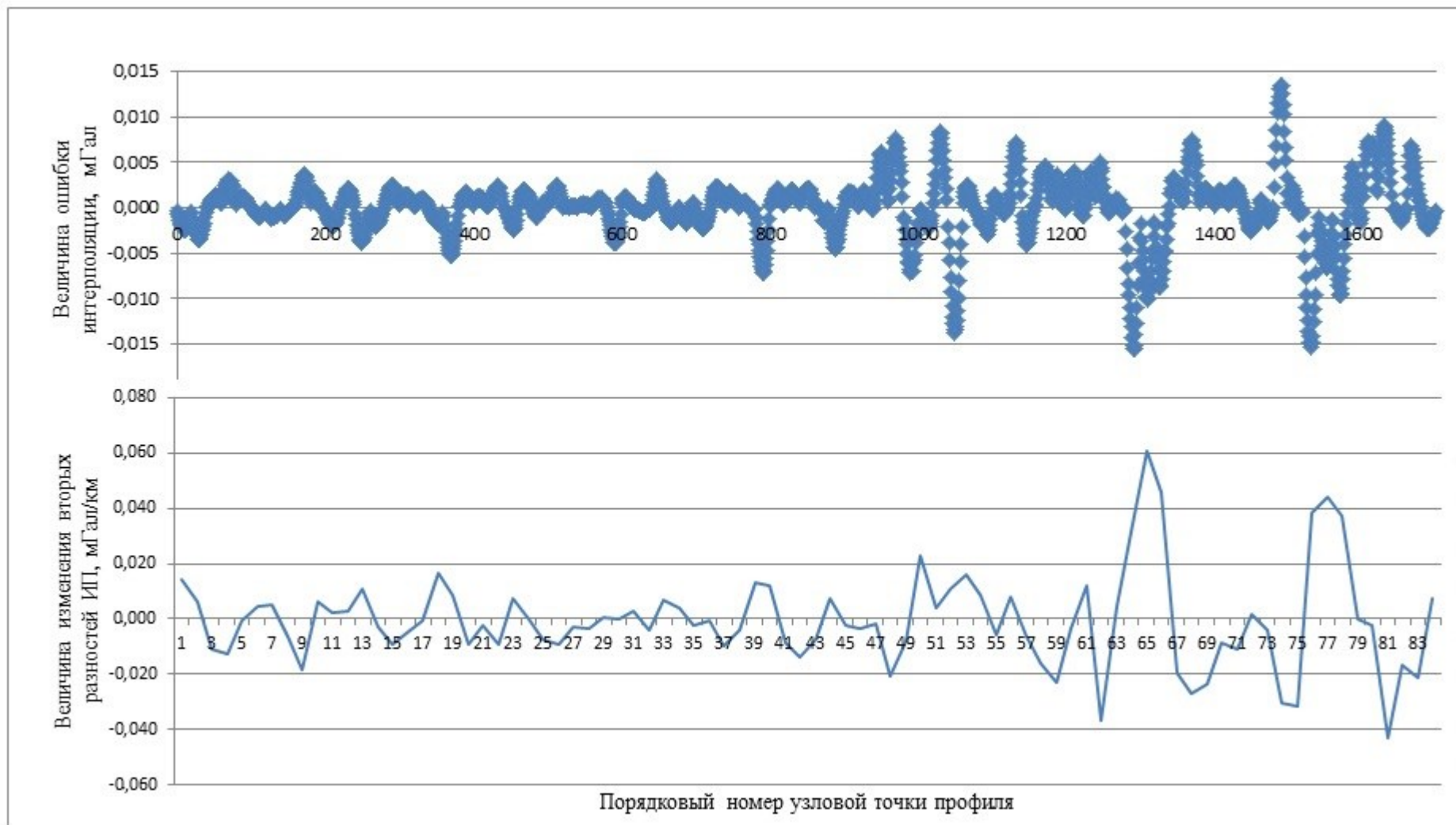


Рисунок В.5 – Ошибки интерполирования первого интегрального параметра и изменения вторых разностей первого интегрального параметра (профиль 8)

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

(обязательное)

ТОЧНОСТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ПОПРАВК К АНОМАЛИЯМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ
ЗА ВЛИЯНИЕ МАСС ПРОМЕЖУТОЧНОГО СЛОЯ ВНЕШНЕЙ ОБЛАСТИ
МОДИФИЦИРОВАННЫМ СПОСОБОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Таблица Г.1 – Точность вычисления поправок к АСТ за рельеф модифицированным способом интегральных параметров (фрагмент таблицы)

Координаты узлов профиля (точек расчета интегральных параметров)			Поправка к АСТ за рельеф в узловой точке, мГал	Первый ИП на высоте средней эле- вационной поверхности предыдуще- го интерва- ла, мГал	Первый ИП на высоте средней эле- вационной по- верхности текущего интервала, мГал	Второй ИП, вычис- ленный по гра- фам 4–5, мГал/км	Второй ИП, вычис- ленный по гра- фам 4–6, мГал/ км	Первый ИП, по- лучен- ный путем интерпо- лирова- ния, мГал	Поправка к АСТ в ре- зультатив- ной точке, вычислен- ная по ин- тегральным параметрам по графам 4, 5, 6, мГал	Высота резуль- татив- ной точки, км	Поправка к АСТ за рельеф в результа- тивной точке, полученная численным интегрирова- нием, мГал	Ошибка интер- полиро- вания попра- вок к АСТ за рельеф, мГал
<i>B</i>	<i>L</i>	<i>H</i> , км										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
25,057°	93,815°	1,250	3,4669	3,2017	0,0000	3,3571	3,4114	3,2150	3,1507	1,1520	3,1518	0,0012
25,040°	93,815°	1,092	2,9588	2,8751	3,2283	3,4167	3,4469	2,8782	2,9108	1,0770	2,9132	0,0024
25,023°	93,815°	1,043	2,7968	2,7157	2,8813	3,4494	3,4621	2,7119	2,7793	1,0390	2,7792	0,0000

Продолжение таблицы Г.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
25,007°	93,815°	0,996	2,6267	2,5106	2,7080	3,4648	3,4845	2,5080	2,3638	0,9210	2,3623	-0,0015
24,990°	93,815°	0,929	2,3886	2,3555	2,5053	3,4863	3,5274	2,3591	2,4170	0,9360	2,4156	-0,0014
24,973°	93,815°	0,910	2,3292	2,2640	2,3627	3,5281	3,5757	2,2683	2,2666	0,8910	2,2675	0,0009
24,957°	93,815°	0,873	2,2066	2,2209	2,2727	3,5750	3,6250	2,2235	2,2955	0,8970	2,2948	-0,0007
24,940°	93,815°	0,881	2,2406	2,1699	2,2261	3,6262	3,6744	2,1692	2,1491	0,8560	2,1512	0,0021
24,923°	93,815°	0,842	2,0968	2,4034	2,1684	3,6719	3,6896	2,3949	2,3010	0,9000	2,3013	0,0002
24,907°	93,815°	1,009	2,6944	2,7497	2,3864	3,6860	3,7140	2,7442	2,7331	1,0210	2,7307	-0,0024
24,890°	93,815°	1,039	2,7944	3,0634	2,7387	3,7106	3,7766	3,0755	3,1859	1,1410	3,1801	-0,0058
24,873°	93,815°	1,184	3,3614	3,5481	3,0876	3,7711	3,9166	3,5964	3,7559	1,2750	3,7472	–
24,873°	93,815°	1,184	3,3613	3,5329	3,2802	3,7710	3,8316	3,5529	3,3533	1,1770	3,3510	-0,0023
24,865°	93,815°	1,275	3,7472	3,7625	3,5729	3,8275	3,9125	3,7928	3,6496	1,2420	3,6479	-0,0018
24,857°	93,815°	1,283	3,8388	3,5802	3,8231	3,9176	3,9166	3,6124	-1,1546	–	–	–
24,857°	93,815°	1,283	3,8386	3,3524	3,6447	3,9202	4,1512	3,4178	3,3855	1,1510	3,3821	-0,0034
Примечание – Полужирной линией выделен участок профиля, на котором выполнено уменьшение интервала интерполирования в соответствии с модифицированным алгоритмом вычисления поправок к АСТ за рельеф												